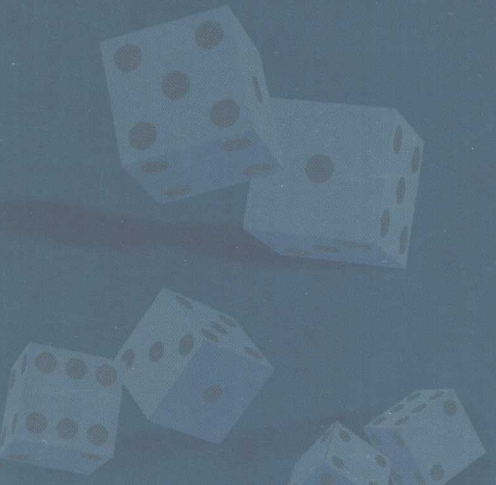
（第三版）

应用概率统计

Applied Probability and Statistics

天津大学理学院数学系概率教研组　编



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

应用概率统计

Applied Probability and Statistics

（第三版）

天津大学理学院数学系概率教研组 编

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是天津大学理学院数学系所编《应用概率统计》第三版，依据教育部最新的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”对原书第二版进行修订而成.内容包括：随机事件与概率、随机变量及其概率分布、数字特征、大数定律与中心极限定理、样本与统计量、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析、泊松过程、马尔可夫链、平稳过程.

本书内容丰富、说理透彻、文字流畅，有大量实际问题的例子，对于揭示概念和理论的本质有较大作用.书末附有习题答案，便于教学和读者参考.本书可作为高等院校工科、经济、管理、农医等专业概率统计课程的教材，也可作为工程技术人员、实际工作者自学参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

应用概率统计/天津大学理学院数学系概率教研组编.—3版.—天津：天津大学出版社，2008.6
ISBN 978-7-5618-2741-3

Ⅰ.应…　Ⅱ.天…　Ⅲ.①概率论②－数理统计　Ⅳ.021

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第120736号

出版发行　天津大学出版社
出 版 人　杨欢
地　　址　天津市卫津路92号天津大学内(邮编：300072)
电　　话　发行部：022-27403647　邮购部：022-27402742
网　　址　www.tjup.com
短信网址　发送“天大”至916088
印　　刷　河北省昌黎县第一印刷厂
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　140mm×203mm
印　　张　15.25
字　　数　475千
版　　次　2008年6月第3版
印　　次　2008年6月第1次
印　　数　1－5 500
定　　价　25.00元

第三版前言

本书第二版自1999年面世以来已重印了六次.本书第三版是在第二版的基础上,依据教育部最新制定的"工科类本科数学基础课程教学基本要求",吸收国内外同类优秀教材成果,并结合我校近年来教学实践经验修订而成.

本次修订工作力求按照精品课程教材的要求,在保持本书第二版优点、特色的前提下,继续坚持改革,反复锤炼,努力反映国内外概率统计课程改革和学科建设的最新成果,体现创新教学理念,有利于激发学生自主学习,有利于提高学生的综合素质和创新能力.

全书内容共分三部分.概率论(第1章至第5章)是随机数学的理论基础,内容包括随机事件与概率、随机变量及其概率分布,随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理;数理统计部分(第6章至10章)内容包括参数估计、假设检验、方差分析和回归分析等常用的统计方法;随机过程(第11章至13章)是应用随机模型解决实际问题的有力工具,内容包括随机过程的基本概念及泊松过程、马尔可夫链、平稳随机过程等重要应用的模型.

本次修订依据"概率统计课程教学的基本要求",删去了原书二版中的第11章(统计软件包SAS简介,该内容将在数学实验课程中专门介绍),其余各章内容也都作了适当增删.如第7章(参数估计)中给出了构造置信区间的一般方法——枢轴变量法.全书例题、习题的总量也有适当增加.

本次教材修订工作，由宋占杰统筹组织. 对本书第二版修订的意见稿，分别由陈云兰、马利霞、关静、王勇、胡飞、孙晓晨、胡玉梅、赵志华、杨玲玲、宋占杰分工完成. 在此基础上本书第二版的修订工作由第二版原作者欧俊豪、王家生、徐漪萍、刘嘉焜分工合作完成，并由王家生、宋占杰完成统稿工作.

本次教材修订工作得到了天津大学理学院数学系领导的大力支持和帮助，天津大学出版社对本书第三版出版给予了多方面支持，在此一并致以衷心的感谢.

由于作者水平所限，疏漏和错误之处，恳请同行和读者批评指正.

编者

2007 年 10 月于天津大学

第二版前言

本书是在1990年8月出版的第一版的基础上，总结天津大学近年来教学经验修订而成，可作为高等学校工科、理科（非数学专业）概率论与数理统计课程的教材，也可供工程技术人员参考.

本书内容分三部分.第一部分是概率论基础（第1章至第5章），主要内容有随机事件与概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理.第二部分是数理统计（第6章至11章），主要内容有数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析、统计软件包SAS简介.第三部分是随机过程（第12章至第14章），主要内容有随机过程的基本概念、马尔可夫链、平稳随机过程.

为培养面向21世纪高层次工程技术人才，提高学生运用高科技手段解决随机问题的能力，本书在精练原有教材成熟部分的基础上，新增加了“随机过程”和“统计软件包SAS”两部分内容.SAS是目前国际最为著名的统计分析软件之一，具有技术先进、功能强大和使用方便的特点.此部分选用了本书的例题作为实例详细介绍了SAS的使用方法.

我们在编写本书时，自始至终注意说明各概念的现实背景和实际意义，对基本原理和方法，除进行详尽严谨的分析外，为便于自学，在叙述上力求通俗易懂，深入浅出.本书还收入大量典型例题，各章配有习题，书末附有全部习题答案及有关概率统计用表.

本书由欧俊豪担任主编.全书各章分别由王家生（第1、5、6、7

章)、欧俊豪(第 2、4、10 章)、徐漪萍(第 3、8、9 章)、马逢时(第 11 章)、刘嘉焜(第 12、13、14 章)执笔.

本书是在马逢时教授直接领导下编写而成的,马逢时教授审阅了全书,并亲自编写了统计软件包 SAS 一章.

全书所需教学时数为 80 学时,其中概率论基础部分为 30 学时,数理统计部分为 34 学时,随机过程部分为 16 学时.

书中不妥之处,恳请读者批评指正.

编者

1998 年 3 月

第一版前言

本书是根据国家教委 1987 年制定的“高等工业学校概率论与数理统计课程教学基本要求”，结合我校多年来教学实践经验编写的.

概率论与数理统计的研究对象是随机现象的数量规律.考虑到这一学科的特点，我们在编写本书时，自始至终注意说明各概念的现实背景和实际意义.为便于自学，在叙述上力求通俗易懂、深入浅出.对基本理论，除详尽分析外，本书还收入大量典型例题，以使学生初步掌握处理随机现象的基本理论和方法，培养他们解决实际问题的能力.各章均配有习题，书末附有全部习题答案及有关概率统计用表.全书所需教学时数为 64—68 学时，其中概率论基础部分为 32—36 学时，数理统计部分为 32 学时(参数估计与假设检验 16 学时，方差分析与回归分析 16 学时).

本书分别由彭大鹏(第一、三章)，尚泰寅(第二、四章)，王家生(第五、六章)，徐漪萍(第七章)，田广武(第八章)，王佩荔(第九章)执笔.

本书是在马逢时教授的直接指导下编写而成的.马逢时教授、欧俊豪副教授审阅了全书，提出了重要的改进意见.谨在此表示衷心谢意.

由于编者水平所限，不妥之处恳请读者批评指正.

编者

1988.9

目　录

第 1 章　随机事件与概率 …… (1)
引言 …… (1)
1.1　样本空间与随机事件 …… (3)
1.2　概率与频率 …… (10)
1.3　古典概型 …… (13)
1.4　几何概型 …… (20)
1.5　条件概率 …… (22)
1.6　事件的独立性 …… (32)
1.7　伯努利概型 …… (38)
习题 …… (41)
第 2 章　随机变量及其概率分布 …… (49)
2.1　随机变量及其概率分布的概念 …… (49)
2.2　离散型随机变量的分布律 …… (51)
2.3　随机变量的分布函数 …… (61)
2.4　连续型随机变量的概率密度 …… (69)
2.5　随机变量的函数的分布 …… (84)
习题 …… (93)
第 3 章　随机变量的数字特征 …… (101)
3.1　随机变量的数学期望 …… (101)
3.2　方差 …… (113)
3.3　几种重要分布的数学期望与方差 …… (117)
3.4　矩 …… (121)
习题 …… (123)

第 4 章 多维随机变量…………………………………………………… (127)
4.1 多维随机变量及其联合分布 …………………………………… (127)
4.2 边缘分布 ……………………………………………………… (134)
4.3 条件分布 ……………………………………………………… (140)
4.4 随机变量的独立性 ……………………………………………… (147)
4.5 多维随机变量的函数的分布 …………………………………… (152)
4.6 随机变量之和及积的数字特征,协方差与相关系数 …
……………………………………………………………………… (163)
习题……………………………………………………………………… (173)
第 5 章 大数定律与中心极限定理…………………………………… (181)
5.1 大数定律 ……………………………………………………… (181)
5.2 中心极限定理 ………………………………………………… (186)
习题……………………………………………………………………… (193)
第 6 章 数理统计的基本概念………………………………………… (196)
6.1 总体与样本 …………………………………………………… (197)
6.2 统计量及其分布 ……………………………………………… (202)
习题……………………………………………………………………… (219)
第 7 章 参数估计……………………………………………………… (223)
7.1 点估计 ………………………………………………………… (223)
7.2 点估计量优劣的评价标准 …………………………………… (232)
7.3 区间估计 ……………………………………………………… (239)
习题……………………………………………………………………… (253)
第 8 章 假设检验……………………………………………………… (259)
8.1 假设检验的基本概念 ………………………………………… (259)
8.2 参数假设检验 ………………………………………………… (263)
8.3 非参数假设检验 ……………………………………………… (279)
习题……………………………………………………………………… (288)

第 9 章 方差分析……(296)
9.1 单因子试验方差分析……(296)
9.2 无重复双因子方差分析……(307)
9.3 有交互作用的双因子方差分析……(313)
习题……(320)
第 10 章 回归分析……(325)
10.1 一元线性回归……(326)
10.2 一元非线性回归……(344)
习题……(349)
第 11 章 随机过程的基本概念……(351)
11.1 随机过程的定义……(351)
11.2 随机过程的统计描述……(353)
11.3 泊松过程……(366)
习题……(372)
第 12 章 马尔可夫链……(374)
12.1 马尔可夫链的定义及统计描述……(374)
12.2 状态的分类……(380)
12.3 遍历定理……(384)
习题……(393)
第 13 章 平稳过程……(397)
13.1 平稳过程的基本概念……(397)
13.2 平稳过程的功率谱密度……(404)
13.3 平稳过程的遍历性与采样定理……(415)
习题……(423)
习题答案……(426)
附录……(445)
表 1 常用分布表……(445)
表 2 泊松分布表……(448)

表 3 标准正态分布函数表 …………………………………………………… (450)
表 4 χ^2 分布分位点表 …………………………………………………… (452)
表 5 t 分布分位点表 …………………………………………………… (454)
表 6 F 分布分位点表 …………………………………………………… (455)
表 7 符号检验表 …………………………………………………… (471)
表 8 秩和检验表 …………………………………………………… (472)
参考文献 …………………………………………………… (473)

第 1 章　随机事件与概率

引　言

在自然界和人类社会活动中出现的各种现象大体上可以分为两类:一类是在一定条件下必然出现某种结果的现象,称之为**确定性现象**;另一类是在一定条件下可能出现也可能不出现的现象,称之为**随机现象**.

确定性现象的例子非常多.例如,在标准大气压下,水加热到100℃必然沸腾;同性电荷必然互相排斥,异性电荷必然互相吸引;人们从地面向上抛一石子,经过一段时间必然落到地面;在恒力作用下质点必然做匀加速运动,等等.

随机现象的例子也是广泛存在的.例如,往桌面上掷一硬币,可能是带币值的一面朝上,也可能是另一面朝上,而且在掷之前不能确定哪一面朝上;检查生产流水线上的一件产品,可能是合格品,也可能是不合格品;打靶射击,尽管经过瞄准,弹着点却可能在靶心附近的各个位置;下一个交易日股市的股价指数可能上升,也可能下跌,而且升跌幅度的大小也不能事先确定,等等.

虽然随机现象在一定的条件下,可能出现这样或那样的结果,而且在每一次试验或观测之前不能预知这一次试验的确切结果,但经过长期的、反复的观测或试验,人们逐渐发现所谓结果的“不能预知”,只是对一次或较少次数试验或观测而言的.当在相同条件下进行大量重复试验或观测时,试验的结果就会呈现出某种规律性.例如,多次抛掷均匀硬币时,出现带币值的一面朝上的次数约占抛掷总次数的一半.这种在大量重复试验或观测时,试验结果

呈现出的规律性，就是我们以后所讲的统计规律性．概率论与数理统计的任务就是要揭示随机现象内部存在的统计规律性．概率论的特点是根据问题先提出数学模型，然后去研究它们的性质、特征和规律性；数理统计则是以概率论的理论为基础，利用对随机现象的观察所取得的数据资料来研究数学模型．

作为数学的一个重要分支，概率论与数理统计大体于17世纪中叶开始形成．在17世纪研究概率论的先驱中，最著名的有惠更斯、巴斯卡、费尔马和J．伯努利等人，后继者中不乏历代的大数学家和科学家．当时，由于赌徒们所提出的一些还未能归入数学范围的问题，引起了巴斯卡和费尔马的通信讨论，就在这里面逐渐结晶出了概率及数学期望等重要概念．当时研究的模型较简单，就是现在统称的古典概型．

其后，随着生产实践的发展，特别是在射击理论、人寿保险、测量误差等工作中提出的一些概率问题，促使人们在概率论的极限定理方面进行深入研究．起初主要对伯努利试验概型进行研究，其后则推广到更为一般的场合．极限定理的研究在18世纪和19世纪的整整200年中成了概率论研究的中心课题．在20世纪初，由于新的更有力的数学方法的引入，这些问题才得到了较好的解决．

虽然概率论的历史悠久，但它严格的数学基础的建立及理论研究与实际应用的极大发展却主要是20世纪的事情．1933年前苏联著名数学家柯尔莫哥洛夫建立了概率论的公理化体系．这一体系的建立标志着概率论已经成为一门成熟的数学学科．

由于物理学（如统计物理）、生物学及工程技术（如自动电话、无线电技术）发展的推动，概率论与数理统计得到了飞速的发展．概率统计的思想随着其理论课题的不断扩大与深入，渗入各个自然科学学科成为现代科学发展的明显标志之一．目前，概率统计在工业、农业、交通运输、测量学、地质学、天文学、气象学、物理学、化学、电子技术、通信技术、自动化科学、生物学、医学、经济学、军事

科学以及各尖端技术中获得了越来越广泛的应用. 概率论与数理统计已经成为最活跃最重要的数学学科之一.

1.1 样本空间与随机事件

1.1.1 随机试验

为了研究随机现象内部存在的数量规律性,必须对随机现象进行观察或试验. 今后我们把对随机现象所进行的观察或试验统称为试验.

例 1.1.1　抛一硬币,观察正、反面出现的情况.

例 1.1.2　掷一枚骰子,观察出现的点数.

例 1.1.3　把一硬币连抛两次,观察正、反面出现的情况.

例 1.1.4　一射手进行射击,直到击中目标为止,记录射击次数.

例 1.1.5　在同一生产条件下生产的一种电子元件,任意抽取一件测试其寿命.

上面列举的 5 个试验的例子,有以下共同特点:

(1) 试验可以在相同条件下重复进行;

(2) 试验的可能结果不止一个,并且所有可能的结果是预先知道的;

(3) 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现.

我们把具有以上 3 个特点的试验称为**随机试验**,简称试验,记为 E.

1.1.2 样本空间

在一个随机试验 E 中,试验的所有可能结果组成的集合称为随机试验 E 的**样本空间**,通常用字母 Ω 表示. Ω 中的元素,称作

样本点,常用 ω 表示.

在上述例 1.1.1 中,试验的所有可能结果有两个:正(抛得正面朝上),反(抛得反面朝上).因此样本空间 $\Omega=\{$正,反$\}$.若记

$$\omega_1=\text{正},\omega_2=\text{反},$$

则样本空间可记为

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2\}.$$

在例 1.1.2 中,试验的所有可能结果有 6 个:1 点,2 点,…,6 点.若记

$$\omega_i=i\text{ 点},\quad i=1,2,\cdots,6,$$

则样本空间可记为

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_6\}.$$

在例 1.1.3 中试验的所有可能结果有 4 个:(正,正),(反,反),(正,反),(反,正).这里记号(正,反)表示“第一次抛得正面,第二次抛得反面”这一结果,其余类似.因此若记

$$\omega_1=(\text{正},\text{正}),\quad \omega_2=(\text{反},\text{反}),$$
$$\omega_3=(\text{正},\text{反}),\quad \omega_4=(\text{反},\text{正}),$$

则样本空间可记为

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4\}.$$

在例 1.1.4 中,若用 n 表示“击中目标所需要的射击次数为 n”这一结果,$n=1,2,\cdots$,则样本空间可记为

$$\Omega=\{1,2,3,\cdots\}.$$

在例 1.1.5 中,若用 x 表示“电子元件的使用寿命为 x h”这一结果,$0\leqslant x<+\infty$,则样本空间为

$$\Omega=\{x:\ 0\leqslant x<+\infty\}.$$

上述例 1.1.1、例 1.1.2、例 1.1.3 各随机试验的样本空间都只有有限个样本点.例 1.1.4 的样本空间含有无穷多个样本点,但这些样本点可以依照某种次序排列出来,我们称它的样本点数为

可列无穷多个. 例 1.1.5 的样本空间也含有无穷多个样本点，但它们充满区间$[0, +\infty)$，此时，我们称它的样本点数为不可列无穷多个.

1.1.3 随机事件

在一个随机试验中，可能发生也可能不发生的事情称为**随机事件**. 如在例 1.1.1 中，抛一枚硬币，“正面朝上”；例 1.1.2 中，掷一枚骰子，“出现的点数小于 3”；例 1.1.3 中，一枚硬币连续抛两次，“两次都抛得正面朝上”、“仅有一次抛得正面朝上”、“至少有一次抛得正面朝上”；例 1.1.4 中，“射击次数是 5”；例 1.1.5 中，“电子元件寿命为 1 000 h”、“电子元件寿命不超过 2 000 h”等等，对一次试验而言，它们可能发生，也可能不发生，因此都是随机事件. 随机事件常用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 来表示. 这些随机事件可分别记为

$A=\{$正面朝上$\}$；

$B=\{$点数小于 3$\}$；

$C_1=\{$两次都抛得正面朝上$\}$；

$C_2=\{$仅有一次抛得正面朝上$\}$；

$C_3=\{$至少有一次抛得正面朝上$\}$；

$D=\{$射击次数是 5$\}$；

$E_1=\{$元件寿命为 1 000 h$\}$；

$E_2=\{$元件寿命不超过 2 000 h$\}$.

对于一个随机试验来说，它的每一个可能结果显然都是一个随机事件，它们是随机试验中最简单的随机事件，称为**基本事件**. 如上述的事件 A,C_1,D,E_1 都是相应随机试验中的基本事件.

在一个随机试验中，除了基本事件外，还有由若干个可能结果所组成的事件，相对于基本事件，称这种事件为**复合事件**. 例如，上