



新坐标大学本科电子信息类专业系列教材

数字信号处理原理及实现 学习指导

王艳芬 王刚 张晓光 刘卫东 编著

- 内容提要
- 典型例题分析
- 习题解答
- 自测题及参考答案
- 考研试题及解答



清华大学出版社



新坐标大学本科电子信息类专业系列教材

数字信号处理原理及实现 学习指导

王艳芬 王刚 张晓光 刘卫东 编著

- 内容提要
- 典型例题分析
- 习题解答
- 自测题及参考答案
- 考研试题及解答

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是主教材《数字信号处理原理及实现》(王艳芬等编著)一书的配套辅助教材,但可以独立使用,共包括9章。前8章内容与主教材相一致。第1章至第7章每章都包括五部分:第一部分是重点与难点;第二部分是内容提要,对课程内容进行了系统的阐述和归纳总结;第三部分是典型例题分析;第四部分是习题解答,对教材中的所有习题都进行了较详尽的解答;第五部分是自测题及参考答案。第8章给出了MATLAB上机习题的部分解答和提示。第9章是考试试题及解答,给出了几套本科生课程考试和研究生入学考试试题及解答,可全面测试读者对教材知识点的掌握。

本书重点突出,概念清楚,内容充实,题型多样,理论和实际紧密结合。本书主要作为工科信息通信类本科高年级学生复习之用,并为准备考研的学生提供考前指导和帮助,也可供从事信息处理、通信、电子技术等方面的工程技术人员及有关科研、教学人员参考使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理原理及实现学习指导/王艳芬等编著. —北京:清华大学出版社,2009.3
(新坐标大学本科电子信息类专业系列教材)

ISBN 978-7-302-19305-0

I. 数… II. 王… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教学参考资料 IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第008773号

责任编辑:王敏稚

责任校对:焦丽丽

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:13.25 字 数:320千字

版 次:2009年3月第1版 印 次:2009年3月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:22.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:028961-01



编委会名单

顾问(按姓氏音节顺序):

- | | |
|-----|---------------|
| 李衍达 | 清华大学信息科学技术学院 |
| 邬贺铨 | 中国工程院 |
| 姚建铨 | 天津大学激光与光电子研究所 |

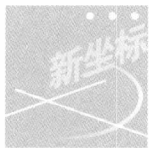
主任:

- | | |
|-----|-----------|
| 董在望 | 清华大学电子工程系 |
|-----|-----------|

编委会委员(按姓氏音节顺序):

- | | |
|-----|-------------------|
| 鲍长春 | 北京工业大学电子信息与控制工程学院 |
| 陈怡 | 东南大学高教所 |
| 戴瑜兴 | 湖南大学电气与信息工程学院 |
| 方达伟 | 中国计量学院信息工程学院 |
| 甘良才 | 武汉大学电子信息学院通信工程系 |
| 郭树旭 | 吉林大学电子科学与工程学院 |
| 胡学钢 | 合肥工业大学计算机与信息学院 |
| 金伟其 | 北京理工大学信息科技学院光电工程系 |
| 孔力 | 华中科技大学控制系 |
| 刘振安 | 中国科学技术大学自动化系 |
| 陆大绘 | 清华大学电子工程系 |
| 马建国 | 西南科技大学信息与控制工程学院 |
| 彭启琮 | 成都电子科技大学通信与信息工程学院 |
| 仇佩亮 | 浙江大学信电系 |
| 沈伯弘 | 北京大学电子学系 |

- | | |
|--------|---------------------|
| 童家榕 | 复旦大学信息科学与技术学院微电子研究院 |
| 汪一鸣(女) | 苏州大学电子信息学院 |
| 王福源 | 郑州大学信息工程学院 |
| 王华奎 | 太原理工大学信息与通信工程系 |
| 王 瑶(女) | 美国纽约 Polytechnic 大学 |
| 王毓银 | 北京联合大学 |
| 王子华 | 上海大学通信学院 |
| 吴建华 | 南昌大学电子信息工程学院 |
| 徐金平 | 东南大学无线电系 |
| 阎鸿森 | 西安交通大学电子与信息工程学院 |
| 袁占亭 | 甘肃工业大学 |
| 乐光新 | 北京邮电大学电信工程学院 |
| 翟建设 | 解放军理工大学气象学院 |
| 赵圣之 | 山东大学信息科学与工程学院 |
| 张邦宁 | 解放军理工大学通信工程学院无线通信系 |
| 张宏科 | 北京交通大学电子信息工程学院 |
| 张 泽 | 内蒙古大学自动化系 |
| 郑宝玉 | 南京邮电大学 |
| 郑继禹 | 桂林电子工业学院 |
| 周 杰 | 清华大学自动化系 |
| 朱茂镒 | 北京信息工程学院 |



序言

“新坐标大学本科电子信息类专业系列教材”是清华大学出版社“新坐标高等理工教材与教学资源体系创新与服务计划”的一个重要项目。进入 21 世纪以来,信息技术和产业迅速发展,加速了技术进步和市场的拓展,对人才的需求出现了层次化和多样化的变化,这个变化必然反映到高等学校的定位和教学要求中,也必然反映到对适用教材的需求。本项目是针对这种需求,为培养层次化和多样化的电子信息类人才提供系列教材。

“新坐标大学本科电子信息类专业系列教材”面向全国教学研究型 and 教学主导型普通高等学校电子信息类专业的本科教学,覆盖专业基础课和专业课,体现培养知识面宽、知识结构新、适应性强、动手能力强的人才的需要。编写的基本指导思想可概括为:

1. 教材的类型、选题和大纲的确定尽可能符合教学需要,以提高适用性。教材类型初步确定为专业基础课和专业课,专业基础课拟按电子信息大类编写,以体现宽口径;专业课包括本专业和非本专业两种,以利于兼顾专业能力的培养与扩展知识面的需要。选题首先从目前没有或虽有但不符合教学要求的教材开始,逐步扩大。

2. 重视基础知识和基础知识的提炼与更新,反映技术发展的现状和趋势,让学生既有扎实的基础,又了解科学技术发展的现状。

3. 重视工程性内容的引入,理论和实际相结合,培养学生的工程概念和能力。工程教育是多方面的,从教材的角度,要充分利用计算机的普及和多媒体手段的发展,为学生建立工程概念、进行工程实验和设计训练提供条件。

4. 将分析和设计工具与教材内容有机结合,培养学生使用工具的能力。

5. 教材的结构上要符合学生的认识规律,由浅入深,由特殊到一般。叙述上要易读易懂,适合自学。配合教材出版多种形式的教学辅助资料,包括教师手册、学生手册、习题集和习题解答、电子课件等。

本系列教材已经陆续出版了,希望能被更多的教师和学生使用,并热忱地期望将使用中发现的问题和改进的建议告诉我们,通过作者和读者之间的互动,必然会形成一批精品教材,为我国的高等教育作出贡献。欢迎对编委会的工作提出宝贵意见。



前言

随着信息技术的飞速发展,数字信号处理理论和技术日益成熟,已成为一门重要的学科,并在各个领域得到广泛应用。数字信号处理的基础知识已成为信息工程、电子科学与技术、电气自动化以及其他电类专业必须掌握的专业基础知识和必修内容。

本书是主教材《数字信号处理原理及实现》(王艳芬等编著,清华大学出版社出版)一书的配套辅助教材,但可以独立使用,共包括9章。前8章内容与主教材相一致,即离散时间信号与系统的时域分析、离散时间信号与系统的频域分析、离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT)、IIR数字滤波器设计、FIR数字滤波器设计、数字滤波器结构及MATLAB上机实验等。1~7章的每章都包括五部分:第一部分是重点与难点,主要列出了该章主教材内容的重要概念和难点;第二部分是内容提要,对课程中的基本内容进行了系统的阐述和归纳总结;第三部分是典型例题分析,将本章中的重点或难点通过例题分析给出解题思路 and 技巧;第四部分是习题解答,对教材中的所有习题都进行了较详尽的解答,有不少题给出了多种解法;第五部分是自测题及参考答案,使读者通过自测题检查和了解掌握基本概念的情况。第8章给出了MATLAB上机习题的部分解答和提示。第9章汇集了几年来本科生课程考试和研究生入学考试的试题及解答,综合性强,可全面测试读者对教材知识点的掌握。

本书作为主教材的配套用书,对主教材每一章所涉及的基本概念和基本原理都进行了归纳和总结,并给出了每一章的典型例题分析和所有习题详解。

本书重点突出,概念清楚,内容充实,题型多样,理论和实际紧密结合。

本书主要作为工科信息通信类本科高年级学生复习之用,并为准备考研的学生提供考前指导和帮助。同时也为讲授数字信号处理课程的教师扩充讲授素材、顺利完成答疑和上机辅导等提供帮助。

本书由王艳芬担任主编。第1~4章由王艳芬编写,第5章和第8章由王刚编写,第6章由张晓光编写,第7章由刘卫东编写,第9章由王艳芬和王刚共同编写。

限于编者水平,加上时间紧张,书中肯定存在不少问题和错误,诚挚希望广大读者批评指正。

编者

2008年9月

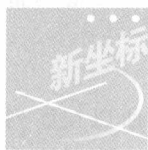


目 录

第 1 章 离散时间信号与系统的时域分析	1
1.1 重点与难点	1
1.2 内容提要	1
1.2.1 离散时间信号	1
1.2.2 离散时间系统	4
1.2.3 离散时间系统的时域描述——差分方程	5
1.2.4 模拟信号数字处理方法	5
1.3 典型例题分析	8
1.4 习题解答	11
1.5 自测题及参考答案	25
第 2 章 离散时间信号与系统的频域分析	27
2.1 重点与难点	27
2.2 内容提要	27
2.2.1 序列的傅里叶变换的定义及性质	27
2.2.2 序列的 Z 变换	29
2.2.3 系统函数与频率响应	31
2.3 典型例题分析	34
2.4 习题解答	35
2.5 自测题及参考答案	49
第 3 章 离散傅里叶变换	51
3.1 重点与难点	51
3.2 内容提要	51
3.2.1 傅里叶变换的几种形式	51
3.2.2 离散傅里叶级数(DFS)	52
3.2.3 离散傅里叶变换	53
3.2.4 频域采样理论	55
3.2.5 用 DFT 计算线性卷积	57

3.2.6	用 DFT 进行频谱分析	58
3.3	典型例题分析	60
3.4	习题解答	62
3.5	自测题及参考答案	74
第 4 章	快速傅里叶变换	76
4.1	重点与难点	76
4.2	内容提要	76
4.2.1	直接计算 DFT 的问题及改进的途径	76
4.2.2	DIT 基 2-FFT 算法与 DIF 基 2-FFT 算法	77
4.2.3	IDFT 的高效算法	78
4.2.4	线性调频 Z 变换(CZT)	79
4.3	典型例题分析	80
4.4	习题解答	82
4.5	自测题及参考答案	87
第 5 章	IIR 数字滤波器的设计	89
5.1	重点与难点	89
5.2	内容提要	89
5.2.1	滤波器的基本概念	89
5.2.2	模拟滤波器的设计	91
5.2.3	脉冲响应不变法	93
5.2.4	双线性变换法	94
5.2.5	数字滤波器的频率变换	96
5.3	典型例题分析	97
5.4	习题解答	98
5.5	自测题及参考答案	110
第 6 章	FIR 数字滤波器的设计	112
6.1	重点与难点	112
6.2	内容提要	112
6.2.1	线性相位 FIR 滤波器的特点	112
6.2.2	利用窗函数法设计 FIR 滤波器	114
6.2.3	利用频率采样法设计 FIR 滤波器	115
6.2.4	等波纹逼近法	117
6.2.5	FIR 与 IIR 数字滤波器的比较	117
6.3	典型例题分析	118

6.4	习题解答	120
6.5	自测题及参考答案	130
第 7 章	数字滤波器结构	132
7.1	重点与难点	132
7.2	内容提要	132
7.2.1	基本结构单元	132
7.2.2	无限长脉冲响应(IIR)滤波器的基本网络结构	133
7.2.3	有限长脉冲响应(FIR)滤波器的基本网络结构	135
7.3	典型例题分析	139
7.4	习题解答	143
7.5	自测题及参考答案	153
第 8 章	MATLAB 上机实验	155
8.1	部分上机习题提示与解答	155
8.2	综合设计例题分析	163
8.3	综合设计习题	167
第 9 章	综合测试及参考答案	170
9.1	本科生数字信号处理课程考试试题及解答	170
	试题一	170
	试题一解答	172
	试题二	175
	试题二解答	176
	试题三	179
	试题三解答	180
	试题四	183
	试题四解答	185
9.2	硕士研究生入学考试数字信号处理部分试题及解答	188
	试题一(数字信号处理部分)	188
	试题一解答	190
	试题二(数字信号处理部分)	191
	试题二解答	192
	试题三(数字信号处理部分)	194
	试题三解答	195
参考文献	197



离散时间信号与系统的时域分析

1.1 重点与难点

本章是数字信号处理的基础内容,主要介绍离散时间信号和系统的基本概念、基本分析方法。

本章重点:典型离散时间信号的表示方法;线性时不变系统的因果性和稳定性,系统的输入输出描述法,线性常系数差分方程的解法;模拟信号数字处理方法。

本章难点:线性常系数差分方程的解法;模拟信号数字处理方法。

1.2 内容提要

1.2.1 离散时间信号

1. 常用的基本序列

在信号分析中,常用的基本序列有单位脉冲序列、单位阶跃序列、矩形序列、实指数序列、正弦型序列、复指数序列和周期序列等。其定义及波形如表 1-1 所示。前几种序列比较简单,对于正弦型序列,需要注意以下几点:

(1) 数字频率与模拟频率

将正弦型序列 $x(n) = \cos(\omega n)$ 看成是对连续正弦信号 $x(t) = \cos(\Omega t)$ 的等间隔采样 ($t = nT$), 其中, 数字频率 ω 与模拟角频率 Ω 的关系是 $\omega = \Omega T = \frac{\Omega}{f_s} = 2\pi \frac{f}{f_s}$, 数字域频率是模拟域频率对采样频率的归一化值, 即数字频率只有相对意义, 不能表示频率的绝对大小。

数字频率 ω 的含义与模拟信号的概念是不同的。模拟正弦中的

角频率 Ω 的单位是 rad/s, 而此处 ω 的单位仅是 rad(无量纲)。这是因为 n 是无量纲整数, ω 表示相邻两个样点弧度的变化量。

(2) 数字低频与数字高频

当 $\omega=0$ 时, $\cos(\omega n)$ 变化最慢(不变化); 当 $\omega=\pi$ 时, $\cos(\omega n)$ 变化最快。所以在序列分析和数字滤波器描述中, 在主值区上, 将 $\omega=0$ 附近称为数字低频, 而将 $\omega=\pi$ 附近称为数字高频。容易证明, 当满足采样定理 $f_s \geq 2f_c$ 时, 模拟信号的最高频率 f_c 对应的数字频率 $\omega_c = 2\pi f_c / f_s \leq \pi$, 当取采样频率 $f_s = 2f_c$ 时, $\omega_c = 2\pi f_c / f_s = \pi$ 。

(3) 周期序列

模拟周期信号的采样不一定是周期序列, 只有当采样频率与信号周期构成一定关系时才能得到周期序列。例如, 要使一个正弦序列 $A\sin(\omega n + \varphi)$ 是周期序列, 必须满足条件:

$$A\sin(\omega n + \varphi) = A\sin[\omega(n + N) + \varphi] = A\sin(\omega n + \omega N + \varphi)$$

要满足 $x(n+N) = x(n)$, 则要求 $N = \frac{2\pi}{\omega}k$, 式中 k 与 N 均取整数, 且 k 的取值要保证 N 是最小的正整数, 满足这些条件, 正弦序列才是以 N 为周期的周期序列。

例如: $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)$, $\omega = \frac{\pi}{5}$, $N = \frac{2\pi}{\omega}k = 10$, 其中 $k=1$, 所以 $x(n)$ 是周期为 10 的周期序列。若 $x(n) = \sin\left(\frac{1}{5}n\right)$, 则 $N = \frac{2\pi}{\omega}k = 10\pi k$, 为无理数, 所以 $x(n)$ 不是周期序列。

要点: 正弦序列或复指数序列不一定是周期序列, 只有当数字频率 ω 是 π 的函数时, 才一定是周期序列。

表 1-1 常用的基本序列定义及波形

序号	序列	波形
1	单位脉冲序列 $\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$	
2	单位阶跃序列 $u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$	
3	矩形序列 $R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n \text{ 为其他} \end{cases}$	

续表

序号	序列	波形
4	实指数序列 $x(n) = a^n u(n)$ a 为实数	
5	正弦型序列 $x(n) = \sin(\omega n)$ 或 $x(n) = \cos(\omega n)$	
6	复指数序列 $x(n) = e^{(\sigma + j\omega)n}$	若 $\sigma = 0$, 可得: $x(n) = e^{j\omega n} = \cos(\omega n) + j\sin(\omega n)$
7	周期序列 $\tilde{x}(n) = x(n + N) \quad -\infty < n < \infty$	例如:

2. 序列的基本运算

(1) 乘法和加法: 序列之间的乘法和加法, 是指它的同序号的序列值逐项对应相乘和相加。

(2) 移位: 设某一序列 $x(n]$, m 为正整数, 则 $x(n-m)$ 表示序列右移(延时); $x(n+m)$ 表示序列左移(超前)。

(3) 翻转及尺度变换: 当 $y(n) = x(-n)$ 时, 称 $y(n)$ 是 $x(n)$ 的翻转序列, 它是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴左右翻转而得到的。

$x(mn)$ 表示序列每 m 点(或每隔 $m-1$ 点)取一点, 称为序列的压缩或抽取。 $x\left(\frac{n}{m}\right)$ 表示把原序列两相邻值之间插入 $m-1$ 个零值, 称为序列的伸展或内插零值。

3. 任意序列的单位脉冲序列表示

$\delta(n)$ 序列是一种最基本的序列, 任何一个序列可以由 $\delta(n)$ 来构造, 即任意序列都可以表示成单位脉冲序列的移位加权和: $x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$ 。

1.2.2 离散时间系统

1. 线性系统

对任意常数 a 和 b , 若有

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = T[ax_1(n)] + T[bx_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n)$$

则此系统为线性系统, 否则为非线性系统。

2. 时不变系统

设

$$y(n) = T[x(n)]$$

对任意整数 k , 若

$$y(n-k) = T[x(n-k)]$$

则称该系统为时不变系统, 否则为时变系统。

3. 线性时不变离散系统

同时满足线性和时不变条件的离散系统称为线性时不变离散系统(简称 LTI)或线性移不变离散系统(简称 LSI)。该系统满足以下关系:

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) = x(n) * h(n)$$

这就是线性时不变离散系统的卷积和表示。该式表明, 线性时不变系统的输出序列等于输入序列和系统单位脉冲响应的线性卷积。

4. 线性卷积的计算和性质

线性卷积是一种非常重要的计算, 其计算过程包括翻转(翻褶)、移位、相乘、求和四个过程。具体为: ①将 $x(n)$ 和 $h(n)$ 用 $x(m)$ 和 $h(m)$ 表示, 并将 $h(m)$ 进行翻转, 形成 $h(-m)$ 。②将 $h(-m)$ 移位 n , 得到 $h(n-m)$ 。当 $n > 0$ 时, 序列右移; $n < 0$ 时, 序列左移。③将 $x(m)$ 和 $h(n-m)$ 相同 m 的序列值对应相乘。④将相乘结果再相加。按照以上四个步骤可得到卷积结果 $y(n)$ 。

计算线性卷积的常用方法有图解法和列表法等。

线性卷积服从交换律、结合律和分配律。

5. 系统的因果性和稳定性

(1) 因果系统

所谓因果系统是指系统某时刻的输出只取决于此时刻和此时刻以前时刻的输入, 而与此时刻以后的输入无关的系统。

线性时不变系统具有因果性的充分必要条件是:

$$h(n) = 0, \quad n < 0$$

(2) 稳定系统

稳定系统是指有界输入产生有界输出的系统。

线性时不变系统具有稳定性的充分必要条件是系统的单位脉冲响应绝对可和：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

综上所述,因果稳定系统的时域条件(在第2章还会得到相应的频域条件)是:

$$\begin{cases} h(n) = 0, & n < 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty \end{cases}$$

1.2.3 离散时间系统的时域描述——差分方程

1. 常系数线性差分方程的一般表达式

一个 N 阶常系数线性差分方程,其一般形式为

$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k)$$

或者

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r), \quad a_0 = 1$$

式中, $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别是系统的输入序列和输出序列, a_k 和 b_r 均为常数, 式中 $y(n-k)$ 和 $x(n-r)$ 项只有一次幂, 也没有相互交叉项, 故称为线性常系数差分方程。差分方程的阶数是用方程 $y(n-k)$ 项中 k 的取值最大与最小之差确定的。

2. 差分方程的求解

常系数差分方程的求解方法有迭代法、时域经典法、卷积法和变换域法。迭代法比较简单,但不能直接给出一个完整的解析式作为解答(也称闭合形式解答)。时域经典法类似于解微分方程,过程繁琐,应用很少,但物理概念比较清楚。卷积法适用于系统起始状态为零时的求解。变换域方法类似于连续时间系统的拉普拉斯变换,在离散系统中采用 Z 变换法来求解差分方程,在第2章主要采用变换域方法。

1.2.4 模拟信号数字处理方法

1. 信号的采样

利用采样脉冲序列 $p(t)$ 从连续时间信号 $x_a(t)$ 中抽取一系列的离散样值,由此得到的离散时间信号通常称为采样信号,以 $\hat{x}_a(t)$ 表示。

理想采样就是假设采样开关闭合时间无限短,即 $\tau \rightarrow 0$ 的极限情况。理想采样输出

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t) \cdot \delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \delta(t - nT)$$

理想采样后,信号频谱发生的变化为:

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}_a(t) e^{-j\Omega t} dt = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_a(j\Omega - jn\Omega_s)$$

上式表明,一个连续时间信号经过理想采样后,其频谱将沿着频率轴以采样频率 Ω_s 为间隔而重复,即频谱产生了周期延拓;如图 1-1(c)所示。

2. 时域采样定理

采样信号的频谱是频率的周期函数。如果信号 $\hat{x}_a(t)$ 是带限信号,并且其最高频率不超过 $\Omega_s/2$,即

$$X_a(j\Omega) = \begin{cases} X_a(j\Omega), & |\Omega| < \Omega_s/2 \\ 0, & |\Omega| \geq \Omega_s/2 \end{cases}$$

那么采样频谱中,基带频谱以及各次谐波调制频谱彼此是不重叠的。如果用一个带宽为 $\Omega_s/2$ 的理想低通滤波器,就可以将它的各次调制频谱滤掉,从而只保留不失真的基带频谱。也就是说,可以不失真地还原出原来的连续信号来。但是,如果信号最高频谱超过 $\Omega_s/2$,那么在采样频谱中,各次调制频谱就会相互交叠,这就是频谱“混叠”现象,如图 1-1(d)所示。这里,采样频率的一半,即 $\Omega_s/2$ 或 $f_s/2$,也称作折叠频率。

结论:为使采样后不失真地还原出原信号,采样频率必须大于等于两倍信号最高频率 f_c ,即 $f_s \geq 2f_c$,这就是奈奎斯特采样定理。

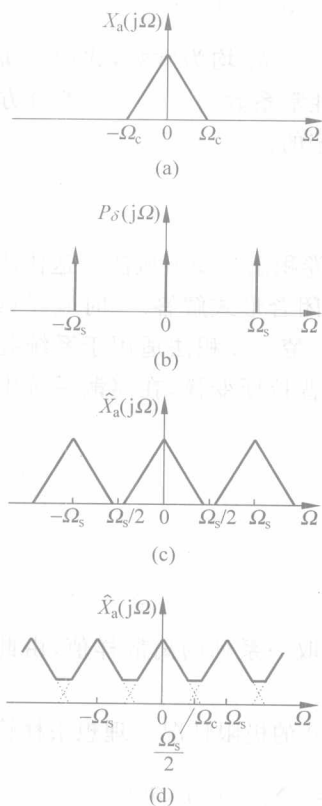


图 1-1 采样信号的频谱图

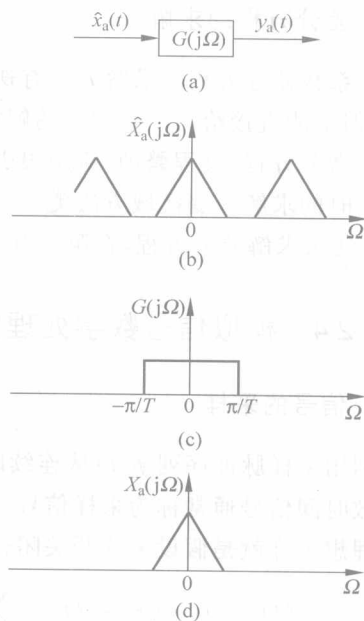


图 1-2 采样的恢复

3. 采样的恢复

如果采样满足奈奎斯特采样定理,即信号最高频谱不超过折叠频率,可以将采样信号通过一个理想的低通滤波器 $G(j\Omega)$,这个理想低通滤波器只让基带频谱通过,因而其带宽应该等于折叠频率,即

$$G(j\Omega) = \begin{cases} T, & |\Omega| < \Omega_s/2 \\ 0, & |\Omega| \geq \Omega_s/2 \end{cases}$$

采样信号通过这个低通滤波器,就可得到原信号频谱,如图 1-2 所示,即

$$Y(j\Omega) = \hat{X}_a(j\Omega) \cdot G(j\Omega) = \frac{1}{T} X_a(j\Omega) \cdot G(j\Omega) = X_a(j\Omega)$$

因此在输出端可以得到恢复的原模拟信号

$$y(t) = x_a(t)$$

4. 采样内插公式

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \frac{\sin\left[\frac{\pi}{T}(t-nT)\right]}{\frac{\pi}{T}(t-nT)}$$

式中, $g(t-nT) = \frac{\sin\left[\frac{\pi}{T}(t-nT)\right]}{\frac{\pi}{T}(t-nT)}$ 称为内插函数,其波形特点为:在采样点 nT 上,函数

值为 1,其余采样点上,函数值为零,如图 1-3 所示。

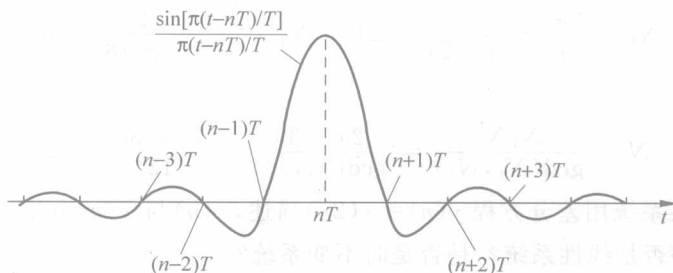


图 1-3 内插函数

采样内插公式表明了连续信号 $x_a(t)$ 如何由它的采样值 $x_a(nT)$ 来表达,即 $x_a(t)$ 等于 $x_a(nT)$ 乘上对应的内插函数的总和。内插结果使得被恢复的信号在采样点的值就等于 $x_a(nT)$,采样点之间的信号则是由各采样值内插函数的波形延伸叠加而成的。恢复过程如图 1-4 所示。

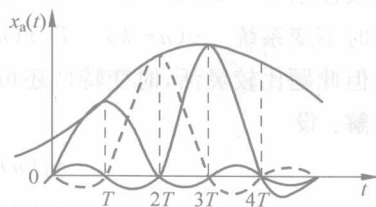


图 1-4 由内插函数恢复模拟信号的过程