DAXUE WULI XUEXIZHIDAO

大学物理
学习指导

■ 罗仁俊　主编

华南理工大学出版社

大学物理学习指导

罗仁俊　主编

华南理工大学出版社
·广州·

内 容 简 介

本书主要是为配合邓文基教授主编的教材《大学物理》而编写的学习指导书，内容包括学习指导、问题讨论和习题全解三部分。第一部分为本章的学习基本要求、重点难点和知识要点；第二部分是针对本章基本概念的问题讨论；第三部分是教材中相应章节的全部习题及其详细解答。

本书可作为高等院校理工科非物理类专业学生的学习指导和教师教学参考用书，既可与原教材配套使用，也可作为独立的参考书使用。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习指导/罗仁俊主编．—广州：华南理工大学出版社，2009．2
ISBN 978-7-5623-2768-4

Ⅰ．大…　Ⅱ．罗…　Ⅲ．物理学-高等学校-教学参考资料　Ⅳ．O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 179268 号

总 发 行：华南理工大学出版社（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）
营销部电话：020-87113487　87110964　87111048（传真）
E-mail：**z2cb@scut.edu.cn**　　**http**：**//www.scutpress.com.cn**
责任编辑：兰新文
印 刷 者：广州市穗彩彩印厂
开　　本：787mm×960mm　1/16　**印张**：19　**字数**：461 千
版　　次：2009 年 2 月第 1 版　2009 年 2 月第 1 次印刷
印　　数：1～5000 册
定　　价：28.00 元

前　言

本书是理工科非物理类专业的大学物理辅导教材，其内容顺序按照邓文基教授主编的教材《大学物理》来编排（原教材中第九章、第十三章、第二十九章和第三十章属于概述或扩展性内容，该辅导书中未编写配套内容）。书中每章内容均由三部分组成：第一部分为本章的学习基本要求、重点难点和知识要点；第二部分是针对本章基本概念的问题讨论；第三部分是教材中配套的全部习题及其详细参考解答。该书既可与原教材配套使用，也可作为独立的学习参考书使用。

编写本书的目的，是希望为学生学习大学物理提供有益的帮助。大学物理内容涉及面广，知识点多。本书通过对各部分内容的学习基本要求和重点难点提示，使学生能对该部分的学习目标心中有数。书中对各章内容主要知识点、基本定律、基本公式的归纳总结为学生整理出简洁的复习纲要，有利于学生掌握和巩固所学知识。学好大学物理的关键在于对大学物理各种基本概念的正确理解和深刻体会。本书各章第二部分围绕相应部分的基本概念、针对一些普遍问题进行讨论，力图使学生从概念上获得较为清晰的认识。第三部分对大学物理习题的解答旨在为学生分析和解决问题提供一定的指导，引导学生分析、思考和解决问题。

本书由罗仁俊主编。承担编写的人员和具体分工为：罗仁俊编写全书各章的“第一部分　学习指导”、“第二部分　问题讨论”，各章“第三部分　习题解答”由下列人员编写：李绍新（力学：第一至第五章）、邓柏昌（振动波动：第六至第八章）、罗仁俊（波动光学：第十至第十二章）、韩光泽（热学：第十四至第十六章）、王琴惠（静电学：第十七至第十八章）、范庆华（电磁学：第十九至第二十三章）、文德华（狭义相对论：第二十四章）、汪红翎（近代物理：第二十五至第二十八章）。

由于编者水平有限，书中存在的错漏和不妥之处，恳请读者指正。

编　者

2008 年 10 月

目　　录

第一篇　经典力学

第二篇　机械振动　机械波

第三篇　波动光学

第四篇　热　学

第五篇　电磁学

第六篇　近代物理

第一篇　经典力学

第一章　质点运动学

第一部分　学习指导

一、基本要求

（1）掌握位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量；（2）掌握处理质点运动学两类基本问题的基本方法，熟练运用向量和微积分处理相关问题；（3）理解自然坐标系，并用其计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度；（4）理解质点在不同参照系中的相对运动规律。

二、重点难点

1. 重点

（1）描述质点运动的物理量：位矢、位移矢量、速度矢量和加速度矢量；（2）自然坐标系，质点圆周运动的角量描述；（3）相对运动。

2. 难点

（1）用矢量和积分来处理质点运动学中的各种问题；（2）在自然坐标系中计算质点做圆周运动或其他曲线运动的物理量；（3）相对运动的概念和计算。

三、知识要点

1. 参考系

描述物体运动时用作参考的其他物体。

2. 位置矢量（位矢）

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$

在直角坐标系中　$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

位矢大小　$r=|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

方向余弦　$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\cos\beta=\dfrac{y}{r}$，$\cos\gamma=\dfrac{z}{r}$

3. 位移

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)=\vec{r}_2-\vec{r}_1$$

在直角坐标系中

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}$$

4. 质点的速度

平均速度：$\overline{\vec{v}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$；瞬时速度：$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$。

在直角坐标系中 $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\dfrac{dx}{dt}\vec{i}+\dfrac{dy}{dt}\vec{j}+\dfrac{dz}{dt}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$

速率(瞬时速度的大小) $v=|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dz}{dt}\right)^2}$

5. 质点的加速度

平均加速度：$\overline{\vec{a}}=\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$；瞬时加速度：$\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$。

在直角坐标系中 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{dv_x}{dt}\vec{i}+\dfrac{dv_y}{dt}\vec{j}+\dfrac{dv_z}{dt}\vec{k}=\dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\dfrac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

加速度大小 $a=|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

6. 自然坐标系中质点运动的描述

位置 $S=S(t)$

路程 $\Delta S=S(t+\Delta t)-S(t)$

速度 $\vec{v}=\dfrac{dS}{dt}\vec{\tau}=v\vec{\tau}$

加速度 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}+\dfrac{v^2}{\rho}\vec{n}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$

切向加速度 $a_\tau=\dfrac{dv}{dt}$

法向加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$

加速度的大小 $a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\dfrac{dv}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{v^2}{\rho}\right)^2}$

7. 圆周运动的角量描述

角位置 $\theta=\theta(t)$

角位移 $\Delta\theta=\theta(t+\Delta t)-\theta(t)$

角速度 $\omega=\dfrac{d\theta}{dt}$

角加速度 $\alpha=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

8. 角量与线量的关系

$$S=R\theta \qquad \Delta S=R\Delta\theta \qquad v=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=R\omega \qquad a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\alpha \qquad a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$

9. 求解质点运动学两类基本问题的方法

第一类　$\vec{r}\xrightarrow{\text{求导}}\vec{v}\xrightarrow{\text{求导}}\vec{a}$

第二类　$\vec{a}\xrightarrow[\text{积分}]{\vec{v}_0}\vec{v}\xrightarrow[\text{积分}]{\vec{r}_0}\vec{r}$

10. 相对运动

坐标变换：$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{r}\,'$；速度变换：$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{v}\,'$；加速度变换：$\vec{a}=\vec{a}_0+\vec{a}\,'$。

其中，$\vec{r}$、$\vec{v}$、$\vec{a}$ 分别是质点在 S 系中的位矢、速度和加速度；$\vec{r}\,'$、$\vec{v}\,'$、$\vec{a}\,'$分别是质点在 S'系中的位矢、速度和加速度；$\vec{r}_0$、$\vec{v}_0$、$\vec{a}_0$ 则是 S'系相对于 S 系的位矢、速度和加速度。

第二部分　问题讨论

1.（1）匀加速运动是否一定是直线运动？（2）匀速圆周运动是不是匀加速运动？

答：（1）不一定。当加速度是一个恒矢量（大小和方向都不变）时，若物体运动的初速度方向与加速度方向平行，则物体做直线运动，例如竖直上抛运动；若运动初速度方向与加速度方向不一致，则是曲线运动，如斜抛体运动。

（2）不是。匀加速运动一般是指加速度为恒矢量的运动，即加速度的大小和方向均不变。而匀速圆周运动只是速度大小不变，但方向时刻在变，虽然加速度的数值不变，但其方向时刻在变。所以，匀速圆周运动不是匀加速运动。

2. 试判断质点做匀加速圆周运动时，各种加速度的变化情况：（1）切向加速度的大小、方向是否改变？（2）法向加速度的大小、方向是否改变？（3）总加速度的大小、方向是否改变？

答：匀加速圆周运动是指切向加速度的大小保持不变的圆周运动，所以：

（1）匀加速圆周运动的切向加速度大小不变，即 a_τ 为常量；但因切向加速度的方向恒沿轨道切线，所以方向时刻在变。

（2）由于 $v=v_0+a_\tau t$，所以匀加速圆周运动过程中速率越来越大。根据$a_n=\dfrac{v^2}{R}$，故法向加速度的值不断增大，方向也时刻在变，恒指向圆心。

（3）因 $a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}$，而 a_n、a_τ 的值在不断增加，所以总加速度 a 的大小也在不断增大；因 $\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$，而 $\vec{a}_n$、$\vec{a}_\tau$ 方向时刻在变，所以总加速度的方向也时刻在变。

3. 设质点做平面运动，其运动方程为 $\vec{r}=\vec{r}\,(t)$，$\vec{v}=\vec{v}\,(t)$，问：（1）如果$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，则质点做什么运动？（2）如果$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\neq 0$，则质点做什么运动？

答：(1) $\vec{r}=\vec{r}(t)$，$\vec{r}$ 的变化包括其大小和方向的变化。因 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，说明质点在运动的过程中，其矢径 $\vec{r}$ 的大小 r 保持不变；但由于 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\neq0$，所以矢径 $\vec{r}$ 的方向一定在变化，由此判断质点作平面圆周运动。

(2) 类似地，$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$ 表明质点在运动过程中速度 $\vec{v}$ 的大小 v 保持不变；但 $\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\neq0$，说明只能是速度 $\vec{v}$ 的方向在变化，因此质点在平面上作匀速曲线运动。

4. 在曲线运动中，$|\Delta\vec{r}|$ 与 Δr 是否相同？$|\Delta\vec{v}|$ 与 Δv 是否相同？

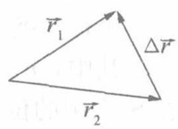


图 1-1

答：如图 1-1 所示，$|\Delta\vec{r}|=|\vec{r}_2-\vec{r}_1|$，即两位置矢量之差（位矢增量）的绝对值，而 $\Delta r=|\vec{r}_2|-|\vec{r}_1|$，为两位置矢量的绝对值之差。因此两者的概念是完全不同的。再者，若要使 $|\Delta\vec{r}|$ 与 Δr 相同，则必须同时满足 $|\vec{r}_1|=|\vec{r}_2|$ 和 $\vec{r}_1=\vec{r}_2$，也就是 $|\Delta\vec{r}|=0$，$\Delta r=0$。显然这在曲线运动中是不可能的，只能是质点静止不动。

同理，$|\Delta\vec{v}|=|\vec{v}_2-\vec{v}_1|$ 是两速度矢量之差（速度增量）的绝对值，而 $\Delta v=|\vec{v}_2|-|\vec{v}_1|$ 是两速度的绝对值之差，因此两者从概念上讲完全不同。只有当质点做匀速直线运动，也就是当两不同时刻的速率相同，方向也相同时，两者在数值上相等：$|\Delta\vec{v}|=0$，$\Delta v=0$。

5. 如图 1-2 (a) 所示，在离水面高度为 h 的岸边，有人用绳子拉船靠岸，船在离岸边 x 距离处，当人以速率 v_0 匀速收绳时，试分析船的运动：(1) 船是否做匀速运动？(2) 船的速率 u 是否等于 $v_0\cos\theta$？(3) 绳上各点的速率是否都等于 v_0？

答：(1) 根据题意可得 $$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=v_0$$

由图 1-2(a) 中几何关系得 $$x=\sqrt{l^2-h^2}$$

船的速度

$$\vec{u}=-\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}=-\frac{l}{\sqrt{l^2-h^2}}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\vec{i}=-v_0\frac{l}{\sqrt{l^2-h^2}}\vec{i}=-v_0\frac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}\vec{i}$$

由上式看出，船的运动不是匀速的。

船的加速度 $$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}=-v_0^2\frac{h^2}{(l^2-h^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{i}=-\frac{h^2v_0^2}{x^3}\vec{i}$$

(2) 由上一问的结果已看到，船速的大小为

$$u=v_0\frac{l}{x}=\frac{v_0}{\cos\theta}$$

所以船速的大小 u 不等于 $v_0\cos\theta$，而 $v_0=u\cos\theta$。这一点从图 1-2 (b) 中的几何关系也可以得出

$$\frac{v_0}{u}=\frac{\Delta l}{\Delta x}=\cos\theta$$

所以 $v_0=u\cos\theta$。

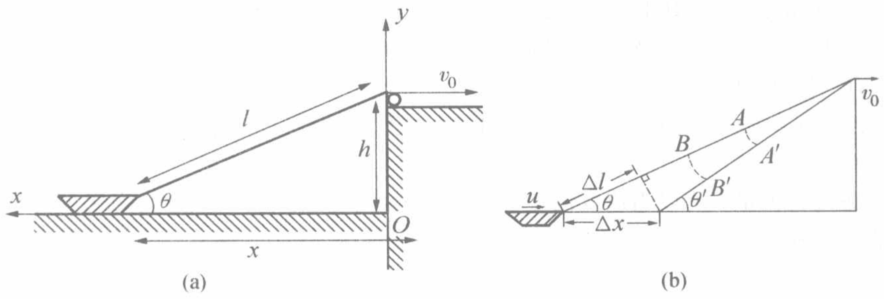


图 1－2

（3）不是。只有在与滑轮切点处的绳的速率才是 v_0，其他各点的速率是逐点变化的。如图 1－2（b）所示，从地面参考系来看，设经过 Δt 时间，船头向右移动了距离 Δx，则绳上 A、B 两点分别移动到了 A'和 B'处，显然这两点位移的大小和方向均不相同，所以它们的速度大小和方向也不相同，绳上各点的速率是逐点变化的。由 $v_0=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$ 可知：v_0代表绳上各点沿绳方向的分速率，但并不代表各点的合运动速率。或者说v_0是收绳速率，绳上各点沿绳方向的速率分量相同，但总速率却不同。

6. 下雨时，车上的乘客坐在车内观察车外雨点的运动，设雨点相对于地面是匀速直线落下的，试分析在下列几种情形中他所观察到的结果。（1）车是静止的；（2）车在水平轨道上匀速前进；（3）车在水平轨道上匀加速前进；（4）车在水平面做匀速圆周运动。

答： 雨对车的相对速度为 $\vec{u}'=\vec{u}-\vec{u}_0$。式中 $\vec{u}$ 和 $\vec{u}_0$ 分别是雨对地和车对地的速度。

（1）车静止时，$\vec{u}'=\vec{u}$，车内观察者看到雨点垂直匀速落下（沿 z 方向）。

（2）当车在水平方向做匀速运动时，雨对车的相对速度 $\vec{u}'=\vec{u}-\vec{u}_0$，方向如图1－3所示。雨对车在竖直方向和水平方向的位移大小分别为 $z=ut$，$x=u_0t$，故车上乘客看到的雨点轨迹为$\frac{x}{z}=\frac{u_0}{u}$，为一斜向直线（即沿图中 $\vec{u}'$的方向）。

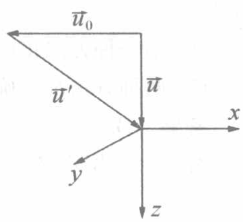


图 1－3

（3）车在水平轨道上匀加速前进时，有 $x=\frac{1}{2}at^2$，$z=ut$，故雨点运动轨迹为一抛物线：$x=\frac{1}{2}a\frac{z^2}{u^2}$。

（4）若车在水平面作匀速圆周运动，则轨迹方程 $z=ut$，$x^2+y^2=R^2$，故雨点运动轨迹为螺旋线。

第三部分　习题解答

1-1　下面几种说法，其中哪些说法是可能的?（1）物体具有恒定的速率，但仍有变化的速度。（2）物体具有恒定的速度，但仍有变化的速率。（3）物体具有加速度，但其速度为零。　（　）

A. 只有（1）是可能的，（2）、（3）不可能　　B. 只有（3）是可能的，（1）、（2）不可能

C. 只有（1）、（3）是可能的，（2）不可能　　D. 只有（1）、（2）是可能的，（3）不可能

答案：C。

分析：速度是矢量，所以当速度恒定时，表明其大小和方向都不随时间变化，故（2）不可能。（1）的情况如匀速圆周运动。（3）的情况如一静止的物体受力后在开始运动之初，其速度为零但加速度不为零。

1-2　下面几种说法，其中哪些说法是正确的?（1）运动物体的加速度越大，物体的速度也越大。（2）物体在直线上运动时，若物体向前的加速度减小了，则物体前进的速度也随之减小。（3）物体的加速度的值很大，但物体速度的值可以不变，这是不可能的。　（　）

A. 只有（1）是正确的，（2）、（3）不正确　　B. 只有（2）是正确的，（1）、（3）不正确

C.（1）、（2）、（3）都是正确的　　D.（1）、（2）、（3）都是错误的

答案：D。

分析：物体的加速度越大，只说明物体速度的时间变化率越大，故（1）错；只要加速度方向与速度方向相同，物体的速度就要增加，此时加速度减小只能说明物体速度的增加率减小了，故（2）错；在匀速曲线运动中，物体运动速度的数值不变，但这并没有对其加速度的值有何限制，法向加速度的值可以很大，所以（3）的说法也是错误的。

1-3　设质点的运动方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$。在计算质点的速度与加速度的大小时，有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据

$$v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad 及 \quad a=\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$$

求得结果；又有人先计算质点的速度与加速度的分量，再合成求得结果，即

$$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2} \quad 及 \quad a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

那么　（　）

A. 第一种方法正确，第二种方法错误　　B. 第二种方法正确，第一种方法错误

C. 两种方法都正确　　D. 两种方法都错误

答案：B。

分析：根据定义，速度与加速度满足下面的关系

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} \quad 及 \quad \vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}$$

其大小分别为

$$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2} \quad 及 \quad a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

当一个矢量随时间变化时，它的大小和方向都可能改变，前一种方法的错误在于只考虑了位矢 $\vec{r}$ 的大小 r 随时间 t 的变化，而没有考虑由于位矢的方向随时间 t 的变化对速度的贡献。

1-4　物体在某一时刻开始运动，在 Δt 时间后，经任一路径回到出发点，此时速度的大小与开始时相同，但方向不同。那么，在 Δt 时间内　（　）

A. 平均速度为零，平均加速度为零　　B. 平均速度不为零，平均加速度为零

C. 平均速度为零，平均加速度不为零　　D. 平均速度不为零，平均加速度不为零

答案：C。

解：平均速度 $\overline{\vec{v}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$，依题意，$\Delta\vec{r}=0$，所以 $\overline{\vec{v}}=0$；平均加速度 $\overline{\vec{a}}=\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$，依题意，$\Delta\vec{v}\neq 0$（速度方向改变），所以 $\overline{\vec{a}}\neq 0$。

1-5　质点做曲线运动，若 $\vec{r}$ 表示位置矢量，S 表示路程，$\vec{v}$ 表示速度，v 表示速率，a 表示加速度大小，a_τ 表示切向加速度大小，则下列表达式中正确的是　（　）

A. $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}=v$，$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a$　　B. $\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|=v$，$\dfrac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t}=a_\tau$

C. $\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|=a_\tau$，$\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=v$　　D. $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t}=a$，$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=v$

答案：B 。

分析：

$a=\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|$，并且 $v=\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，但 $v\neq\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$，故 A 错；$a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，但 $a_\tau\neq\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|$，故 C 错；$v=\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|$，并且 $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t}\neq a$，故 D 错。

1-6　一质点沿直线运动，其速度 $v=v_0\mathrm{e}^{-kt}$（式中 k，v_0 为常量），当 $t=0$ 时，质点的坐标为 $x=0$，则此质点的运动方程为　（　）

A. $x=\dfrac{v_0}{k}\mathrm{e}^{-kt}$　　B. $x=-\dfrac{v_0}{k}\mathrm{e}^{-kt}$　　C. $x=\dfrac{v_0}{k}(1-\mathrm{e}^{-kt})$　　D. $x=-\dfrac{v_0}{k}(1-\mathrm{e}^{-kt})$

答案：C。

解：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v=v_0\mathrm{e}^{-kt}$$

分离变量

$$\mathrm{d}x=v_0\mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

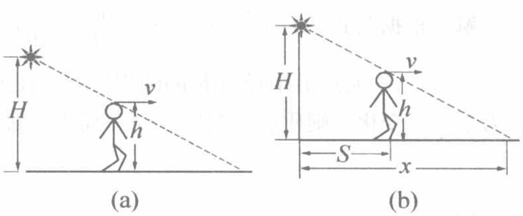
两边积分得

$$\int_0^x\mathrm{d}x=\int_0^t v_0\mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t\Rightarrow x=\frac{v_0}{k}(1-\mathrm{e}^{-kt})$$

1-7　如题 1-7 图 (a) 所示，路灯距地面高度为 H，行人身高为 h，若人以匀速 v 背向路灯行走，则人头的影子移动的速度 v' 等于　（　）

A. $\dfrac{H-h}{H}v$　　B. $\dfrac{H}{H-h}v$

C. $\dfrac{h}{H}v$　　D. $\dfrac{H}{h}v$



题 1-7 图

答案：B。

解：如题 1-7 图（b）所示，有

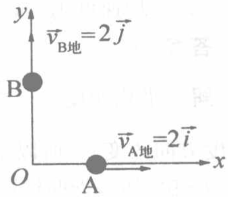
$$x=\frac{H}{H-h}S \qquad v'=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{H}{H-h}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\frac{H}{H-h}v$$

1-8　在相对地面静止的坐标系内，A、B 两船都以 2m/s 的速率匀速行驶，A 船沿 x 轴正向，B 船沿 y 轴正向。今在 A 船上设置与该坐标系方向相同的坐标系（x、y 方向的单位矢量分别为 $\vec{i}$、$\vec{j}$），那么，在 A 船上的坐标系中，B 船的速度（以 m/s 为单位）为　（　　）

A. $2\vec{i}+2\vec{j}$　　B. $-2\vec{i}+2\vec{j}$　　C. $-2\vec{i}-2\vec{j}$　　D. $2\vec{i}-2\vec{j}$

答案：B。

解：如题 1-8 图所示



题 1-8 图

$$\vec{v}_{BA}=\vec{v}_{B地}+\vec{v}_{地A}=\vec{v}_{B地}-\vec{v}_{A地} \qquad \vec{v}_{B地}=2\vec{j} \qquad \vec{v}_{A地}=2\vec{i}$$

从而得　$\vec{v}_{BA}=-2\vec{i}+2\vec{j}$

1-9　一质点在 xy 平面内运动，其运动学方程为 $\vec{r}=2t\vec{i}+(19-2t^2)\vec{j}$ (SI)。当 $t=$____ s 时，质点的位置矢量与速度刚好垂直；当 $t=$____ s 时，质点离原点最近；质点的轨迹方程是________。

答案：0、3，3，$y=19-\dfrac{x^2}{2}$。

解：由位置矢量表达式可得　$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=2\vec{i}-4t\vec{j}$

两矢量垂直，点积为 0。由题意，质点的位移矢量与速度垂直，有

$$\vec{v}\cdot\vec{r}=4t-4t(19-2t^2)=0\Rightarrow t_1=0,\ t_2=3$$

因此 $t=0$ 或 $t=3$s 时，质点位矢与速度刚好垂直。

由于 $r=\sqrt{4t^2+(19-2t^2)^2}$，求 r 的极值，其一阶导数为 0

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0\Rightarrow t=3$$

因而 $t=3$s 时，质点离原点最近。

由 $x=2t$，$y=19-2t^2$，消去 t，得轨迹方程 $y=19-\dfrac{x^2}{2}$。

1-10　已知质点的运动方程为 $x=\omega Rt-R\sin\omega t$，$y=R-R\cos\omega t$，则 $t=\dfrac{\pi}{\omega}$ 时刻质点的位置矢量 $\vec{r}=$__________，速度 $\vec{v}=$__________，加速度 $\vec{a}=$__________。

答案：$\vec{r}=\pi R\vec{i}+2R\vec{j}$，$\vec{v}=2\omega R\vec{i}$，$\vec{a}=-\omega^2R\vec{j}$。

解：根据公式 $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$，$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$ 和 $\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$，将 $t=\dfrac{\pi}{\omega}$ 代入，即可求出各量。

1-11　一质点沿半径为 R 的圆周运动，在 $t=0$ 时经过 P 点，此后它的速率 v 按 $v=A+Bt$（A，B 为常量）变化，则质点沿圆周运动一周再经过 P 点时的切向加速度 $a_\tau=$__________，法向加速度 $a_n=$______________。

答案：$a_\tau=B$，　$a_n=\dfrac{A^2}{R}+4\pi B$。

解：

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=B,\qquad a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(A+Bt)^2}{R} \tag{①}$$

下面求质点运动一周的时间 t，由

$$S=\int_0^t v\mathrm{d}t=At+\frac{B}{2}t^2=2\pi R$$

解得 $$t=\frac{-A\pm\sqrt{A^2+4\pi RB}}{B}$$

由于 $t>0$，上式取正号，得 $$A+Bt=\sqrt{A^2+4B\pi R}$$

代入 ① 式，得 $$a_n=\frac{A^2}{R}+4\pi B$$

1-12　一质点在 xy 平面内的运动方程为 $x=6t$，$y=4t^2-8$ (SI)，则 $t=1\text{s}$ 时，质点的切向加速度 $a_\tau=$______，法向加速度 a_n 为______。

答案：$a_\tau=6.4\text{m/s}^2$，$a_n=4.8\text{m/s}^2$。

解：

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=6,\ v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=8t\qquad v=\sqrt{36+64t^2}$$

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{32t}{\sqrt{9+16t^2}}\qquad a_\tau\big|_{t=1}=6.4\text{m/s}^2$$

$$a_x=0,\ a_y=8,\ a=8\text{m/s}^2\qquad a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=4.8\text{m/s}^2$$

1-13　一质点沿 y 轴作直线运动，其运动学方程是 $y=4.5t^2-2t^3$ (SI)，试求：(1) t 在 1～2s 内，t 在 1～1.01s 内质点的位移和平均速度；(2) $t=1\text{s}$ 和 $t=2\text{s}$ 的瞬时速度和瞬时加速度；(3) t 在 1～2s内质点所通过的路程；(4) t 在 1～2s 内质点的平均加速度。

解：(1) $\Delta y_{1\sim2\text{s}}=y_{t=2\text{s}}-y_{t=1\text{s}}=-0.5\text{m}$，　$\Delta y_{1\sim1.01\text{s}}=y_{t=1.01\text{s}}-y_{t=1\text{s}}=0.029848\text{m}$

$$\bar{v}_{1\sim2\text{s}}=\frac{\Delta y_{1\sim2\text{s}}}{\Delta t_{2-1}}=-0.5\text{m/s}\qquad \bar{v}_{1\sim1.01\text{s}}=\frac{\Delta y_{1\sim1.01\text{s}}}{\Delta t_{1.01-1}}=2.9848\text{m/s}$$

(2) $$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=9t-6t^2,\qquad v_{t=1\text{s}}=3\text{m/s}\qquad v_{t=2\text{s}}=-6\text{m/s}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=9-12t,\qquad a_{t=1\text{s}}=-3\text{m/s}^2\qquad a_{t=2\text{s}}=-15\text{m/s}^2$$

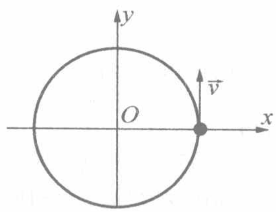
(3) 令 $v=9t-6t^2=0$，得 $t=0$ 及 $t=1.5\text{s}$，当 $t<1.5\text{s}$ 时，$v>0$，质点沿 y 轴正向运动；当 $t>1.5\text{s}$时，$v<0$，质点沿 y 轴负向运动。

$$S_{1\sim2\text{s}}=\Delta y_{1\sim1.5\text{s}}+|\Delta y_{1.5\sim2\text{s}}|=0.875+|-1.375|=2.25(\text{m})$$

(4) $$\bar{a}_{1\sim2\text{s}}=\frac{\Delta v_{1\sim2\text{s}}}{\Delta t_{2-1}}=\frac{v_{t=2}-v_{t=1}}{\Delta t_{2-1}}\qquad v_{t=2\text{s}}=-6\text{m/s},\ v_{t=1}=3\text{m/s}$$

$$\bar{a}_{1\sim2\text{s}}=-9\text{m/s}^2$$

1-14　已知质点的运动方程为 $\vec{r}=R\cos\omega t\vec{i}+R\sin\omega t\vec{j}$，$\omega$ 为一常量，求：(1) 质点的轨迹方程及速度 $\vec{v}$；(2) 质点的速率 v，并分析质点的旋转方向；(3) 质点的加速度 $\vec{a}$ 与位矢 $\vec{r}$ 的关系。



题 1-14 图

解：

(1) $x=R\cos\omega t$，$y=R\sin\omega t$

轨迹方程：$x^2+y^2=R^2$

$\vec{v}=-R\omega\sin\omega t\vec{i}+R\omega\cos\omega t\vec{j}$