

方延明 编著

数字文化

(第2版)

清华大学出版社

数学文化

方延明
编著

(第2版)

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是一本高等学校素质教育的新型教材,其特点是把数学作为文化来研究。通过对数学文化的学习,培养大学生的抽象思维、形象思维和逻辑思维等方面的能力,特别是大学生的创新能力,提高文化素质,以适应社会需要。不管是学过高等数学,还是没学过高等数学的人,只要具备一定数学基础,都可通过阅读该书,获得帮助。

本书共分八章,简要阐述了数学文化的学科体系,以及数学文化的哲学观、社会观、美学观、创新观、方法论等方面的主要内容,并附有专章介绍几千年来的数学思想发展史,给读者一个整体的数学科学发展的脉络感。

本书在写作上坚持理论联系实际,注重介绍思想,介绍方法,重在开拓人们思考问题的思路,诱导、激发人们的创新意识。

本书可作为高等学校文、理、工各类大学生素质教育的专门教材,也可作为一般人文科学工作者、社会科学工作者、大学教师、研究生,包括国家公务员在内的文化参考用书和课外读物。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数学文化/方延明编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2009.3

ISBN 978-7-302-18850-6

I. 数… II. 方… III. 数学—文化—高等学校—教材 IV. O1-O5

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第172810号

责任编辑:梁恩忠 王海燕

责任校对:王淑云

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:175×245

印 张:19

字 数:392千字

版 次:2007年9月第1版 2009年3月第2版 印 次:2009年3月第2次印刷

印 数:3001~7000

定 价:32.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:031135-01

第2版序言

《数学文化》于2007年9月由清华大学出版社出版,不到半年时间,出版社告诉我库存已很少,社会反响不错,这是我始料未及的。

我为什么要写这本书,已在第1版序言中讲清楚了。我一直以为,出书是一件很遗憾的事情,白纸黑字,出版之后,你的思想就定格了,没法改了。《数学文化》出版后,我再一次从头至尾看了一遍,发现有许多不尽如人意之处,包括一些校对错误。初版之所以有许多不尽如人意的地方,我以为主要是以下原因所致:

一、我对数学已经搁置了30多年了,重新捡起来,的确有很大难度。因此,我只能采取一种多关注数学方法,多关注数学思想,少关注运算和具体问题;多考虑定性,少考虑定量的路子。即使是这样,错误和不足,仍在所难免。

二、多借鉴,见贤思齐,择善而从。书出版后就有读者提出一些建设性意见,我以为这是对的。比如,《数学文化》中有部分篇幅在一些转引和摘录方面,数量嫌多了一些。当然,这是一种拿来主义。但是,除特殊查找困难者外,均注明出处,决不掠人之美。我想,这是我的原则。不过,作为一本数学文化的架构体系,我还是精心考虑和再三推敲的,倾注了我的心血。这就如同建一个房子,架构是原创的、自我的。但是,里面用了一些组合家具,我把这些家具的生产厂家一并尽可能都注明,因为那不是我的创造。

三、所做修改较多的章节主要是数学文化的美学观一章,其原因是该章的内容与其他章节相比,不仅内容偏多,且图也偏多。因此,这次修订时删掉了一些过于繁琐的图。除此,我又增加了一些叙述,免得给人一种图多文少的感觉。

四、纠正了一些错别字,改正了一些语句。2007年四、五月份,我的父母相继在不到2个月的时间内去世,而当时恰好是《数学文化》校对、定稿的关键时期。在那样一种恍惚不安中,错误自然是在所难免的,以致我今天在重新阅读时,发现有的“偶数”成了“偶然”,“希腊”成了“希望”等难以容忍的错误。包括在语句上,有一些啰唆和不通的地方还不少。多少年来,我一直追求语言的简洁、明快,追求文章内容的好看、耐读,以及句子的韵律、节奏,这是我一直努力的目标。但是,今天我回过头来看看《数学文化》,有许多地方仍不令人满意,有些标点符号亦不准确,这次我也重新做

了订正,应该说是一个字一个字看下去的。但即使如此,也可能还会有疏漏之处。

我对这本《数学文化》非常喜欢,也特别在乎,这种情绪胜过我出版的其他任何一本书。究其原因,我以为这里面有我对做学问的追求,有我对数学文化的哲学思考,有我对叙述语言的尽心推敲,当然更是因为数学是我的第一专业。我希望通过这本书的出版,尤其是读者的阅读,能给他们以审视社会、阅读社会、学习思维方法、欣赏数学文化等方面的帮助,特别是能对在全民族中宣传数学文化尽我自己的一点绵薄之力。

文字校对、语言推敲,是一个没止境的工作,只要还没有出版,校对工作只能是没有最好,只有更好。我特别感谢清华大学出版社的编辑们在审稿、校对中提出的许多重要修改意见,并改正了许多差错。尽管我已在订正方面做了很大的努力,我相信肯定还会有一些不尽如人意的地方。

最后,我要特别感谢清华大学出版社对拙稿出版的关爱,尤其是在出版一年后,就出版第二版。感谢在拙著写作过程中借鉴、转引、摘录的所有相关著作的著者和译者,包括那些虽未被转引但给我启发的著者和译者,向他们致以诚挚的敬意。

伴着对汶川大地震的支持和2008年奥运会的圆满结束,“志愿者”成为一个很时髦的名字。我非常乐意作一个推广、宣传数学文化的“志愿者”。为我们的祖国,为我们民族的文化振兴,人民素质的提高,献出绵薄之力。我将为此感到十分欣慰。

以往我出了书,总要带上一本给父母看看,尽管他们看不懂,特别是母亲,压根就不识字。可他们还是拿着书左右翻阅,仔细端详,愉悦之情溢于言表。他们以为这是儿女对他们的最丰厚回报,甚至我的一点虚名也成了父母在别人面前装点面子的谈资。今天,父母远行,我再向谁汇报?给谁送书?写下这段话,权作对父母仙逝一周年的念想。

方延明

2008年11月27日

数学就是这样一种东西：她提醒你有无形的灵魂，她赋予她所发现的真理以生命；她唤起心神，澄清智慧；她给我们的内心思想增添光辉；她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知。

——Proclus

序 言

我为什么要写这本书

如何评价摆在读者面前的《数学文化》，这是读者的事。但是我自己应该有一个起码的认识。我想，就这本书而言，我希望她能基本上是一个健康的足月儿。不过，这确实是有点奢望了。既然已经生出来了，世人评说就由不得自己了。到目前为止，我还没有看到过一本专门的关于“数学文化”方面的专著。虽然此前国内外出版了一些类似的书，但大都是从某一方面论述或研究数学与文化、哲学、社会等方面的内容，他们并没有把数学单独作为一门文化来研究，且给出它严格的学科定义与框架结构。因此，在客观上就增加了本书写作过程的难度。其中，主要表现在参考书少，也缺乏参照系。但从另一角度看，也有令人高兴的地方，那就是使得我们面前这个不太成样的东西，有机会成为数学文化学科里的第一块引玉之砖，这是令人欣慰的。它使我想起了一位比牛顿晚生了大约整整一个世纪的著名数学家拉格朗日，他在评价牛顿时，不无溢美又有一点讽刺味道地说：“牛顿，无疑是特别有天才的人，但是我们也必须承认，他也是最幸福的人，一个人建立世界体系的机会只有一次。”他又说：“牛顿是多么幸运啊，在他那个时候，世界的体系仍然有待开发呢！”^①当然，我这里绝无类比的意思，而只是说，能有机会写这样一本书或者说踏进这块处女地是幸运的。

我为什么要写这本书呢？

首先，最直接的原因是我认为数学文化在提高人的素质、推动社会进步方面扮演的角色太重要了。诚如一位大数学家讲的，一个时代的总的特征在很大程度上与这个时代的数学活动密切相关。著名科学家、X射线的发现者伦琴在被问到科学工作者必须具备什么素养时，他回答说：“第一是数学，第二是数学，第三还是数学。”《数学家言行录》一书中有一部分是专门记录对数学的评价的，其中许多深刻论述了数学教育与人的素质之间的关系，比如：

^① [美]贝尔 E.T. 数学精英. 徐源译. 宋蜀碧校. 北京：商务印书馆，1994：197.

(1) ……数学能够集中、加速和强化人们的注意力,能够给人发明创造的精细与谨慎的谦虚精神,能够激发人们追求真理的勇气和自信心……数学比起任何其他学科来,更能使学生得到充实和增添知识的光辉,更能锻炼和发挥学生们探索事理的独立工作能力。

——狄尔曼(E. Dillmann)

(2) 教育孩子的目标应该是逐步地组合他们的知和行。在各种学科中,数学是最能实现这一目标的学科。

——康德·依曼努尔(Kant Immanuel)

(3) 每一门科学都有制怒和消除易怒情绪的功效,其中尤以数学的制怒功效最为显著。

——鲁什(Rush)

(4) ……数学能唤起热情而抑制急躁,净化灵魂而使之杜绝偏见与错误。恶习乃是错误、混乱和虚伪的根源,所有的真理都与此抗衡。而数学真理更有益于青年人摒弃恶习。

——阿尔布斯纳特·约翰(Arbuthnot John)

再比如,数学家 B. Demollins 说:

没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而若没有两者,人们就什么也看不透。

C. B. Allendoerfer 说:

当前最令人兴奋的发展是在社会科学和生物科学中数学模型的构造。

A. Kaplan 指出:

由于最近 20 年的进步,社会科学的许多重要领域已经发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段……我们向读者提出,在社会科学中不断扩大的数学语言的应用是具有重要意义的。

A. N. Rao 指出:

一个国家的科学的进步可以用它消耗的数学来度量。^①

M. 克莱因说:

数学不仅是一种方法,一门艺术或一种语言。数学更主要的是一门有着丰富内容的知识体系,其内容对自然科学家、社会科学家、哲学家、逻辑学家和艺术家十分有用,同时影响着政治家和神学家的学说;满足了人类探索宇宙的好奇心和对美妙音乐的冥想;甚至可能有时以难以察觉到的方式但无可置疑地影响着现代历史的进程。

实际上,在现代经验科学中,能否接受数学方法已越来越成为学科成功与否的主要判别标准。

^① 张顺燕. 数学的思想、方法和应用, 北京: 北京大学出版社, 1997: 7-8.

应该指出的是,近代科学的发展,使得数学成为表现科学理想形态的最好方式,数学化已经进一步成为科学所追求的目标。胡塞尔早已指出了这一点:“通过伽利略对自然的数学化,自然本身在新的数学的指导下被理念化了;自然本身成为用现代的方式来表达——一种数学的集。”^①诚然,自然的数学化往往意味着将自然还原为数量关系及形式的结构,其逻辑的结果则是远离日常的、具体的世界。在数学的模型与符号的结构中,世界常常失去了感性的光辉。对此马利坦做了如下评价:“科学(在同哲学相区别的意义上)越来越倾向于自身的纯粹形式,这实际上表明了它不是智慧的一种形式。它在科学中构成的一个自主解释的世界,以及成为一个去除了可感现象的概念的符号系统,就揭示了这一点。”^②但是,不管怎么说,对超越混沌的直观,达到认识的严密性,无疑具有不可忽视的意义。

.....

或许正是由于人类进步,才把数学推到这样重要的位置,所以1992年联合国教科文组织在里约热内卢宣布:2000年是世界数学年,其目的在于加强数学与社会的联系。里约热内卢宣言明确指出:“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙。”

人类文明的进步需要这把钥匙,中国的现代化需要这把钥匙。

早在1959年5月,著名数学家华罗庚就在《人民日报》上发表了《大哉数学之为用》,精彩地论述“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁”等方面,无处不有数学的重要贡献。中国科学院数学物理学部王梓坤先生起草的《今日数学及其应用》课题中,特别强调了数学的贡献,他说:“数学的贡献在于对整个科学技术(尤其是高新技术)水平的推进与提高,对科技人才的培养和滋润,对经济建设的繁荣,对全体人民的科学思维与文化素质的哺育,这四方面的作用是极为巨大的,也是其他学科所不能全面比拟的。”^③

前任武汉大学校长齐民友教授甚至说:

没有现代的数学就不会有现代的文化,没有现代数学的文化是注定要衰落的。

美国科学院院士J. G. Glimm曾幽默地说过一句话:

40年前中国有句话说“枪杆子里面出政权”,而从90年代起,在全球应是“科学技术里面出政权”。

高新技术是保持国家科技竞争力的关键因素,而高新技术的基础是基础研究,基础研究的基础是数学。

近年来,数学教学作为培养高层次人才的重要内容之一,已越来越受到全社会特

① 胡塞尔. 欧洲科学危机与超验现象学. 上海:上海译文出版社,1988: 27.

② 马利坦. 科学与智慧. 上海:上海社会科学出版社,1992: 32.

③ 严士健. 面向21世纪的中国数学教育. 南京:江苏教育出版社,1994: 34.

别是高等学校的重视。南京大学在全校学生中(包括全部人文、社会科学各专业的学生)开设高等数学课,学生必须参加全校数学统考且过关,否则不授予学位。北京大学从1994年起,也第一次为文科实验班,文、史、国际政治以及外语等专业开设了高等数学。但是,对更多的学校来说,普及高等数学的任务还相当艰巨。目前,美国大学招生的SAT(能力测验)只考数学和英语两个科目,各科满分是800分。1997年,数学平均分515分,英语平均分506分。

二是我个人的体会。近年来,我接触了一些文化研究者,主要是年轻人,包括我自己指导的研究生。在与他们的交往以及指导研究生论文的过程中,我发现,有些人尽管说话条条是道,或者说已经占有了大量资料和素材,甚至有的资料可以倒背如流,但是做起文章来,往往不得要领,思路不清楚,立意不新颖,缺少思想火花。之所以如此,我以为一个重要的原因就是缺少方法论方面的基本素养,而方法论方面的基本知识,除了从哲学中获取,还应从数学那里获取。历史地看方法论,我以为是数、哲同源。我后来就经常介绍他们看一些数学、哲学方面的书,特别是数学方面的书。大多数人反映啃起来很痛苦,但有少数硬着头皮坚持下来的,说读了数学之后,简直是顿开茅塞,获益匪浅,真有点开窍了的感觉。所以,我也就产生了要写一本数学文化方面的书的想法。因为哲学方面的书太多了,可以说汗牛充栋,无须我再赘言。

三是自己具备一些基本条件。这些年来,我主要从事文化方面的研究,包括中西文化比较,中国传统文化,以及结合我从事的工作而进行的新闻文化方面的研究,应当说对文化问题有一些自己的想法。再者从所学专业来讲,我本来是南京大学数学系毕业的。虽说读书时在“文革”中受“左”的思潮影响,一些课程没有学好,又加上30多年不搞数学,以致大部分东西都已还给老师了,不过有时心血来潮,再翻翻一些数学专业方面的书,基本的东西还是可以温习掌握的。我想,可能从这个意义上来说,由我来搞数学文化,兼跨两个行当,有一定优势:既不像一些纯搞文的人来搞数学,那可以说如读天书;而对大多数一直搞数学的人来讲,同时具有较好文化研究方面素养的也是不多的。

四是数学文化方面取得的研究成果。国内学术界这些年来出版或者翻译了一些数学与文化方面的著作,取得了一些重要成果。应当承认,由于多方面的原因,有些很不错的书未在社会上产生大的反响。比如湖南教育出版社翻译出版了一批国外的数学思想史、方法论方面的书。复旦大学出版社、上海教育出版社等,都出版了一些非常好的译著。所有这些,尽管不是从一个完整的体系上研究数学文化,但也从多方面提供了可资借鉴的东西,拓宽了我的视野,增强了我的信心。还有,我在新闻文化及新闻学研究方面也出版了五本书,从写作的体例上,也为我要撰写《数学文化》提供了经验。

采用什么样的体例,或者说怎样写,如何定位,这是写作本书碰到的第一个问题。我想,首先这不是一本数学专著,写数学专著是数学家的事,再说我也不胜其力。当然,这也不是一本科普读物,它既不同于M. 克莱因的《古今数学思想》,也不同于

R. 柯朗、H. 罗宾的《数学是什么》。《古今数学思想》原著洋洋洒洒 51 章共 1230 页，翻译本有 1435 页。我写这本《数学文化》，是把数学当作一种文化去研究，当作一种文化现象、思想方法、艺术追求。早在明末清初，我国就有一批志士先贤以包容的心态接受了西方传进的数学思想，把数学看成一种崭新的文化，是人类如何对待世界的一种新的态度，新的思维方法。最典型的要数徐光启翻译了欧几里得的《几何原本》。他在一篇《几何原本杂议》中说：“此书有四不必：不必疑，不必揣，不必试，不必改。有四不可得：欲脱之而不可得，欲驳之而不可得，欲减之而不可得，欲前后更置之而不可得。有三至三能：似至晦，实至明，故能以其明明他物之至晦；似至繁，实至简，故能以其简简他物之至繁；似至难，实至易，故能以其易易他物之至难。易生于简，简生于明，综其妙简明而已。”当时徐光启已充分认识到这种新数学的特点在于它追求完全确定的知识，并以此驾驭人类的一切知识。特别是在提高人的认识能力的作用上。他说：“此书为益，能令学者祛其浮气，练其精心，学事者资其定法，发其巧思。故举世无一人不当学。”在与当时（17 世纪初）中国传统的数学文化比较时，徐光启尖锐地批评了封建社会末期中国文化中的落后成分，这就是“其一为名理之儒，土苴天下之实事；其一为妖妄之术，谬言数有神理。”三百多年前的徐光启正是按这个意义来理解现代数学作为一种新的文化的。

可以这样说，没有任何一种学科能像数学这样泽被后人。数学是一种完全的可靠的知识，是一种科学，它给人以理性。

爱因斯坦在谈到数学时说：

为什么数学比其他一切科学受到特殊的尊重，一个理由是它的命题是绝对可靠的和无可争辩的，而其他一切科学的命题在某种程度上都是可争辩的，并且经常处于会被新发现的事实推翻的危险之中。

数学之所以有高声誉，还有另一个理由，那就是数学给予精密自然科学之某种程度的可靠性，没有数学，这些科学是达不到这种可靠性的。^①

把数学作为一种文化研究，还在于它表现了一种前所未有的探索精神，创新精神，它的理性思维的功能发挥得淋漓尽致，它给人提供的不仅仅只是思维模式，同时又是一种有力的解决问题的工具和武器，既反映了思维上的合理性和价值趋向，又拓展了人们的思想解放之路，因为数学常常是自己否定自己的。

正是基于上面的这些原因和想法，我在本书中提出了数学文化的学科观、社会观、哲学观、美学观、创新观、方法论等，试图从数学文化的内涵和外延方面，尽量给人一个清晰的轮廓，最终使数学专业和非数学专业的人都能从中获得一种思维的力量，推动人们文化素质的提高。

一般讲，每个人都有或几个美好的愿望。美好的愿望能给人以力量。但是，美好愿望的实现往往与付出的劳动成正比，愿望越美妙，付出的劳动就越大。产生写

^① 爱因斯坦文集，北京：商务印书馆，1976：136。

《数学文化》的想法最早始于1991年,记得1997年看到一本《数学精英》^①,其中有一节是这样写的:

当我们开始从数学史中理出一条特殊的线索时,我们很快就会产生一种沮丧的感觉:数学本身就像一个巨大的墓地,不断添进需要永久纪念的新死者。对这些新死者,如同对5000年前为永久纪念而安葬在那里的少数死者一样,必须这样展示,以使它们似乎仍保持着生前充沛的活力;事实上,必须造成这样的幻觉:他们的生命从来也没有终止。这种假象必须十分自然,甚至挖掘这一陵墓的最多疑的考古学家也会为之感动,而与活着的数学家们一起宣称:数学真理是不朽的、不可磨灭的。昨天如此,今天如此,永远如此;它们是形成永恒真理的真正材料,是人类在生、死和衰退的循环往复背后瞥见的永恒。

对于任何科学的进步,发明者和完善者都是必要的。每一个探索者,除了他的“侦察兵”以外,还必须有追随者,由他们去告知世界他发现了些什么。但是对人类的大多数来说,公正与否无关紧要。首先指出新途径的探索者更引人注目,即便他本人只向前蹒跚地跨出了半步。因而我们将追随开创者而非发展者。幸而历史是公正的,数学上大多数开创者也是无可匹敌的发展者。

为发明那些现在视为常识般简单的东西——例如,我们写数字的方式,它的值的“定位系统”,以及符号零的引进,后者最终完善了定位系统——人们花费了难以置信的劳动。甚至更简单的东西,包括最基本的数学思想——抽象和概括,人们一定也经过了多少个世纪的斗争才设想出来。然而,它们的创始人已经湮没无闻,他们的生活和特点没有留下任何痕迹。比如,伯特兰·罗素曾说过:“一定经过了许多年代,人们才发现了一对野鸡和两天都是数字2的例子。”罗素自己的“2”或任何其他正整数的逻辑定义的形成,大约经过了25个世纪的文明。

还有,我们在开始学习几何时就(错误地)认为我们完全了解了点的概念,它在人类作为一个艺术的、洞穴绘图动物的生涯中,一定出现得很晚。英国的数学物理学家拉姆·霍勒斯就曾想要“为那些把数学点做了最高类型的抽象的无名数学发明者竖一座纪念碑,因为这种抽象从一开始就是科学工作的必要条件”。

那么,究竟是谁发明了数学点呢?在某种意义上是兰姆的被忘却了的人;在另一种意义上,是欧几里得及他的定义:“一个点就是既无大小也无长度”;而在第三种意义上是笛卡儿及他的“点的坐标”的发明;直至最后,正如一些专家今天在几何学中所做的,神秘的“点”被一些更为有用的东西——以确定次序写成的一系列数——所代替。它们把被忘却了的人和他全部永久湮没了的神联系在一起。^②

① [美]贝尔 E.T. 数学精英. 徐源译. 宋蜀碧校. 北京:商务印书馆,1994.

② [美]贝尔 E.T. 数学精英. 徐源译. 宋蜀碧校. 北京:商务印书馆,1994: 9-13.

抄录完上面这一大段话后,我掩卷长考,思绪万千。

我想,人类文明的生生不息,总是薪尽火传的。无数的人都在如数学的“点”那样去做出自己的工作,尽管真正像“点”一样刻写在那块发明者的纪念碑上的人毕竟是少数,但人们并没有因此而失去对美好愿望的追求。

因此,那次阅读之后,我完成了一本《数学文化导论》,并于1999年由南京大学出版社出版。《数学文化导论》出版7年来,一直受到学界的关心。随着时间的推移,我对那本书越来越不满意,且有了一些新资料和新想法。2006年秋天,我到北京遇到老朋友、清华大学出版社梁恩忠先生,向他谈了想出一本新的数学文化的想法,他很支持。2006年11月下旬,我接到恩忠的信及合同书,知道选题已获批准,便立即投入写作工作,期望能早日交稿。

从体系到内容,《数学文化》对《数学文化导论》都是一个超越。首先是调整了体系结构,增加了“数学文化的学科体系”的内容,提出数学文化学科体系中的“元”概念,特别是关于数学文化学科体系的“三元结构”。应当说,这个思想还是有创意的。我用“自在价值”、“应用价值”、“工具价值”构建数学文化的学科体系,具备了较高的理论思维和开阔的学术视野。实际上,这也是借鉴了我在研究新闻文化时的一些思维模式和方法。

其次是增加了一些较直观的图例,比如在讲到逻辑思维时,增加了一部分关于“错觉”的内容,让人在欣赏中不自觉地就获得了知识,需要说明的是这部分内容是直接转引的。包括对弱抽象与强抽象的理解,也和《数学文化导论》有明显不同。

再者就是提出了“数学文化是先进生产力”的概念,同时还增加了数学与信息传播的内容,这在以往研究数学文化的许多著作中是没有的。数字化时代的到来,使得数学文化的作用更大。

另外,还增加了数学文化与构建和谐社会的内容,这部分内容主要是从法律模型切入。

写一本数学文化方面的书是我多年来的一个愿望。但是,作为博大精深的数学学科,对它在文化上的理解及对人类启蒙作用的诠释,无论怎样去评价它的重要性,我想都不会过分的。或许正是由于这一点,越是深入进去,越觉着此事之艰难,这种艰难更多的体现在对数学学科缺乏了解、缺乏研究。因此,从这个意义上来讲,我是知其不可而为之。

因此,我的做法是:首先,建一个框架体系,然后再去理解数学文化,更多的是从文化的层面理解数学思想。其次,遇到一些比较专业的数学内容,直接引用或借鉴名家名作,但决不掠人之美,均注明出处。但是有一些转引且又很难查到原著的,没有作注,亦请原著者谅解。基于这方面的考虑,因此本书的署名用编著,特此说明,并向所有被本书引用的著作者表示最诚挚的谢意,因为我们都是为了普及数学文化。

数学作为一门学科,已经是枝繁叶茂。研究数学与文化的文章和书籍已出版不少,但是明确提出“数学文化”的书和文章却很少。所以,本书的出版只能说是对自己

过去研究的一种补充或者说是一种执著吧。因此,恳请读者批评指正,同时也希望有更好的数学文化方面的著作出版。

当我从 1991 年就执意要闯进这个未开垦的处女地始,一直到今天提笔写这篇序言,其间甘苦自不必多言。确实,我真的并不在乎是不是像著名数学家贝尔说的那样,是不是往那纪念碑上刻写了“点”的纪录,我只在乎自己是否努力了,只要真心努力了,哪怕是跋涉了一小步,我也就觉得不愧对自己了。

方延明

2007 年 4 月

目 录

第 2 版序言	I
序言 我为什么要写这本书	III
第 1 章 引论：数学是什么	1
1.1 万物皆数说	3
1.2 符号说	5
1.3 哲学说	6
1.4 科学说	7
1.5 逻辑说	8
1.6 集合说	8
1.7 结构说	9
1.8 模型说	11
1.9 工具说	13
1.10 直觉说	14
1.11 精神说	14
1.12 审美说	15
1.13 活动说	16
1.14 艺术说	16
第 2 章 数学文化的学科体系	18
2.1 数学文化的“元”概念	18
2.2 数学文化的“三元结构”	22
2.2.1 自在价值(概念)	22
2.2.2 工具价值(方法)	24
2.2.3 应用价值(模型)	25
2.3 数学文化的外延性	26

2.3.1 数学与文学	27
2.3.2 数学与史学	29
2.3.3 数学与哲学	30
2.3.4 数学与经济	30
2.3.5 数学与语言	31
2.3.6 数学与高科技	34

第3章 数学文化的哲学观 37

3.1 数学文化的哲学思维.....	38
3.1.1 抽象思维	38
3.1.2 逻辑思维	43
3.1.3 形象思维	46
3.1.4 直觉思维	49
3.2 数学文化的对思维.....	52
3.2.1 宏观与微观	52
3.2.2 抽象与具体	53
3.2.3 证明与非证明	54
3.2.4 有限与无限	59
3.2.5 先天知识与后天经验	62
3.2.6 必然性和偶然性	63
3.2.7 量变与质变	66

第4章 数学文化的社会观 70

4.1 数学文化的社会化功能.....	70
4.1.1 作为社会资源的功能	70
4.1.2 作为符号的功能(语言)	72
4.1.3 作为模型的功能(结构)	79
4.2 数学文化是先进生产力.....	90
4.2.1 数学文化与信息传播	90
4.2.2 数学文化与和谐社会	97
4.2.3 数学文化与效益最大化.....	100
4.2.4 数学文化与科技转化.....	105
4.2.5 数学文化与可持续发展.....	109

第5章 数学文化的方法论..... 113

5.1 数学文化的辩证法	113
--------------------	-----

5.1.1	具体与抽象	113
5.1.2	演绎与归纳	118
5.1.3	发现与证明	123
5.1.4	分析与综合	128
5.2	数学文化的一般方法	130
5.2.1	类比法	130
5.2.2	归纳法	132
5.2.3	化归法	134
5.2.4	约定法	137
5.2.5	迭代法	138
5.2.6	论证法	140
5.2.7	逐步逼近法	144
第6章	数学文化的美学观	146
6.1	审美与数学文化	147
6.1.1	数学美的评价尺度	147
6.1.2	美是数学家的重要素质	148
6.2	数学美的实质	150
6.3	数学中的和谐美	150
6.3.1	统一美	151
6.3.2	协调美	158
6.3.3	对称美	164
6.4	数学中的符号美	171
6.5	数学中的奇异美	177
6.5.1	关于形“奇”	177
6.5.2	关于意义“奇”	182
6.5.3	关于数字“奇”	185
第7章	数学文化的创新观	191
7.1	数学文化的原创性特点	191
7.2	数学对其他新兴学科的支撑作用	200
7.2.1	数学与爱因斯坦的相对论	200
7.2.2	数学与麦克斯韦方程组	201
7.2.3	数学与量子力学	202
7.2.4	数学成就了牛顿	203
7.3	数学创新的基本方法	206

7.3.1	关于扩张法	206
7.3.2	关于发现法	211
7.3.3	科学发现的精神状态	217
7.4	怎样实现数学的创新	219
7.4.1	善于观察	219
7.4.2	勤于思考	221
7.4.3	大胆想象	222
7.4.4	持之以恒	223
7.4.5	保持良好的创造欲望	224
第8章	简明数学思想史	227
8.1	5000年数学走过四段路	227
8.1.1	第一阶段(公元前30世纪—公元前6世纪)	227
8.1.2	第二阶段(公元前5世纪—公元16世纪)	231
8.1.3	第三阶段(17—19世纪)	243
8.1.4	第四阶段(19世纪下半叶至今)	252
8.2	数学史上的四次思想解放	266
8.2.1	承认“无理数”是第一次思想解放	266
8.2.2	微积分的产生是第二次思想解放	267
8.2.3	非欧几何的诞生是第三次思想解放	269
8.2.4	罗素悖论引出的数学基础研究是第四次思想解放	271
附录	数学猜想一览表	274
	主要参考文献	286
	后记	287