

Tonggouhua

ERWEI DIANJI TUKE SUANFA
YU YINGYONG YANJIU

同构化二维点集凸壳 算法与应用研究

周启海 黄 涛 著



电子科技大学出版社

同构化二维点集 凸壳算法与应用研究

周启海 黄涛 著

电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

同构化二维点集凸壳算法与应用研究 / 周启海, 黄涛
著. —成都: 电子科技大学出版社, 2008. 11

ISBN 978-7-81114-922-7

I. 同… II. ①周… ②黄… III. 算法语言 IV. TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 111209 号

同构化二维点集凸壳算法与应用研究

周启海 黄涛 著

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 杜 倩

责任编辑: 杜 倩

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 成都中铁二局永经堂印务有限责任公司

成品尺寸: 140mm×203mm 印张 7.375 字数 195 千字

版 次: 2008 年 11 月第一版

印 次: 2008 年 11 月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-81114-922-7

定 价: 26.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83208003
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。
- ◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。

前 言

点集凸壳（全称二维点集凸壳）是覆盖给定二维点集的最小凸多边形，在计算几何与算法研究之学术理论与实际应用中具有不容低估的重要地位。然而，迄今近 40 年的国内外点集凸壳算法研究，始于 20 世纪 70 年代、盛于 80 年代、巔于 90 年代，却滞于 21 世纪，至今无新进展。

从根本上讲，点集凸壳算法间的“同构化本质与联系”与点集凸壳算法的“同构化改进与创新”，是值得密切关注与认真研究的计算几何学新问题。开展同构化点集凸壳算法创新研究，对“有力促进计算几何学的丰富与发展，大大提升点集凸壳的应用与水平，使我国捷足抢占同构化圆集算法创新研究制高点”具有重要的学术意义与重大的应用价值。

自 2005 年以来，以中国信息化百名学术与管理带头人、四川省有突出贡献优秀专家（享受政府津贴）、西南财经大学博士生导师周启海教授为首的本书作者团队，一直潜心于“二维点集凸壳算法同构化的探索与创新”的科学研究。本创新研究团队基于同构化基本原理，面对国内外已停滞不前多年的二维点集凸壳算法研究现状，率先发起了新一轮“新视角、大气概、广视野、系列化”的学术攻坚与攀峰研究，并取得了一系列创新研究成果，刷新了二维点集凸壳算法研究的学术成果记录。

这本奉献给读者的学术专著——《同构化二维点集凸壳算法与应用研究》，是“西南财经大学科研基金资助项目”的代表性成果之一。它在简要总结了二维点集凸壳算法研究先行者们的正反

两方面历史经验的基础上, 择要展示了本书作者在“二维点集凸壳算法同构化的探索与创新研究”方向上所取得的部分阶段性学术研究重要成果:

(1) 率先提出了同构化二维凸壳构造基本定理与改进方向;
(2) 领先提出了同构化二维凸壳算法时间复杂度基本定理及其推论;

(3) 首先创造了二维凸壳算法系列性、全方位、同构化研究之国内外先例;

(4) 抢先构建了 L 域 M 向“L 域 M 向水平倾角最小化圈绕”与“L 域 M 向基线倾角最大化圈绕”的串行凸壳新算法群, 并展开了它们的并行化创新算法研究;

(5) 抢先提出了基于凸壳的“文纹”数字签名创新技术方案。

此书创意新颖、体系独特, 深入浅出、治学严谨。作者在撰著中参阅了国内外许多凸壳研究者们的论著, 在此, 请允许我代表本书作者谨向他(她)们致以崇高敬意与衷心感谢。

全书共七章, 主要内容为: 引论, 现行二维点集凸壳算法概述, 二维凸壳串行算法的同构化改进, 二维凸壳并行算法的同构化改进, 二维凸壳算法的时间复杂度研究, 二维凸壳应用示例, 二维凸壳算法的编程实现示例。

本书可供计算几何与计算机算法爱好者、应用者、提高者、研究者阅读, 可作为高等院校研究生教材或教学参考书。

常言道: “人无完人, 金无足赤。”故本书尚有疏误, 恳请读者不吝赐教指正, 以便再版时予以更正(来信请寄: 成都市西南财经大学经济信息工程学院, 邮政编码: 610074 周启海 教授; 电话联系: 028-87354172; E-mail: zhouqh@swufe.edu.cn 或 zqhqz@126.com)。

周启海 教授、博导

2007 年 10 月于西南财经大学经济信息工程学院

目 录

第 1 章 引论	1
1.1 计算几何	1
1.1.1 概述	1
1.1.2 几何学的历史及发展	3
1.1.3 计算几何的研究对象	4
1.2 计算机算法	6
1.2.1 计算机算法、程序与程序设计	6
1.2.2 计算机算法的性能标准	8
1.2.3 计算机算法分析与算法比较	9
1.2.4 计算机算法的时间复杂度分析	15
1.2.5 计算机算法描述工具与算法抽象程度	24
1.3 凸壳问题与凸壳算法	36
1.3.1 二维点集凸壳问题与凸壳算法描述	37
1.3.2 二维点集凸壳研究的意义与现状分析	38
第 2 章 现行二维点集凸壳算法概述	43
2.1 国外现行二维点集凸壳算法简述	43
2.1.1 卷包裹凸壳算法	44
2.1.2 格雷汉姆凸壳算法	45
2.1.3 折半分治凸壳算法	46

2.2 国内现行二维点集凸壳算法简述.....	49
2.2.1 增点递推凸壳算法及其改进.....	49
2.2.2 顶点凹凸化凸壳改进算法.....	55
2.2.3 初始顶点八向化凸壳算法.....	59
2.2.4 初始顶点四角化凸壳算法.....	64
第3章 二维凸壳串行算法的同构化改进.....	69
3.1 同构化二维凸壳构造基本定理与改进方向.....	69
3.2 动态基线倾角最大化圈绕凸壳新算法.....	72
3.2.1 动态基线倾角最大化圈绕凸壳算法描述.....	72
3.2.2 本算法技术关键与核心基础的数学证明.....	75
3.3 单域单向水平倾角最小化圈绕凸壳新算法.....	76
3.3.1 单域单向水平倾角最小化圈绕凸壳算法的描述.....	77
3.3.2 本算法技术关键与核心基础的数学证明.....	79
3.4 单域双向水平倾角最值化圈绕凸壳新算法.....	80
3.4.1 单域双向水平倾角最值化圈绕凸壳算法描述.....	80
3.4.2 本算法技术关键与核心基础的数学证明.....	84
3.5 双域单向水平倾角最小化圈绕凸壳新算法.....	86
3.5.1 双域单向水平倾角最小化圈绕凸壳算法描述.....	86
3.5.2 本算法技术关键与核心基础的数学证明.....	91
3.6 双域多向水平倾角最值化圈绕凸壳新算法.....	93
3.6.1 双域四向水平倾角最小化圈绕凸壳算法描述.....	94
3.6.2 本算法技术关键与核心基础的数学证明.....	100
3.7 L域M向水平倾角最小化圈绕串行凸壳新算法群.....	104
3.8 L域M向基线倾角最大化圈绕串行凸壳新算法群.....	105

目 录

第 4 章 二维凸壳并行算法的同构化改进.....	107
4.1 并行计算概述.....	107
4.1.1 并行算法概要.....	107
4.1.2 工作站机群 COW 概要.....	109
4.2 双群双域四向水平倾角最小化圈绕并行凸壳新算法.....	111
4.3 四群四域四向基线倾角最大化圈绕并行凸壳新算法.....	117
4.4 四群四域四向基线倾角与距离最大化圈绕并行凸壳 新算法.....	123
第 5 章 二维凸壳算法的时间复杂度研究.....	129
5.1 凸壳算法时间复杂度的归约化分析.....	129
5.2 同构化凸壳算法时间复杂度基本定理.....	132
5.2.1 凸壳算法时间复杂度的研究现状质疑.....	133
5.2.2 凸壳算法时间复杂度的深化改进研究.....	134
5.3 凸壳新算法时间复杂度的案例分析.....	139
第 6 章 二维凸壳应用示例.....	143
6.1 基于凸壳的指纹轮廓线快速计算.....	143
6.2 基于凸壳像素比特征的粘连汉字切分.....	145
6.2.1 基于背景细化的切分方法.....	146
6.2.2 凸壳像素比特征与使用.....	147
6.3 基于凸壳“文纹”的数字签名创新技术研究.....	149
6.3.1 数字签名定义及实现过程.....	150
6.3.2 基于“文纹”的数字签名新技术.....	151
6.4 基于凸壳的城市用地空间扩展类型识别.....	154

6.4.1 基于凸壳的城市用地空间扩展类型	154
6.4.2 城市外围轮廓形态紧凑性的测度与作用	157
第 7 章 二维凸壳算法的编程实现示例	158
7.1 格雷汉姆凸壳算法的编程实现	158
7.2 折半分治法凸壳算法的编程实现	163
7.3 单域单向水平倾角最小化圈绕凸壳新算法的编程 实现	177
7.4 单域双向水平倾角最小化圈绕凸壳新算法的编程 实现	183
7.5 动态基线倾角最大化圈绕凸壳 新算法的编程实现	195
参考文献	217

第 1 章 引 论

研究同构化二维点集凸壳（也称为凸包）算法与应用，涉及若干学科，本章扼要介绍其主要的相关预备知识。

1.1 计算几何

二维点集凸壳问题，属于计算几何问题，因此，对计算几何进行简要介绍是必要的。

1.1.1 概述

20 世纪 70 年代中期，历史悠久的数学与方兴未艾的计算机科学共同孕育出一门当代自然科学的重要新兴学科——计算几何。

计算几何的研究内容属于欧几里得的几何构造范畴。它主要涉及求解几何对象的计算机算法、数据结构及算法复杂度分析，其重点是研究怎样设计可构造性求解几何问题的算法、如何提高计算几何算法的算法效率（尤其时间效率）。

计算几何，从诞生之日起，就具有“从实践中来，到实践中去”的基础研究与应用研究的双重性。它和众所周知的传统几何（包括平面几何、空间几何、解析几何等）以及人们常谈及的计算机图形学有诸多联系，也有不少区别。

一、与传统几何问题求解的主要区别

(1) 计算几何, 既属于计算机科学, 也是几何学的一个分支, 其特点是基于构造性操作来研究几何算法 (包括精确算法与近似算法) 构造; 故它首先属于实际应用研究范畴, 意在寻找能用计算机高效解决几何构造问题的算法。传统几何, 作为数学的一个分支, 其特点是基于公理化体系来研究几何类数学问题, 并且基本上为精确化研究; 故它必然属于基础理论研究范畴, 旨在追求推理严密、体系科学。

(2) 一般说来, 传统几何的理论体系与学术观念并不都适用于计算机求解几何的有效算法设计。事实上, 对传统几何对象的刻画表征和实体构造, 计算几何一般都要针对这些几何实体的数学特征, 另行加以数值化表征、数字化描述与构造性营建。

二、与一般几何问题求解的主要区别

(1) 计算几何问题求解, 是基于人工的仿生智力, 并以计算机为主体; 而一般几何问题求解, 是基于人类的自然智力, 并以人类为主体。

(2) 计算几何问题求解, 除所论问题自身约束条件外, 还必须符合其特殊限定条件: 一般说来, 如果 (并且只有) 欧几里得几何问题的构造性求解能满足算法设计所要求的算法充要条件——有穷性、确定性、数据输入、信息输出与可行性; 可确保解决该欧几里得几何问题的算法必存在且可给出; 而一般几何问题求解, 通常除该问题自身约束条件外, 并无其他特殊限定条件。

三、与几何定理机器证明的区别

计算几何，通常是直接或间接、精确或近似地构造性地给出可求解所论几何实体对象（例如凸多边形）本身。

几何定理机器证明，可有多种不同的方法（例如吴文俊方法、Grobner 基方法、单点例证法、数值并行法等），它主要研究几何定理证明的探索方法及证明过程的推断，而不是几何（也包括计算几何）本身。我国著名数学家吴文俊先生 1977 年首创的用代数方法来证明几何定理的新方法——吴文俊方法（人称吴方法），堪称其最杰出的典型代表；吴文俊先生也因此重大原创性贡献而于 2004 年荣获我国最高学术荣誉——中国科技进步特等奖。

四、与计算机图形学的区别

计算几何，固然与计算机图形学关系最为密切，但它重在研究算法设计与分析，且以“向计算机图形学提供表达方法和生成手段”为己任。

近 30 年来发展更为迅速、应用颇为广泛的重要新兴学科——计算机图形学，虽然要用到计算几何的方法、手段、技术与成果，但它毕竟偏重研究用计算机及图形设备进行图形的表示、输入、修改、变换和输出，而并不特别注重其算法本身的分析与研究。

1.1.2 几何学的历史及发展

几何学是人类在认识世界过程中建立最早、岁月久远而魅力永驻的学科之一，其起源可以追溯到古埃及和古希腊时代。众所周知，当时人们为了丈量土地，修建建筑物，需要计算长度、量

算面积、测算体积等。这时的几何学，其主要目的和任务仅是研究几何体的简单度量性质。

随着计算机时代的到来，尤其是 20 世纪后期以来，计算机图形学得到越来越多的重视和越来越快的发展。但因传统几何学的限制，人们在解决某些特殊问题（例如地图着色问题、凸壳生成问题、E8 超空间对称问题等等）时遇到了很大困难，而这些问题往往与欧几里得的几何构造有关。当时人们所重视的是传统几何学的公理化证明，所关注的主要研究内容还只侧重于几何体的几何性质，而往往轻视、忽视（至少相当忽略）了几何构造问题。这迫使人们不得不重新研究这一古老却被人遗忘的“几何构造”课题，且因它有机、有效、有力地融合了计算机学科的新思想、新方法与新知识（例如计算机算法、计算复杂性等），故逐渐形成了计算机科学与几何学相互交叉、各自渗透、彼此融合的一个边缘性、交叉型崭新学科——计算几何。

计算几何，是几何学的外延扩展、内涵深化和历史进步。事实上，计算几何这个概念的正式提出，可以回溯到 1975 年。Shamos（沙莫斯）和 Hoey（霍伊）利用计算机有效地计算出了平面点集的 Voronoi 图，而他们所发表的著名论文“Closest-point problems”则标志着——计算几何的诞生。随着计算机技术的飞速发展，它研究的对象已经远超出了几何学的研究范围，其研究的几何问题包括了大量的几何对象，比如点、线、面、体及其集合；它是计算机领域中极有生命力的一个创新子领域，其研究成果已在计算机图形学、计算生物学、计算化学、统计分析、模式识别、地理数据库等众多领域中得到广泛的应用。

1.1.3 计算几何的研究对象

计算几何研究的问题及目标可概述如下。

一、计算几何研究的问题

它主要有以下几种类型：

(1) 几何实体集合的子集选取，例如求给定平面点集中的多边形顶点。

(2) 几何实体集合的区域覆盖，例如求覆盖给定平面点集的凸多边形。

(3) 几何实体的数值化解析及智能化计算，例如可用它进行类似于解析几何的解析计算。

(4) 几何实体的位置关系判定，例如两个几何多边形是否相交，某个点是否在多边形内等。

(5) 特殊几何实体的构造生成，例如求多边形顶点。

二、计算几何研究的目标

它研究和设计用计算机解决一些与几何实体有关的理论课题和实际问题的有效算法，并研究和实现其算法优化。

例如，计算几何的最典型基本问题有：

(1) 几何搜索问题；

(2) 几何实体相交问题；

(3) 几何实体邻接问题；

(4) 几何实体（譬如凸壳）生成问题等等。

应当指出，确定平面点集的凸壳问题，是计算几何的基本问题之一，因为“凸壳计算，在算法设计研究中有重要学术理论价值；凸壳应用，在现实社会实践中有着重要实际应用价值”。这正是本书作者之所以要研究凸壳的重要原因之一。

1.2 计算机算法

计算机硬件是计算机之躯，计算机软件是计算机之魂，计算机算法是计算机软件之源。

1.2.1 计算机算法、程序与程序设计

计算机算法，是人们为了借助计算机解决给定问题而命令计算机按照“人一（计算）机”系统所认可的操作方式和控制方式，具体施行的有穷操作的有序集合。算法恰似计算机的“解题思想”，它颇类似于人们解决给定问题而实施的方法、想法、思路、规程、处方等等。显然，一个给定算法只能解决一个（或一类）特定问题；一个给定问题，则可用多种特定算法来解决。应当说明，广义算法（指“人们为了借助解决给定问题，而按照人可实现的操作方式和控制方式，具体施行的有穷操作的有序集合”），是比计算机算法“时间更悠久，范围更宽广，应用更重要，性质更本源”的数学概念与基本方法，而我国古代著名数学家祖冲之创造的圆周率近似值所用方法堪称广义算法的最优秀典范。因此，人们今天所说的计算机算法（以下均简称算法），实质上是广义算法的一种狭义形态与一大近代发展。

计算机程序简称程序，是人们在设计出能控制计算机正确解决给定问题的算法的基础上，进一步用选定的某种计算机语言，把算法翻译成计算机可接受、理解和执行的“计算机语言表现形式的算法”。换言之，程序是人交给计算机去具体执行的工作任务书和行为指南针。应当强调指出：有如“同一事物（例如，学生），可因不同自然语言（例如，中文、英文、法文、俄文等等）的表

述而有不同说法（例如学生、student、etudiant、ctylene）那样，同一个算法，完全可以根据设计者的实际需要和编程（即用计算机语言编写程序的简称）爱好而采用不同的计算机语言来进行编码（即翻译），并得到不同计算机语言表现形式的程序。这些不同计算机语言的程序，其执行效果是完全一致的（例如，同一算法可以采用 C++、VB、Delphi、VFP 语言进行翻译，而其产物是同一“原文”——算法的四种语言的不同“译文”：C++程序、VB程序、Delphi 程序、VFP 程序）。这表明算法不等于程序，但算法和程序是彼此联系极为紧密而又完全不同的两个重要概念。由此可见，算法远比程序深刻得多、根本得多、重要得多，并且两者的关系是：“算法，是程序之母；程序，是算法之子。”

赋予计算机灵魂和生机的计算机程序设计简称程序设计，是为计算机设计算法及其程序的创造性劳动。程序设计，是“人”驾驭“计算机”的基础环节和核心工作，是使“计算机”服务于“人类”的工作重心和成败关键，是人类新文明——“计算机文明”的基础建设和知识工程。

必须是具备以下 5 个充分必要特征的“有穷操作的有序集合”，方能称为算法：

(1) **有穷性** 它在执行开始后适当时间（且必须在用户可接受限度）内必须能结束，而不能无休止地执行下去（即不可出现所谓“死循环”）。

(2) **确定性** 算法中的每一操作都必须是唯一确定的，不会产生任何歧义性。在任一给定初始及相关条件约束下，算法只有与之唯一对应的一条实际执行路径。换言之，对于初始及相关条件相同的数据输入，应该而且只能获得相同的信息输出。

(3) **数据输入** 一个算法可有 0 个或多个数据输入，用以表征算法所论对象初始条件的具体描述。其中，所谓“0 个输入”（即无需数据输入），是指算法已在其内部定义了自身所需全部条件

(含其初始及相关条件)。

(4) 信息输出 一个算法必须有一个或多个输出,以反映对输入数据加工后的处理结果(即用户所需信息)。显然,没有任何信息输出的算法是毫无意义的。

(5) 可行性 一个算法的全部操作必须是能由计算机实际执行的。换言之,算法中给出的“有穷操作的有序集合”中的每一操作,都必须可由计算机执行有限次,且可具体实现。

1.2.2 计算机算法的性能标准

对算法设计的要求,在不同的场合、不同的应用领域是不同的。一般情况下,算法性能标准应有:

(1) 正确性 (Correctness) 算法应确保满足具体问题所提要求,故其正确性应满足如下递进要求:第一,算法对于几组输入数据能获得满足规格说明要求的输出结果;第二,算法对于精心选择的典型、苛刻而带有特殊性的几组输入数据能获得满足规格说明要求的输出结果;第三,算法对于一切合法的输入数据能产生满足规格说明要求的输出结果。

(2) 可计算性 (Computability) 算法的每一步都必须严格定义,并必须能一步一步精确执行;故算法描述必须严密、精确、可行,而试图凭借直觉或经验进行算法描述是绝不行的。

(3) 可读性 (Readability) 算法,首先是供人(即算法的设计者与使用者)阅读、理解、使用与交流的,其次才是指导编写可供计算机执行的程序。只有易读性好的算法,才有助于人们对算法的阅读、理解、使用与交流。反之,“读而难懂,甚至读而不懂”的可读性差的程序,必易隐藏错误,故难以调试、修改和使用。

(4) 健壮性 (Robustness) 一般说来,因算法设计欠周密