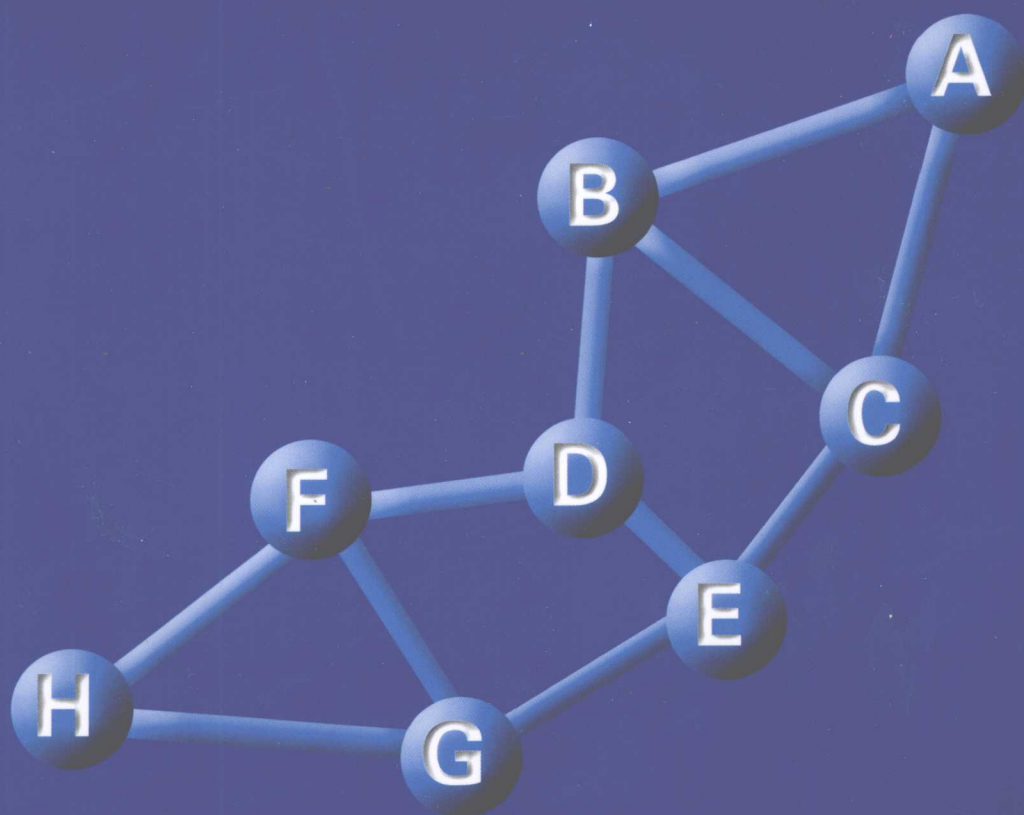


Yun
Chou
Xue

第二版

运筹学

刘舒燕 主编



人民交通出版社
China Communications Press

第二版

运筹学

刘舒燕 主编

人民交通出版社

内 容 提 要

运筹学是20世纪40年代以来发展起来的一门新兴学科,主要研究管理、经济等工作中存在的各种优化问题,探讨解决问题的思路、方法和途径,为决策者的正确决策提供科学依据。运筹学是高等院校管理类、经济类专业的一门重要的专业基础课。

本书系统地介绍了本学科一些主要分支的基本概念、基本理论和基本方法。内容包括线性规划、目标规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、非线性规划。书中每一部分都附有一定数量的思考题和练习题,以帮助读者复习和巩固所学的内容。

本书可作为高等院校管理、经济、财会等专业的本科生或研究生教材或教学参考书使用,也可供企事业单位管理人员和工程技术人员阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学 / 刘舒燕主编. —北京:人民交通出版社,
2006.12

ISBN 978-7-114-06366-4

I. 运... II. 刘... III. 运筹学 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 161573 号

书 名: 运筹学

著 作 者: 刘舒燕

责任编辑: 张 森

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011) 北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址: <http://www.ccpres.com.cn>

销售电话: (010) 59757969, 59757973

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 各地新华书店

印 刷: 三河市吉祥印务有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 25.5

字 数: 643 千

版 次: 1999年10月第1版

2008年8月第2版

印 次: 2008年8月第1次印刷 累计第6次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-06366-4

印 数: 9001-12000 册

定 价: 33.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

第一版前言

运筹学是 20 世纪 40 年代以来发展起来的一门新兴学科,主要研究管理、经济等工作中存在的各种优化问题,探讨解决问题的思路、方法和途径,为决策者的正确决策提供科学依据。运筹学是高等院校管理类、经济类专业的一门重要的专业基础课。

本书是作者在武汉交通科技大学管理学院多年教学实践的基础上,经集体讨论,分头编写而成的。在编写过程中,考虑到管理工程专业的特点,既注重全书内容的逻辑性和系统性,又尽可能结合实际注重应用性。对有关原理和方法,一方面给予必要的推导和论证,另一方面又尽可能通过几何图形直观形象地加以说明。从实例入手,建立模型,引进基本概念,论证基本理论,介绍基本方法,并说明其实际意义,以便读者通过对本书的学习,能正确地掌握且能灵活地运用所学到的知识。学习本书需要微积分、线性代数和概率论等基础知识。

本书可作为高等院校管理、经济、财会等专业的本科生或研究生教材或教学参考书使用,也可供企事业单位管理人员和工程技术人员阅读和参考。书中每一部分都附有一定数量的思考题和练习题,以帮助读者复习和巩固所学的内容。

全书内容包括:线性规划、整数规划、动态规划、图与网络、排队论、存贮论。

参加本书编写工作的作者及分工如下:

线性规划部分由宋宝琪编写,其中,刘舒燕编写了第二章第五节、第四章第五节的内容;整数规划、动态规划部分由刘舒燕编写;图与网络、排队论部分由云俊编写;存贮论部分由龚东彬、张爱珺编写;赵丽君编写了每部分的思考题。最后由刘舒燕统稿定稿。

由于编者水平有限,错误之处在所难免,恳请广大读者批准指正。

编 者

1999 年 9 月

第二版前言

本书是以原《运筹学》(1999年10月第1版)教材为基础,经重新修订后再版的。与第1版比较,第2版增加了非线性规划、目标规划的内容,每章增加了小结,修订了思考题和练习题,内容更加充实、完整,以便于教师教学和学生自学。

教师在使用此教材时,可根据专业要求及教学时数,选择教学内容。

本书由武汉理工大学管理学院教授刘舒燕主编。参加本书编写工作的作者及分工如下:线性规划部分由宋宝琪编写,其中,刘舒燕编写了第二章第五节、第四章第五节的内容。非线性规划、目标规划、整数规划、动态规划部分由刘舒燕编写;图与网络、排队论部分由云俊编写;存贮论部分由龚东彬、张爱珺编写;小结部分由涂建军、潘经强、袁迁、刘舒燕编写;赵丽君、袁迁编写了思考题。全书由刘舒燕统稿定稿。

由于编者水平有限,错误之处在所难免,敬请广大读者给予指正。

编者邮箱:ystudio@whut.edu.cn

编 者

2008年5月于武汉理工大学

目 录

绪论	1
第一部分 线性规划	
第一章 线性规划基础	7
第一节 线性规划问题及其数学模型	7
第二节 线性规划问题的图解法	11
第三节 线性规划问题的标准型	13
第四节 线性规划的基本概念	16
第五节 线性规划的基本定理	18
小结	22
思考题	22
第二章 单纯形法	22
第一节 单纯形法的基本思想	22
第二节 单纯形法的一般法则及最优性判别	26
第三节 单纯形表	31
第四节 人工变量法	37
第五节 线性规划解的各种情况讨论	43
小结	49
思考题	50
第三章 改进单纯形法	50
第一节 矩阵形式的单纯形法	50
第二节 改进单纯形法	52
小结	59
思考题	59
第四章 对偶理论	60
第一节 对偶问题的提出	60
第二节 对偶问题的概念	61
第三节 对偶问题的性质	68
第四节 对偶单纯形法	76
第五节 影子价格及其应用	82
小结	88
思考题	88
第五章 灵敏度分析	89

第一节	问题的提出	89
第二节	价值系数的灵敏度分析	91
第三节	常数项的灵敏度分析	93
第四节	系数矩阵的灵敏度分析	95
第五节	增加变量或增加约束的灵敏度分析	97
	小结	99
I	思考题	100
第六章	运输问题	100
第一节	运输问题的数学模型	100
第二节	运输问题的模型特征	102
第三节	运输问题的表上作业法	105
第四节	产销不平衡的运输问题	116
	小结	120
	思考题	120
第七章	线性规划在交通运输部门的应用	120
第一节	多种物资的混合运输问题	120
第二节	大型船舶的合理配载问题	122
第三节	合理组织船舶的运行问题	124
第四节	运输生产的合理布局问题	125
	小结	126
	思考题	127
	习题一	127
	第二部分 目标规划	
第八章	目标规划	137
第一节	目标规划的基本概念	137
第二节	目标规划的图解法	145
第三节	目标规划的单纯形法	149
第四节	目标规划的对偶单纯形法	152
第五节	目标规划的灵敏度分析	156
	小结	163
	思考题	163
	习题二	164
	第三部分 整数规划	
第九章	整数规划	169
第一节	整数规划的特点	169
第二节	分枝定界法	170

第三节	割平面法	177
第四节	0-1 规划	180
第五节	指派问题	183
小结		190
思考题		191
习题三		191

第四部分 动态规划

第十章	动态规划	194
第一节	动态规划的研究对象	194
第二节	动态规划的基本概念	195
第三节	动态规划的基本方法	196
小结		201
思考题		201
第十一章	动态规划的应用	202
第一节	资源分配问题	202
第二节	机器负荷分配问题	207
第三节	载货问题	211
第四节	生产与存贮问题	215
小结		219
思考题		219
习题四		219

第五部分 图与网络分析

第十二章	图的基本概念	222
第一节	图、连通图、赋权图	222
第二节	一笔画问题	224
第三节	子图和树	228
小结		231
第十三章	网络分析	231
第一节	有向图	231
第二节	图的矩阵表示	232
第三节	最短路问题	234
第四节	最大流问题	241
第五节	最小费用最大流问题	250
小结		252
思考题		252
习题五		253

第六部分 排队论

第十四章 排队论的基本知识	255
第一节 排队系统的组成	255
第二节 排队模型的符号表示	258
第三节 排队系统的运行指标	259
第四节 排队系统的常见分布	259
小结	265
思考题	265
第十五章 排队系统的分析	265
第一节 单服务台的 $M/M/1$ 模型	266
第二节 多服务台的 $M/M/C$ 模型	275
第三节 一般服务时间的 $M/G/1$ 模型	282
小结	285
第十六章 排队系统的优化	285
第一节 单服务台模型的最优服务率 μ	286
第二节 多服务台模型的最优服务台数	287
小结	288
思考题	288
习题六	288

第七部分 存贮论

第十七章 存贮论	290
第一节 概述	290
第二节 确定性存贮模型	293
第三节 随机性存贮模型	305
小结	310
思考题	310
习题七	310

第八部分 非线性规划

第十八章 非线性规划	312
第一节 非线性规划的数学模型	312
第二节 基本概念	316
第三节 无约束问题的极值条件	320
第四节 下降迭代算法	323
小结	325

第十九章 一维搜索	325
第一节 黄金分割法	325
第二节 斐波那契法	330
第三节 抛物线逼近法	334
第四节 牛顿法	337
小结	339
第二十章 多变量无约束极值问题	339
第一节 最速下降法	340
第二节 变量轮换法	343
第三节 单纯形搜索法	344
第四节 牛顿法	348
第五节 共轭梯度法	350
第六节 变尺度法	355
第七节 模矢搜索法	358
小结	361
第二十一章 多变量有约束极值问题	361
第一节 约束极值问题的最优性条件	362
第二节 二次规划	369
第三节 近似规划法	371
第四节 可行方向法	374
第五节 罚函数法	379
第六节 乘子法	386
小结	392
思考题	392
习题八	392

绪 论

一、运筹学的定义

运筹学(Operational Research)简称为 OR。Operational Research 原意是操作研究、作业研究、运用研究、作战研究,译作运筹学是借用了《史记》“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外”一语中“运筹”二字。

运筹学一词在英国称为 Operational Research,在美国称为 Operations Research。在《大英百科全书》中,对运筹学的解释为:“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌握这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。

1976 年美国运筹学会定义“运筹学是研究用科学方法来决定资源不充分的情况下如何最好地设计人一机系统,并使之最好地运行的一门学科”。

有的学者把运筹学描述为就组织系统的各种经营作出决策的科学手段。P. M. Morse 与 G. E. Kimball 在他们的奠基作中给运筹学下的定义是:“运筹学是在实行管理的领域,运用数学方法,对需要进行管理的问题统筹规划,作出决策的一门应用科学”。

运筹学的另一位创始人定义运筹学是:“管理系统的人为了获得关于系统运行的最优解而必须使用的一种科学方法”。它使用许多数学工具(包括概率统计、数理分析、线性代数等)和逻辑判断方法,来研究系统中人、财、物的组织管理、筹划调度等问题,以期发挥最大效益。

人们普遍认为:运筹学是近代应用数学的一个分支,主要是将生产、管理等实际中出现的一些带有普遍性的运筹问题加以提炼,然后利用数学方法进行解决。前者提供模型,后者提供理论和方法。

总之,运筹学是运用科学的数量方法(主要是数学模型)研究对资源(人力、物力、财力、时间等)进行合理筹划和运用,寻找管理及决策最优化的综合性学科。

二、运筹学的历史及发展

早期的运筹学思想来源于军事。敌我双方交战,如何以最少的人力、物力消耗,达到预定的军事目的,是任何一个国家军事指挥人员所期望达到的目标。

我国春秋时期的军事家孙武子在《孙子兵法》一书中,将度、量、数等数学概念引入军事领域,通过必要的计算,来预测战争的胜负,并指导战争中的有关行为,这些都体现出了古代军事运筹的思想。

近代最早开展运筹学研究工作的是在第一次世界大战期间,以英国生理学家希尔为首的英国国防部防空试验小组进行的高射炮系统利用研究。

第一次世界大战期间,英国人兰彻斯特为适应战争需要,创造性地运用数学方程来描述两军对战过程。

同时期的美国人爱迪生用数学中的博弈论和统计分析方法研究了商船避免德国潜艇袭击的航行策略,虽未被采用,但却对以后运筹学的发展产生了一定的影响。

当时英国人莫尔斯建立的分析美国海军横跨大西洋护航舰队损失的数学模型也是运筹学

的早期工作。

1938年,英国空军就有了飞机定位和控制系统,并在沿海设立了雷达站,用来发现敌机,但在一次空防演习中发现,由这些雷达送来的信息常常是互相矛盾的,雷达的防空预警效果令人失望。

为了解决雷达系统与防空作战系统之间的协调问题,改进作战效能,1940年8月,英国国防部门成立了由诺贝尔物理奖获得者、物理学家布莱克特为首的11人研究小组。这个研究小组中有数学家、物理学家、生理学家、测量员和军官,主要的研究工作就是如何有效地使用雷达控制的防空系统。人们戏称这个研究小组为布莱克特马戏团。

布莱克特小组通过多次现场实验,使雷达和高射炮的配合达到最佳状态。由于该小组卓有成效的工作,雷达的优越性才得以充分体现出来。当时德国雷达在技术性能指标上虽然优于英国,但德国人忽略了对包括雷达在内的防空系统的有关操作的研究,其防空系统的效果始终不如英国。

英国作战研究部把围绕雷达使用所进行的工作称为“Operational Research”。从1939~1940年,这个小组的任务扩大到包括防卫战斗机的布置,并对未来的战斗进行预测,以供决策之用。这个小组的工作对后来的不列颠空战的胜利起了积极的作用。

第二次世界大战中,除英国外,美国、加拿大等国也成立了军事运筹学小组,以研究并解决战争中提出的运筹学课题。例如:组织适当的护航编队使运输船队损失最小;改进搜索方法,及时发现敌军潜艇;改进深水炸弹的起爆深度,提高毁伤率;合理安排飞机维修,提高飞机的利用率等。这些运筹学成果对盟军大西洋海战的胜利起了十分重要的作用,对许多战斗的胜利也起了积极的作用。

比如,1943年3月,为对德国在大西洋的潜艇实现更加有效的攻击,美国海军成立了由物理学家莫尔斯领导的跨学科小组。该小组通过对潜艇的搜索研究发现,通常飞机是在潜艇上浮的时候对其实施攻击的,这时潜艇深度约为30英尺,而美军的深水炸弹的爆炸深度至少为75英尺,杀伤范围20英尺左右,因此这样的攻击对德国潜艇的威胁是有限的。根据这一情况,莫尔斯小组建议对深水炸弹作技术改进,使其在水深30英尺上下爆炸。仅此一项措施,就使得对潜艇的击沉率增加了6倍。同时使盟军船只的中弹率从47%降低到了29%,而德国潜艇的被摧毁数增加到原来的400%。

第二次世界大战后,英、美等国在军事运筹学的研究和应用中,从追求武器装备性能指标达到最佳设计要求,发展到计划和预测某种作战方式或战术手段可能达到的效果,解决问题的手段也日趋全面。

战争结束时,在英、美及加拿大军队中工作的运筹学工作者已超过700人。正是由于战争需要的促进,运筹学有了长足的发展,并且形成为一门科学。

第二次世界大战之后,运筹学的研究发生了两个比较大的变化:一是研究的重心从英国转移到了美国。到1950年,美国军队中从事运筹学研究的人员超过了战争时期所有国家运筹学研究人员的总数。二是研究的重心从军事部门转移到了民用企业、经济管理、大学、研究所和政府部门。

比如,美国的兰德公司、国防分析研究公司等运筹研究机构,经常为政府或军界提供政策及战略咨询。各大公司及政府部门也有相应的系统分析机构。英、法和北约各国都有自己的高级运筹研究组织。

1948年,美国麻省理工学院率先开设了运筹学课程,许多大学群起效法,运筹学成一门学

科,内容也日益丰富。

20世纪50年代以后,运筹学得到了更广泛的应用,形成了比较完备的一套理论。由于其理论上的成熟,电子计算机的问世,大大促进了运筹学的发展,世界上不少国家都成立了致力于该领域及相关活动的专门学会。

1950年,美国出版了第一份运筹学杂志。

1951年,莫尔斯和金伯尔出版了《运筹学方法》一书。这是第一本以运筹学为名的专著,书中总结了第二次世界大战中运筹学的军事应用,并且给出了运筹学的一个著名的定义:运筹学是为执行部门对它们控制下的“业务”活动采取决策提供定量依据的科学方法。

美国于1952年成立了运筹学会,并出版期刊——《运筹学》,世界其他国家也先后创办了运筹学会与期刊。

1957年,第一个全球性运筹学学术组织——国际运筹学会成立。

运筹学的真正发展是在20世纪50~60年代,其标志是相继创立了线性规划理论、非线性规划理论、网络流随机规划以及整数规划理论。其他方面,如排队论、存储论和马尔可夫决策理论也在同期得到了迅速的发展。与此同时,运筹学的应用也渗透到工业、农业、经济和社会生活的各个领域,成为管理、决策不可缺少的重要工具。运筹学作为一门独立的新兴科学,已为国际社会所公认。

20世纪60年代以来,运筹学主要用于处理大型的复杂的问题,诸如军事问题、教育问题、污染问题、交通运输问题、人力资源管理问题等;还广泛应用于能源、预测、会计金融、销售、存储、计算机与信息系统、设计、城市服务系统、保健与医疗、电气、加工工业、第三产业等部门。

我国运筹学研究始于20世纪50年代末,第一个运筹学小组于1956年在钱学森同志的支持下成立。中国科学院力学研究所、数学研究所相继组建运筹学研究室。50多年来,我国军事运筹学的应用已从以往武器系统论证与研制,发展到计算机作战模拟和自动化指挥系统的研制,正在不断缩小与发达军事国家的差距。

三、运筹学研究的内容及特点

1. 运筹学研究的内容

运筹学的主要分支有:规划论(包括线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划和动态规划)、图论、决策论、对策论、排队论、存储论、可靠性理论、搜索论等。

规划论又称数学规划。数学规划可用来研究如何充分利用一切资源,包括人力、物资、设备、资金和时间,最大限度地完成各项计划任务,以获得最优的经济效益。规划论根据不同情况又可分为线性规划、非线性规划、整数规划、目标规划和动态规划。

规划论中最简单的一种问题就是线性规划。如果约束条件和目标函数都是呈线性关系的就叫线性规划。要解决线性规划问题,从理论上讲都要解线性方程组,因此解线性方程组的方法,以及关于行列式、矩阵的知识,就是线性规划中非常必要的工具。

线性规划是运筹学的一个重要分支,早在1939年,前苏联的康托洛维奇(H. B. Kantorovich)和美国的希奇柯克(F. L. Hitchcock)等人就在生产组织管理和制订交通运输方案方面首先研究和应用了线性规划方法。

1947年,丹捷格(G. B. Dantzig)等人提出了求解线性规划问题的单纯形方法,为线性规划的理论 with 计算奠定了基础。特别是电子计算机的出现和日益完善,更使规划论得到迅速的发展,用电子计算机可处理成千上万个约束条件和变量的大规模线性规划问题,从解决技术问题

的最优化,到工业、农业、商业、交通运输业以及决策分析部门都可以发挥作用。从范围来看,小到一个班组的计划安排,大至整个部门,以至国民经济计划的最优化方案分析,它都有用武之地,具有适应性强,应用面广,计算技术比较简便的特点。

非线性规划的基础性研究工作,是在1951年由库恩(H. W. Kuhn)和塔克(A. W. Tucker)等人完成的。到了20世纪70年代,数学规划无论是在理论方法上,还是在应用的深度和广度上都得到了进一步的发展。

非线性规划是线性规划的进一步发展和继续。许多实际问题,如设计问题、经济平衡问题等都属于非线性规划的范畴。非线性规划扩大了数学规划的应用范围,同时也给数学工作者提出了许多基本理论问题,使数学中的如凸分析、数值分析等也得到了发展。还有一种规划问题和时间有关,叫做“动态规划”。近年来在工程控制、技术物理和通信技术中的最佳控制问题中,已经成为经常使用的重要工具。

图论是一个古老的但又十分活跃的分支,它是网络技术的基础。图论的创始人是数学家欧拉(Euler)。1736年他发表了图论方面的第一篇论文,解决了著名的哥尼斯堡七桥难题。相隔一百年后,在1847年,基尔霍夫(Gustav Kirchhoff)第一次应用图论的原理分析电网,从而把图论引进到工程技术领域。

20世纪50年代以来,图论的理论得到了进一步发展,它将复杂庞大的工程系统和管理问题用图来描述,可以解决很多工程设计和决策的最优化问题。例如,完成工程任务的时间最少、距离最短、费用最省等。图论受到了数学、工程技术及经营管理等各方面越来越广泛的重视。

排队论又叫随机服务系统理论。1909年丹麦的电话工程师爱尔朗(A. K. Erlang)开始研究排队问题。1930年以后,他开始了更为一般情况的研究,取得了一些重要成果;1949年前后,开始了对机器管理、陆空交通等方面的研究;1951年以后,有关排队理论的研究工作有了新的进展,逐渐奠定了现代随机服务系统的理论基础。排队论主要研究各种系统的排队队长、排队的等待时间及所提供的服务等各种参数,以求得更好的服务。它是研究系统随机聚散现象的理论。

存储论是用来研究在什么时间,以什么数量,从什么地方供应,来补充零部件、器件、设备、资金等库存,既保证企业能有效运转,又使保持一定库存和补充采购的总费用最小。

2. 运筹学的特点

运筹学是一门年轻的新兴科学。运筹学的发展与社会科学、技术科学和军事科学的发展紧密相关,已成为工程与管理学科不可缺少的基础性学科。它的方法和实践已在科学管理、工程技术、社会经济、军事决策等方面起着重要的作用,并已产生了巨大的经济效益和社会效益。随着科学技术的迅猛发展,运筹学也以越来越快的速度渗透到信息科学、生命科学、材料科学和能源科学等前沿基础性研究中去,成为这些学科所不可缺少的研究工具。运筹学正发展成为一门集基础性、交叉性、实用性为一体的学科。

当代运筹学按其内涵可以分成三大类:

第一类是运筹学的基础理论,包括规划理论、随机运筹理论、组合及网络优化理论、决策理论,其基本架构与近代运筹学相一致。

第二类是有特定研究对象的运筹学理论与方法,包括工业运筹学、农业运筹学、交通运输运筹学、公用事业运筹学、军事运筹学、金融、市场、保险运筹学等。

第三类是运筹学同其他自然科学和人文科学的交叉。例如计算运筹学、工程技术运筹学、

管理运筹学、生命科学运筹学等。

以上第二、第三类则是由近代运筹学的发展所逐步形成的,运筹学的实用性和交叉性两大特点亦源于此,在以上三大类十余种学科的基础上,可再分出若干三级学科,据此可望为新世纪运筹学的发展规划出基本方向。

运筹学是软科学中“硬度”较大的一门学科,兼有逻辑的数学和数学的逻辑的性质,是系统工程学和现代管理科学中的一种基础理论和不可缺少的方法、手段和工具。

运筹学研究具有以下基本特征:

(1)系统的整体观念:运筹学不是对各子系统的决策行为进行孤立的评价,而是从全局观点看问题,把有关子系统相互关联的决策结合起来,把相互影响和制约的各个方面作为一个统一体,从系统整体利益出发,寻求一个优化协调的方案。

它以整体最优为目标,从系统的观点出发,力图以整个系统最佳的方式来解决该系统各部门之间的利害冲突。对所研究的问题求出最优解,寻求最佳的行动方案,所以它也可看成是一门优化技术,提供的是解决各类问题的优化方法。

(2)模型方法的应用:通过建立和求解模型,使问题在量化的基础上得到合理的决策。可以说,制订决策是运筹学应用的核心,而建立模型则是运筹学方法的精髓。

在数学建模过程中,对所建立的模型求解的过程往往就是一个运筹的求解过程,因为很多模型都要求出最优或者是最佳解。而且在很大程度上讲,运筹学不仅是一种工具,更是一种方法。特别是在应用广泛的“动态规划”中,它本身就要求模型的建立与求解过程的统一,可以说动态规划过程就是一种数学建模过程。运筹学具有坚实的基础,作为一门现代应用科学,与计算机科学是不可分割的,它的多数结论都是以算法形式给出的。

(3)多学科交叉:运筹学研究中吸收了来自不同领域的成果。运筹学按所解决问题性质的不同,可将实际系统归结为不同类型的数学模型。

运筹学既对各种经营进行创造性的科学研究,又涉及组织的实际管理问题,它具有很强的实践性,最终应能向决策者提供建设性意见,并应收到实效。

四、运筹学的工作方法

运筹学的工作方法大致可以分为6个阶段(如图0-1所示)。

(1)提出问题:首先必须弄清楚所要解决的是什么问题,明确问题的实质,找出关键问题。

(2)明确目标:明确想要达到的目标,选择最关键的目標。通常还必须弄清或预测随着事件的推移是否会使命目标发生变化。

(3)建立模型:即用数学语言描述问题。模型的种类可分为象形模型、模拟模型和数学模型。模型一要能正确完整地描述所要研究的问题,二要尽可能地简单。

(4)模型求解:搜集与问题有关的信息和资料,确定与模型有关的各种参数,并选择恰当的方法求出最优解。

(5)解的评价:求出的解是否符合要求;改变模型的参数对最优解会有什么样的影响等,都要求我们对所求出的最优解作进一步的分析和评价,并由此修正模型中的各种参数,使模型更符合实际。

(6)解的实施:决策者根据模型最优化所提供的数据、信息和方案,实施和应用模型的解。

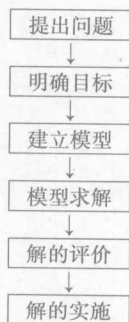


图0-1 运筹学的工作方法

第一部分 线性规划

线性规划是运筹学的一个分支,它已经有一套较为完整的原理、理论和方法,广泛应用于工农业生产、交通运输、商业、国防建设和经济管理等领域,是运筹学中应用最为广泛的一个分支,运筹学的其他许多分支也经常要用到线性规划的方法来求解。

最早研究线性规划问题的是前苏联数学家康脱洛维奇,他在1939年发表的《生产组织与计划中的数学方法》一书中,讨论了运输问题、机床负荷问题和下料等问题,但是他没有找到一个统一的求解这类问题的方法,因而在当时没有引起人们足够的重视。1947年,美国数学家丹捷格(G. B. Dantzing)提出了求解线性规划问题的单纯形法以后,线性规划才得到进一步的发展,理论上逐渐趋向于成熟,应用也越来越广泛。

线性规划所研究的问题主要有两类:一类是给定了人力、物力资源,研究如何合理地运用这些资源;另一类是研究如何统筹安排,尽量以最少的人力、物力资源来完成一定的任务。实际上,这两类问题是一个问题的两个方面,都是寻求整个问题的某个整体指标的最优化问题。

第一章 线性规划基础

第一节 线性规划问题及其数学模型

一、线性规划问题的实例

例 1-1 某企业用A、B、C三种原料生产甲、乙两种产品。已知每生产一件产品甲,需用原料A、B、C分别为1、1、0kg。每生产一件产品乙,需用原料A、B、C分别为1、2、1kg。每生产一件产品甲、乙的利润分别为3、4(万元)。每个计划期内,该企业能得到原料A、B、C的供应量分别为6、8、3kg。试问,该企业应如何制订生产计划,才能使计划期内的总利润达到最大?

为了清楚起见,可将上述问题的已知条件列成表格的形式(表1-1)。

表 1-1

每件产品所需原料 (kg) 原料	产品	甲	乙	每个计划期内原料供应限量 (kg)
A		1	1	6
B		1	2	8
C		0	1	3
每件产品的利润(万元)		3	4	