

五年制专科层次小学教师培养教科书

数学

第4册

SHUXUE

湖南省教育厅组织编写

(试用)



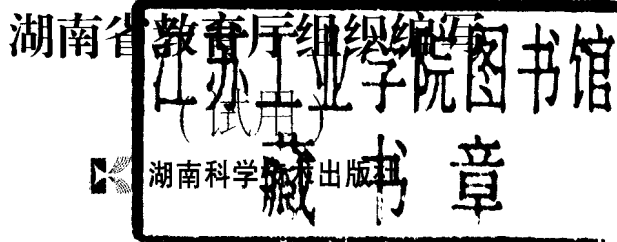
湖南科学技术出版社

五年制专科层次小学教师培养教科书

数 学

第 4 册

SHUXUE



图书在版编目 (C I P) 数据

数学. 第4册 / 湖南省教育厅组织编写. 詹小平主编.
—长沙: 湖南科学技术出版社, 2009.2
五年制专科层次小学教师培养教科书
ISBN 978-7-5357-5588-9

I. 数… II. ①湖…②詹… III. 数学—小学教师—师资培养—教材 IV.O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 011963 号

五年制专科层次小学教师培养教科书

数学 (试用) 第4册

组织编写: 湖南省教育厅

主 编: 詹小平

策划组稿: 黄一九 刘堤地 贾平静

责任编辑: 贾平静 汤伟武

出版发行: 湖南科学技术出版社

社 址: 长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系: 本社直销科 0731-4375808

印 刷: 长沙化勘印刷有限公司

(印装质量问题请直接与本刊联系)

厂 址: 长沙市青园路 4 号

邮 编: 410004

出版日期: 2009 年 2 月第 1 版第 1 次

开 本: 700mm×1000mm 1/16

印 张: 12.25

字 数: 212000

书 号: ISBN 978-7-5357-5588-9

定 价: 22.00 元

(版权所有·翻印必究)

湖南省小学教师教育教材建设委员会

顾问 许云昭 郭开朗 管培俊

主任 张放平

副主任 朱俊杰 周德义

成员 (以姓氏笔画为序)

王玉清 王永久 王身立 邓士煌

左清 白解红 石鸥 李纪武

李求来 李维鼎 李艳翎 顾松麒

凌宪初 黄超文 赖阳春

※ ※ ※ ※ ※

本书主编 詹小平

副主编 卓志红

编写人员 詹小平 卓志红 唐剑雄 郑果

李明亮 谢立红 赵小超

序

PREFACE

进入新世纪,随着我国社会主义市场经济体制的确立和科学技术进步日新月异,整个社会对优质教育资源日益增长的需求以及教育自身的改革与发展不断深入,对教师队伍建设提出了更新、更高的要求。按照教育部“教师教育要有计划、有步骤、多渠道地纳入高等教育体系”的部署,各地积极推进三级师范向二级师范的过渡,有力地提升了小学教师培养的学历层次。但是,经过几年的实践,我们发现,虽然小学教师培养的层次提升了,形式过渡了,但由于培养内容和模式没有进行相应的调整 and 改革,因此,培养的质量和效益没有得到相应的提高,有的地方甚至在下降。同时,一个不能否认的事实是,目前小学教师队伍的年龄结构、学科结构、学历结构、知识结构、教育观念、教学方法、创新意识和创新能力还不能适应教育现代化的发展要求,小学教师队伍年龄老化现象比较严重,农村小学音乐、美术、综合课教师短缺,信息技术和英语教师严重不足,受过高等教育的小学教师的比例仍然很小,这些都严重地妨碍了基础教育持续、健康和均衡发展。

2005年3月,根据湖南省委、湖南省人民政府关于加强农村中小学师资队伍建设的决定和部署,湖南省教育厅针对当前农村小学教师年龄老化和教师教育中生源质量下降,师范专业教育弱化,教育实习环节不落实等突出问题,成立专题调研组,深入师范院校和市(州)、县(市、区)教育部门及中小学校,就中小学教师培养情况开展调研,撰写了专题调研报告。当时,我在湖南省人民政府担任副省长,主持全省的教育工作时认真审读了这个调研报告,对此报告给予充分的肯定并就中小学教师培养工作提出了一系列建议与意见。在此基础上,湖南省人民政府办公厅批转了湖南省教育厅《关于进一步加强中小学教师培养工作的意见》(以下简称《意见》),决定采取有力措施进一步完善教师教育体系结构,规范教师教育办学秩序,加强教师教育宏观规划与管理,同时还决定在全省实施农村小学教师定向培养专项计划,以此为突破口吸引优秀初中毕业生报考教师教育专业,改革师范生培养模式,强化实践教学环节,全面加强小学教师培养工作。教育部对湖南省这项工作给予高度评价,并于2005年12月专门发简报向全

国推介。

根据《意见》的要求,湖南省教育厅开始实施农村小学教师定向培养专项计划,为全省农村乡镇以下小学定向培养五年制专科层次小学教师。2006年和2007年两年共招生录取优秀初中毕业生3102名。这批学生分别与其所在县政府签订了协议书,承诺毕业后回协议所在县(市、区)乡村小学服务5年以上,对此,社会各界反响非常好。2007年《中共湖南省委、湖南省人民政府关于建设教育强省的决定》计划“十一五”期间以这样的方式为农村培养1万名小学教师。

接下来,将这些学生培养成什么样的小学教师,以及如何来培养的问题摆到了我们的面前。基于以下几个方面的考虑,我们决定按“全科型”模式培养这批学生,即使他们成为“适应基础教育改革、发展和全面实施素质教育的需要,能够承担小学各门课程的教学任务,基本具备从事小学教育、教研和管理的能力,具有一定的专业发展潜力,德、智、体、美等全面发展的专科学历”的小学教师。这是因为:

第一,小学生具有整体认知世界和生性活泼的心理特点,要求教师具有良好的知识结构和综合能力,具有能歌善舞、能写会画的艺术素质,对儿童富有爱心、同情心、恒心和耐心。第二,传统的中等师范学校培养的小学教师知识面较宽,音乐、美术、体育、“三笔字”、普通话等基本功扎实,教学技能突出,动手能力较强,能很快胜任小学各学科教学,基本属于全科型小学教师类型。第三,实践证明,按学科专业教育与教师专业教育相分离的模式进行分科培养的小学教师,不能很好地适应小学教育。第四,西方发达国家普遍认为小学教师是一种综合性职业,应通过一体化的训练使师范生成为符合现行小学教育要求的合格教师,能够胜任小学阶段国家统一课程所有学科的教学。第五,目前我国农村地区地域辽阔,地形复杂,教学点多面广且规模很小,有的地方甚至是一人一校,在现行的教师编制标准的前提下,客观上要求每个教师必须能够胜任各科教学,有时还要求能够“包班”。第六,由2~3个教师教授一个班的小班化教学是我国基础教育与国际接轨的必然趋势,这有利于增强教师的责任感,增加教师与学生交流、沟通的机会,从而全方位地了解学生,并给予学生更多的关心、关注和鼓励。

构建科学、合理的课程体系是实现“全科型”小学教师培养目标的关键。为此,我们成立了“湖南省小学教师教育教材建设委员会”,分三个步骤进行课程开发:一是制订颁发《湖南省五年制专科层次小学教师培养课程方案(试行)》,将课程体系分为必修、选修两大块,其中必修部分分文化、教学技能、课程教学

理论、教育实践四大模块。该课程体系的最大特点是降低了文化类课程所占比重(53.2%),提高了教育理论和实践类课程比重(24.7%),并根据农村小学教育的需要设置英语、音乐、美术、体育、计算机必修课,鼓励学生发展个性和特长。二是按严格程序研制学科教学大纲。先采取招标(邀标)的方式,从专业、职称、教师教育资历、科研成果等方面,确定参与编写教学大纲的人员,然后组织教师教育专家、教师教育第一线教师、学科专家、优秀小学教师等各方面人员组成评审组,对教学大纲进行初审、终审和最后鉴定,直到合格为止。三是在对培养目的、意义、步骤、内容选择及编排、使用等方面进行论证的基础上,组织编写五年制专科层次小学教师培养的整套教材。

教材是课程的重要载体,是实现课程目标的根本保障。由湖南省教育厅组织编写的这套教材是湖南省教师教育研究群体集体智慧的结晶,具有以下三个方面的显著特点。

一、科学性。每本教材都在研制教学大纲的基础上编写,由学科专家组最后审定,既注重学科知识内在体系的完整性,又吸收学科最新研究成果。整套教材反映了当今世界教师教育的发展趋势,力求加强学科之间的相互渗透和知识整合,形成功能互补、相互协调的知识体系。

二、针对性。充分考虑培养对象的初中学历起点、可塑性强及专业发展方向等因素,将文化基础课定位在与专科学历相适应的水准,开足英语、音乐、美术、体育、舞蹈等课程,增加教育类课程,强化教育实践,力求满足我国基础教育课程改革对小学教育发展和农村小学教师的新要求。

三、实用性。借鉴传统中等师范教材、现行师范专科教材及国外小学教师培养教材的成功经验,在内容选择上力求使学生“知识博、基础实、适应广”,具有宽泛、扎实的理科、文科、艺术、信息技术、教育学、心理学、教育法律和法规等方面的知识,在内容编排上,注重由浅入深、循序渐进,符合学生的身心特点和认知规律,力求使师生易教易学。比如英语、音乐、美术、体育、计算机等课程,除基础课外,还增加了选修课,内容更多,难度更大,要求更高,目的在于发展学生的个性和特长。

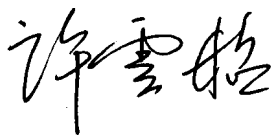
基础教育的基础在小学。一个人可能不接受高等教育,但不能不读小学,否则他(她)就是文盲,就无法生存和立足于当今社会。因此,小学教育的重要性无论怎么强调都不过分。我分管教育多年,十分关注教师队伍尤其是小学教师队伍建设,深切感受到在经济发展水平和教育硬件相对薄弱的背景下,加强教师队伍建设是促进教育事业发展的根本依靠。由于目前专科层次小学教师培养教材的使用处于无序状态,编写这套培养“全科型”小学教师的教材,既

是小学教师队伍建设的重要内容，也是一项开创性的工作，可以在小学教师培养史上浓墨重彩地写上一笔。坦率地说，这也是我经历过的最有意义的工作之一。

由于时间短、任务重，这套“全科型”小学教师培养教材可能还有不尽如人意之处。建议先试用，然后，组织力量对教材的使用情况进行广泛调研，在征求教师、学生意见和建议的基础上，对教材进行修订，努力使教材更完善，以不断适应基础教育改革与发展对小学教师培养的要求。

恰逢今天是我国第23个教师节，让我以激动的心情向广大教师与教育工作者致以节日的问候，并向教育界和全社会推荐湖南省教育厅组织编写的这套“全科型”小学教师培养教材。

是为序。



2007年9月10日

目 录

CONTENTS

第十一章 排列、组合和二项式定理	(1)
引言	(1)
11.1 分类计数原理与分步计数原理	(1)
11.1.1 分类计数原理	(1)
11.1.2 分步计数原理	(3)
11.2 排列	(8)
11.2.1 排列的概念	(8)
11.2.2 排列数公式	(10)
11.3 组合	(17)
11.3.1 组合的概念	(17)
11.3.2 组合数公式	(19)
11.3.3 组合数的性质	(21)
11.4 二项式定理	(26)
11.4.1 二项式定理	(26)
11.4.2 二项式系数的性质	(29)
阅读材料 不尽相异元素的全排列和环状的排列	(34)
小结与复习	(37)
复习题十一	(39)
第十二章 概率统计初步	(42)
引言	(42)
12.1 事件与概率	(42)
12.1.1 基本概念	(42)
12.1.2 事件的关系与运算	(45)
12.1.3 古典概率	(49)
阅读材料 概率论的起源与发展	(57)
12.2 和事件概率的加法公式	(59)

12.2.1 互不相容事件的概率加法公式	(59)
12.2.2 任意两个事件 A, B 的概率加法公式	(61)
12.3 相互独立事件同时发生的概率	(64)
12.3.1 相互独立事件同时发生的概率	(64)
12.3.2 独立重复试验	(68)
阅读材料 抽签结果是否与抽签顺序有关	(72)
12.4 离散型随机变量的分布列、期望与方差	(73)
12.4.1 离散型随机变量的分布列	(73)
12.4.2 离散型随机变量的期望与方差	(81)
12.5 抽样方法与总体分布估计	(89)
12.5.1 抽样方法	(89)
12.5.2 总体分布的估计	(95)
12.6 正态分布	(100)
小结与复习	(105)
复习题十二	(111)
第十三章 初等数论初步	(115)
引言	(115)
13.1 整数的整除性	(115)
13.1.1 整除	(115)
13.1.2 质数与合数	(128)
13.1.3 最大公约数和最小公倍数	(131)
13.1.4 算术基本定理	(136)
阅读材料 哥德巴赫猜想	(141)
13.2 不定方程	(142)
13.2.1 一次不定方程	(143)
13.2.2 一次不定方程组	(151)
阅读材料 韩信点兵, 多多益善	(155)
13.3 同余	(156)
13.3.1 同余的概念及基本性质	(157)
13.3.2 剩余类与完全剩余系	(161)
13.3.3 费马小定理和欧拉定理	(164)
阅读材料 同余式在密码学中的应用	(169)
小结与复习	(170)

复习题十三.....	(175)
附表 1 随机数表	(177)
附表 2 标准正态分布表	(181)
后记.....	(183)

第十一章 排列、组合和二项式定理

引言

某校举行学生男子篮球赛,共有 24 个队参赛. 如果比赛先分成四组,每组 6 个队都进行单循环赛,然后由各组的前两名共 8 个队再进行单循环赛,确定 1~8 名的名次,那么一共要进行多少场比赛? 用红、黄、绿三面旗帜组成航海信号,信号可以由一面或两面或三面旗帜组成,颜色的不同排列表示不同的信号,一共可以组成多少种不同的信号? 若某城市交通管理部门规定该城市的汽车牌照都必须有 3 个不重复的英文字母和 3 个不重复的阿拉伯数字,并且 3 个字母必须合成一组出现,3 个数字也必须合成一组出现,那么这种办法共能给多少辆汽车上牌照? 以上这些是我们日常生活和实际工作中经常会遇到的问题.

虽然用列举法我们可以把一些问题所求的各种方法一一列举出来,但当这个数很大时,例如上面的汽车牌照问题,列举的方法就很难实施了.

本章将要学习的计数原理和排列、组合知识,能帮助我们解决上面这样类似的问题.

作为排列、组合知识的一个应用,本章我们还将要学习在数学中应用很广泛的二项式定理.

11.1 分类计数原理与分步计数原理

11.1.1 分类计数原理

看下面的问题:

从甲地到乙地,可以乘火车或汽车. 如果一天中,火车有 2 班,汽车有 3 班,那么一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法?

因为一天中从甲地到乙地,乘火车有 2 种走法,乘汽车有 3 种走法,这两类交通工具乘坐方法互不关联,每一种走法都可以从甲地到乙地,所以共有

$$2+3=5$$

种不同的走法,如图 11-1 所示.

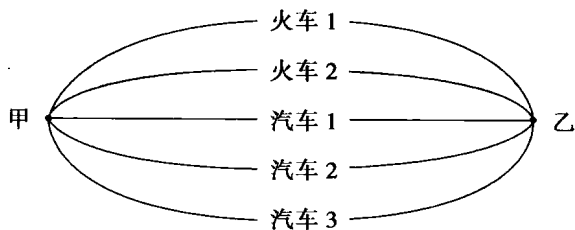


图 11-1

思考：上面这个问题有什么特征？

上述问题中，最重要的特征是这件事是“分类”来完成的：即从甲地到乙地，有乘火车或汽车两类方式，每一类方式中的每一种方法，都能独立完成从甲地到乙地这件事情，由于火车、汽车各不相同，因此从甲地到乙地的走法也是各不相同的。

一般地，有如下原理：

分类加法计数原理 完成一件事有两类不同方式，在第 1 类方式中有 m 种不同的方法，在第 2 类方式中有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N=m+n$$

种不同的方法。

【例 1】 某班有男生 30 名，女生 26 名，现在要从中选出一名同学担任班长，共有多少种不同的选法？

解：选班长可以分为两种方式，一种是选一名男生当班长，共有 30 种不同选法；另一种是选一名女生当班长，共有 26 种不同选法，根据分类加法计数原理，不同的选法共有

$$30+26=56(\text{种}).$$

答：共有 56 种不同的选法。

探究：①如果完成一件事有三类不同方式，在第 1 类方式中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类方式中有 m_2 种不同的方法，在第 3 类方式中有 m_3 种不同的方法，那么完成这件事共有多少种不同的方法？

②如果完成一件事有 n 类不同方式，在第 1 类方式中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类方式中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类方式中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有多少种不同的方法？

11.1.2 分步计数原理

看下面的问题：

从甲地到丙地的道路有 2 条，从丙地到乙地的道路有 3 条，问从甲地经过丙地到乙地，共有多少种不同的走法？

这个问题与前一问题不同。在前一问题中，乘任何一班火车或任何一班汽车，都能完成从甲地到乙地这件事情。而这个问题中，从甲地到乙地必须经过先从甲地到丙地，然后再从丙地到乙地这样两个步骤。第一步，从甲地到丙地，有 2 种不同的走法；第二步，从丙地到乙地，又都有 3 种走法，因此，从甲地经过丙地到乙地共有

$$2 \times 3 = 6$$

种不同的走法，如图 11-2 所示。

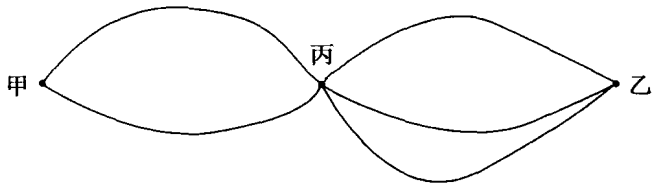


图 11-2

思考：这个问题又有什么特征？

上述问题中，最重要的特征是这件事是“分步”来完成的：即必须依次完成“从甲地到丙地”和“从丙地到乙地”这两个步骤，“从甲地到乙地”这件事情才能完成。

一般地，有如下原理：

分步乘法计数原理 完成一件事需要分成两个步骤。完成第 1 个步骤有 m 种不同的方法，完成第 2 个步骤有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N = m \times n$$

种不同的方法。

【例 2】 某班有男生 30 名，女生 26 名，现在要从中选出男、女生各一名担任班上一次活动的主持人，共有多少种不同的选法？

分析：选出两个主持人，可以分成两个步骤，第 1 步选男主持人，第 2 步选女主持人。

解：选主持人可以分为两个步骤，第 1 步，从 30 名男生中选出 1 名男主持人，

有 30 种不同的选法;第 2 步,从 26 名女生中选出 1 名女主持人,有 26 种不同的选法.根据分步乘法计数原理,不同的选法种数共有

$$30 \times 26 = 780 (\text{种}).$$

答:共有 780 种不同的选法.

探究: ①如果完成一件事需要分成三个步骤,做第 1 个步骤有 m_1 种不同的方法,做第 2 个步骤有 m_2 种不同的方法,做第 3 个步骤有 m_3 种不同的方法,那么完成这件事共有多少种不同的方法?

②如果完成一件事需要分成 n 步骤,做第 1 个步骤有 m_1 种不同的方法,做第 2 个步骤有 m_2 种不同的方法……做第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有多少种不同的方法?

思考: 分类加法计数原理和分步乘法计数原理有何联系?有何区别?

【例 3】 有 5 幅不同的国画,4 幅不同的油画,3 幅不同的水彩画.

(1) 从中任选一幅画装饰房间,有多少种不同的选法?

(2) 从这些国画、油画、水彩画中各选一幅装饰房间,有多少种不同的选法?

(3) 从这些画中选出两幅不同的画装饰房间,有多少种不同的选法?

解: (1) 从中任选一幅画装饰房间分为三类方式:第 1 类方式是从国画中选,有 5 种不同的选法;第 2 类方式是从油画中选,有 4 种不同的选法;第 3 类方式是从水彩画中选,有 3 种不同的选法.根据分类计数原理,共有

$$5 + 4 + 3 = 12$$

种不同的选法.

答:从中任选一幅画装饰房间,共有 12 种不同的选法.

(2) 从这些国画、油画、水彩画中各选一幅装饰房间可以视为三个步骤:第 1 步是选一幅国画,有 5 种不同的选法;第 2 步是选一幅油画,有 4 种不同的选法;第 3 步是选一幅水彩画,有 3 种不同的选法.根据分步计数原理,共有

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

种不同的选法.

答:从这些国画、油画、水彩画中各选一幅装饰房间,共有 60 种不同的选法.

(3) 从这些画中选出两幅不同的画分为三类:第 1 类方式是 1 幅选国画,1 幅选油画,有 $5 \times 4 = 20$ (种)选法;第 2 类方式是 1 幅选国画,1 幅选水彩画,有 $5 \times 3 = 15$ (种)选法;第 3 类方式是 1 幅选油画,1 幅选水彩画,有 $4 \times 3 = 12$ (种)选法.所

以共有

$$5 \times 4 + 5 \times 3 + 4 \times 3 = 47$$

种不同的选法.

答: 从这些画中选出两幅不同的画装饰房间, 共有 47 种不同的选法.

练 习

1. 填空:

某校美术课外活动小组有一年级学生 8 人, 二年级学生 10 人, 三年级学生 9 人,

(1) 选一个同学为总负责人, 有_____种不同的选法;

(2) 每一个年级各选一名组长, 有_____种不同的选法;

(3) 推选出其中 2 个同学去外校参观学习, 要求这 2 个人来自不同的年级, 有_____种不同的选法.

2. 用前 7 个大写英文字母和 1~9 九个阿拉伯数字, 以 A1, A2, ..., B1, B2... 的方式给教室里的座位编号, 总共能编出多少个不同的号码?

【例 4】 由数字 0, 1, 2, 3, 4 可以组成多少个不同的三位数(各位的数字允许重复)?

分析: 要组成一个三位数, 可以分成三个步骤完成, 即分别确定百位、十位和个位上的数字.

解: 要组成一个三位数, 可以分成三个步骤完成: 第一步确定百位上的数字, 因为 0 不能在百位上, 所以有 4 种选法; 第二步确定十位上的数字, 因为数字允许重复, 所以有 5 种选法; 第三步确定个位上的数字, 也有 5 种选法. 根据分步计数原理, 可以组成的三位数的个数是

$$4 \times 5 \times 5 = 100.$$

答: 可以组成 100 个不同的三位数.

思考: 在例 4 中, 如果各位上的数字不允许重复, 那么可以组成多少个不同的三位数?

【例 5】 甲、乙两个自然数的最大公约数为 90, 那么甲、乙两个数的公约数共有多少个?

分析: 求甲、乙两个数的公约数有多少个, 即为求 90 的约数有多少个.

解: 由 $90=2\times 3^2\times 5$ 可知:甲、乙两个数的公约数一定是 $2^m\times 3^n\times 5^p$ 的形式,其中 $m\in\{0,1\}$, $n\in\{0,1,2\}$, $p\in\{0,1\}$. 即甲、乙两个数的公约数可以看成分三个步骤完成,每个步骤又分别有 2,3,2 种不同的方法,因此甲、乙两个数的公约数共有 $2\times 3\times 2=12$ 个.

答: 甲、乙两个数的公约数共有 12 个.

【例 6】 随着人们生活水平的提高,某城市家庭汽车拥有量迅速增长,汽车牌照号码需要扩容. 交通管理部门出台了一种汽车牌照组成办法:每一个汽车牌照都必须有 3 个不重复的英文字母和 3 个不重复的阿拉伯数字,且 3 个字母必须合成一组出现,3 个数字也必须合成一组出现,那么这种方法能给多少辆汽车上牌照?

分析: 按照新规定,汽车牌照可以分成字母组合在左和字母组合在右 2 类,而确定一个牌照的字母和数字可以分为 6 个步骤.

解: 汽车牌照可以分成字母组合在左和字母组合在右 2 类. 字母组合在左时,可分下面 6 个步骤确定一个牌照的字母和数字:

第 1 步,从 26 个字母中任选一个,放在首位,有 26 种选法;

第 2 步,从剩下的 25 个字母中任选一个,放在第 2 位,有 25 种选法;

第 3 步,从剩下的 24 个字母中任选一个,放在第 3 位,有 24 种选法;

第 4 步,从 10 个阿拉伯数字中任选一个,放在第 4 位,有 10 种选法;

第 5 步,从剩下的 9 个数字中任选一个,放在第 5 位,有 9 种选法;

第 6 步,从剩下的 8 个数字中任选一个,放在第 6 位,有 8 种选法.

根据分步乘法计数原理,字母组合在左的牌照共有

$$26\times 25\times 24\times 10\times 9\times 8=11\ 232\ 000(\text{个}).$$

同理,字母组合在右的牌照也有 11 232 000 个.

所以,共能给

$$11\ 232\ 000+11\ 232\ 000=22\ 464\ 000$$

辆汽车上牌照.

答: 共能给 22 464 000 辆汽车上牌照.

思考: 请你归纳一下用分类加法计数原理和分步乘法计数原理解决计数问题的方法.

用两个原理解决计数问题时,关键是在开始计算前要仔细分析解决问题是需要分类还是需要分步.