

本书由总装备部装备科技译著出版基金资助出版

极化雷达遥感

REMOTE SENSING WITH
POLARIMETRIC RADAR

[美] HAROLD MOTT 著

杨汝良 等译

国防工业出版社

·北京·

著作权合同登记 图字:军—2008—069 号

图书在版编目(CIP)数据

极化雷达遥感 / (美) 魔特 (Mott, H.) 著; 杨汝良等
译. —北京:国防工业出版社, 2008. 10

书名原文: Remote Sensing with Polarimetric Radar

ISBN 978 - 7 - 118 - 05800 - 0

I. 极... II. ①魔...②杨... III. 合成孔径雷达-遥感
IV. TN958

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 087667 号

Copies of this book sold without a wiley sticker on the cover are unauthorized and illegal.

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710 × 960 1/16 印张 18¼ 字数 324 千字

2008 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 38.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

译者序

合成孔径雷达(SAR)是一种先进的微波遥感手段,具有全天候、全天时、分辨率高、大面积覆盖的优势。随着对合成孔径雷达的广泛应用,进一步开发新型合成孔径雷达系统,扩展我国对地观测系统中合成孔径雷达的功能、提高其性能指标是今后一段时间预研的重点。多极化雷达是星载合成孔径雷达发展的一个重要方向。

频率和极化是电磁波的两个重要特性。工作在微波波段的合成孔径雷达,在不同频段和不同极化条件下,所观测地物将呈现不同的特点。极化不同,目标对电磁波的散射不同,通过极化测量,从目标散射回波中可得到幅度、相位以外的极化信息。

传统的单通道单极化合成孔径雷达,仅能获得地面场景在某一特定极化收发组合下的目标散射特性,所得到的信息是非常有限的。若想对地物的地理和电磁特性作进一步的分析与研究,就需要了解地物目标在不同收发极化组合下的回波特性,即雷达多极化信息。多极化合成孔径雷达是一种多参数、多通道的微波成像雷达系统。它通过测量地面目标的散射回波,获得其极化散射矩阵。这些极化测量矩阵可以用来完全描述目标散射回波的幅度和相位特性,为更加深入地研究目标的散射特性提供了重要的依据,极大地增强了成像雷达对目标信息的获取能力。

极化合成孔径雷达系统获取的大量极化数据,为研究极化信息提供了丰富的素材。各国研究人员在极化合成孔径雷达数据的分析和应用方面开展了大量研究。在散射矩阵分解、目标极化特性分析、目标分类、地表参数反演、极化成像滤波、极化合成、极化干涉、对同一场景内变化检测等方面,获得许多研究成果。目前,极化雷达技术已经在农业、林业、地质、水文、海冰监测和海洋学等领域得到了广泛的研究和应用。

我国新一代合成孔径雷达也应具有多频段、多极化同时成像和多种工作模式的能力,并应具有多种工作模式才能进一步满足微波遥感应用进一步的需求。多极化合成孔径雷达、极化干涉合成孔径雷达及其应用研究已经列为国家重点

研究课题。在多极化合成孔径雷达研制过程中,迫切需要雷达极化理论和实践的专业参考书。微波和遥感专业大学生和研究生也需要一本系统地介绍极化雷达微波遥感的教材。《极化雷达遥感》一书,由 IEEE 推荐出版,是 Harold Mott 最新出版关于雷达极化的专著。

本书作者 Harold Mott 生于美国 Harris, NC。于 1960 年在 North Carolina 州立大学获博士学位,是美国 Alabam 大学电子工程系的教授。他在极化雷达和遥感领域有丰富的研制经验。曾多次参加美国 NASA 和海军研究实验室极化雷达的研究,并对陆军导弹指令雷达环境模型给予了广泛的咨询。1986 年和 1992 年由 Wiley - Interscience 出版社先后出版了《天线和雷达的极化》,《雷达和通信的天线:极化方法》两本书。

《极化雷达遥感》一书讨论了理解通信系统和极化雷达遥感中的极化辐射、传输、散射以及接收中的理论问题。全书共 9 章。

第 1 章电磁波。介绍了在遥感领域有重要意义的麦克斯韦方程组解的极化性质,讨论了极化椭圆、极化向量和极化比、圆极化波、极化基、相干向量和 Stokes 向量以及 Poincare 球等极化特性。

第 2 章天线。介绍了遥感极化雷达天线的基本要素,讨论了天线的主要参数,天线阵、天线之间的传输、全极化波的接收、极化效率、天线对准等极化天线的特有问題。

第 3 章相干散射目标。雷达目标特性是极化雷达研究的主要内容之一。这一章主要研究相干散射目标特性。讨论了 Jones 矩阵、Sinclair 矩阵、相对相位矩阵、Jones 矩阵和 Sinclair 之间的关系、散射波的极化比、散射矩阵、最大最小功率极化、极化叉,并阐述了确定散射参数的方法。

第 4 章雷达导论。介绍了脉冲雷达、连续波雷达、成像雷达,讨论了雷达测量的方向特性、极化雷达方程,侧重研究了极化雷达的特有问题。

第 5 章合成孔径雷达。介绍了合成孔径成像原理。讨论了距离分辨率、方位分辨率、几何因素、合成孔径雷达误差、极化合成孔径雷达、雷达高度测量、相位解缠和极化干涉合成孔径雷达技术。

第 6 章部分极化波。部分相干波的电场向量端点随时间的增加不会描绘出一个椭圆轨迹,这种波是部分极化波。部分极化波主要由散射引起。这一章介绍了部分极化波的表示,侧重讨论了部分极化波的接收特性。

第 7 章去极化目标散射。这一章关心的是利用散射回波信号的接收功率和极化度方程描述目标特性的矩阵,以及接收功率的方差和自相关函数的关系。

讨论了 Sinclair 矩阵平均、Kronecker 积矩阵、去极化目标矩阵的相干测量、非相干测量目标矩阵、矩阵的性质和关系、修正矩阵、目标协方差和相关矩阵、具有圆极化分量的散射矩阵、Graves 功率密度矩阵、极化度和极化熵、功率的方差,并总结了功率方程和矩阵的关系。

第 8 章雷达的最优极化方式。给出了天线选择的准则。对散射目标,讨论了最大功率和后向散射功率对比度。对去极化目标,讨论了功率对比度为最大的迭代过程、后向散射协方差矩阵、收发双置情况下的协方差矩阵、用矩阵分解使功率对比度为最大和 Graves 矩阵的最优化等问题。

第 9 章目标分类。目标分类是极化雷达信息的重要处理和应用。这一章讨论了目标表示和分类、贝叶斯判决准则、Neyman - Pearson 判决准则、贝叶斯错误界、来自数据的参数估计、非参数分类、相干分解、功率型矩阵的分解、D 矩阵分解、极化杂波、相似分解和极化相似分类等极化分类方法。

《极化雷达遥感》一书全面系统地论述了极化雷达遥感技术,内容新颖,系统性强,理论联系实际,具有很强的应用背景,基本反映了近年来极化雷达遥感领域的新理论和新方法,具有较高的学术水平和应用价值。

本书可供电子系统工程,特别是微波遥感和空间技术的科技人员使用,亦可作为高等院校通信与信息工程、电子技术、计算机应用等相关专业的教师和研究生进行有关课题研究或课程教学时的参考。农学家、地理学家、气象学家以及应用遥感信息的其他科学家都将从本书中获益。

参加本书翻译和文字工作的博士研究生还有谈璐璐、张涛、张升康、张平、宦若虹、杨立波、商建、胡风鸣、上官晋太、任笑真、陈兵等。

北京航空航天大学毛士艺教授、清华大学杨健教授对本书的翻译出版给予了极大的支持和关注,在此仅表诚挚的谢意。

感谢总装备部装备科技翻译图书出版基金对本书翻译出版的支持。

由于译者的能力和知识面有限,疏漏、不当和错误难免,恳请读者批评指正。

杨汝良

2008 年 1 月北京

原著序言

作者写作本书的目的是介绍在通信系统和极化雷达遥感领域理解极化辐射、传输、散射和接收所必需的原理。本书可以作为相关领域大学生或研究生课程的教科书,也可以作为研究地球遥感信息的工程师和科学家的参考书。第1章、第2章、第4章、第5章属于导论部分,它们与第6章以及第3章中部分内容可以作为电子工程专业大学生的教程。第3章和第6章~第9章要求具有较高的专业和数学水平,更适合作为研究生学习使用。对于那些不具有天线和雷达知识储备的学生,可以从第2章、第4章、第5章中选取一部分内容进行弥补。本书从导论到后续章节的习题,由易到难,循序渐进,很适合作为教学使用。农学家、地理学家、气象学家以及使用遥感信息的其他科学家都可以从学习本书中获益。对那些希望了解超过本书所讨论原理范围,进而了解极化雷达遥感进展和未来技术发展预测的人,我推荐一本补充书籍:F. M. Henderson 和 A. J. Lewis 编写的《成像雷达原理和应用:遥感手册》,第2卷, Wiley, 1998。此外,H. J. Kramer 编著了一本综合描述地球观测传感器的《地球观测和它的环境:太空观测计划和传感器》,第3版, Springer, 1996。

第3章和第6章的内容与导论章节相比需要较高的数学知识。第7章到第9章中的数学知识更加细致和新颖,因此需要读者更勤奋地学习以达到完全理解。然而,对于具有微积分、向量分析、矩阵和基本物理知识的读者来说,这些内容是很容易理解的。

在作者早期出版的书中,《天线和雷达极化》和《雷达和通信天线:极化方法》由 Wiley - Interscience 出版社分别于 1986 年和 1992 年出版。在这两本书中,作者对发射机的天线功能定义了一种极化比,而对接收机的天线定义了另一种极化比。经过考虑,作者认为最好使用相同的方式来描述天线,而无需考虑天线的功能,在本书中就是这样做的。同时,早期的书中没有对相干和非相干测量目标矩阵加以区分,而这两者之间的区别在本书中则是很重要的部分。

原著致谢

以下几位专家阅读了本书中的各章节,并提出了宝贵的建议,他们是:德国 Wessling 电磁实验室 (EML) 的顾问 Ernst Lüneburg 博士,佐治亚技术研究所的 Jerry L. Eaves,西佛罗里达大学的 Emeritus Ronald C. Houts 教授,普渡大学的 John H. Mott 助理教授,北京清华大学的杨健教授,阿拉巴马大学的 Robert W. Scharstein 教授,以及德国宇航局 (DLR) 的 Dipl. Ing. Andreas Danklmayer。他们提出的许多建议被补充到本书中,我非常感谢他们的帮助。

在编写这本书的几年中,已故的 Ernst Lüneburg 博士一直给予我鼓励和帮助。他对第 3 章、第 6 章、第 7 章和第 9 章进行了严谨和忘我的分析工作,从而使这些章节的表述和数学推导有了显著的变化。他还阅读了第 1 章和第 2 章,并对其他章节也发挥了很重要的作用。Lüneburg 博士是当代最有才能的电磁理论家和数学家之一,同时也是最慷慨和乐于助人的朋友和同事,能结识他,并与他一起工作是我的荣幸。

芝加哥伊利诺斯大学的名誉退休教授 Wolfgang - Martin Boerner 从本书写作开始就对本书很感兴趣,并在关键时刻提供了宝贵的帮助和鼓励。我把第二本书献给他,并且非常感谢他不尽的友情和帮助。我也感谢阿拉巴马大学,自从我作为电子工程专业的教授退休以后,在这些年里,阿拉巴马大学一直为我提供办公室和帮助。

这本书献给我的姐姐 Aileen,以纪念她在早年对我的帮助,以及在我整个一生中对我的关爱。

Harold Mott

于塔斯卡卢萨,阿拉巴马

目 录

第 1 章 电磁波	1
1.1 时不变麦克斯韦方程组	1
1.2 电磁波的传播	2
1.3 功率密度	5
1.4 极化椭圆	6
1.5 极化向量和极化比	10
1.6 圆极化波分量	11
1.7 极化基的改变	12
1.8 P 和 Q 下的椭圆性质	13
1.9 相干向量和 Stokes 向量	15
1.10 Poincare 球	16
习题	18
参考文献	18
第 2 章 天线	19
2.1 天线系统的基本要素	19
2.2 向量位	20
2.3 向量位的求解	22
2.4 远区场	23
2.5 辐射方向图	25
2.6 增益与定向性	27
2.7 接收天线	31
2.8 天线之间的传输	37
2.9 天线阵	38
2.10 天线有效长度	42

2.11	全极化波的接收	44
2.12	增益、有效面积、辐射阻抗	46
2.13	最大接收功率	47
2.14	极化效率	48
2.15	修正 Friis 传输方程	49
2.16	天线对准	49
	习题	52
	参考文献	53
第 3 章 相干散射目标		54
3.1	雷达目标	54
3.2	Jones 矩阵	56
3.3	Sinclair 矩阵	57
3.4	相对相位矩阵	59
3.5	FSA - BSA 约定	59
3.6	Jones 矩阵和 Sinclair 矩阵之间的关系	60
3.7	圆波分量散射	60
3.8	后散射	62
3.9	散射波的极化比	62
3.10	极化基变换: 散射矩阵	63
3.11	最大最小功率极化	64
3.12	极化叉	71
3.13	非对准坐标系	75
3.14	散射参数的确定	76
	习题	81
	参考文献	82
第 4 章 雷达导论		84
4.1	脉冲雷达	85
4.2	连续波雷达	90
4.3	雷达测量的方向特性	90
4.4	分辨率	91

4.5	成像雷达	96
4.6	传统雷达方程	96
4.7	极化雷达方程	98
4.8	极化雷达	99
4.9	噪声	100
	习题	107
	参考文献	108
第5章	合成孔径雷达	109
5.1	生成地形地图	109
5.2	距离分辨率	114
5.3	方位分辨率	115
5.4	几何因素	120
5.5	极化合成孔径雷达	121
5.6	合成孔径雷达误差	122
5.7	高度测量	125
5.8	极化干涉	129
5.9	相位解缠	129
	习题	134
	参考文献	134
第6章	部分极化波	136
6.1	场的表示	136
6.2	部分极化波的表示	140
6.3	部分极化波的接收	151
	习题	152
	参考文献	153
第7章	去极化目标散射	154
7.1	目标	154
7.2	Sinclair 矩阵平均	158
7.3	Kronecker 积矩阵	158

7.4	去极化目标矩阵:相干测量	161
7.5	非相干测量目标矩阵	163
7.6	矩阵的性质和关系	170
7.7	修正矩阵	174
7.8	命名	176
7.9	额外目标信息	176
7.10	目标协方差和相关矩阵	177
7.11	圆极化分量散射矩阵	181
7.12	Graves 功率密度矩阵	182
7.13	测量考虑	184
7.14	极化度和极化熵	185
7.15	功率方差	186
7.16	功率方程和矩阵关系的总结	187
	习题	189
	参考文献	189
第 8 章	雷达的最优极化方式	191
8.1	天线选择准则	191
8.2	拉格朗日乘子	192
8.3	最大功率	193
8.4	功率对比度:后向散射	194
8.5	最大化功率对比度的迭代过程	195
8.6	后向散射协方差矩阵	199
8.7	双站协方差矩阵	199
8.8	用矩阵分解的最大化功率对比度	200
8.9	Graves 矩阵的优化	201
	习题	206
	参考文献	207
第 9 章	目标分类	208
9.1	目标表示和分类	208
9.2	贝叶斯判决准则	210

9.3	Neyman – Pearson 判决准则	213
9.4	贝叶斯错误界	214
9.5	来自数据的参数估计	214
9.6	非参数分类	217
9.7	相干分解	224
9.8	功率型矩阵的分解	227
9.9	D 矩阵分解	231
9.10	极化杂波	237
9.11	相似分解	237
9.12	极化相似性分类	238
	习题	238
	参考文献	239
附录 A 衰落和相干斑		241
	参考文献	243
附录 B 概率和随机过程		244
B.1	概率	244
B.2	随机变量	253
B.3	随机向量	259
B.4	遥感中的概率密度函数	267
B.5	随机过程	268
	参考文献	274
附录 C Kennough 矩阵		275
附录 D 贝叶斯误差界		278
参考文献		279

第1章 电磁波

以下为麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = - \frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{J}} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\rho} \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 \quad (1.4)$$

方程揭示的物理规律是雷达遥感的电磁学基础。 $\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{H}}, \tilde{\mathbf{D}}, \tilde{\mathbf{B}}$ 和 $\tilde{\mathbf{J}}$ 是实向量符号,分别表示电场强度、磁场强度、电通密度(电感应强度)、磁通密度(磁感应强度)等随时间和空间变化的物理量。与本书中其他的向量和矩阵一样,它们都用黑斜体表示。 ρ 是一个时间和空间的实标量函数,它表示的是电荷密度。以上方程组是以旋度、散度和偏微分的形式给出的。本书通篇使用的是米—千克—秒单位体系。

注释：只有被引用的公式才被标号,并且被标号的公式不一定比没有被标号的公式重要。

电流密度是由电荷运动引起的,它和一个区域内的电荷密度变化率之间的关系可以由下式表示：

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{J}} = - \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}$$

这一关系式揭示了电荷守恒定律,因此这一等式被称为电荷守恒方程或者叫做连续方程。它可以由麦克斯韦方程组导出,反之,散度方程(1.3)、方程(1.4)也可以由该方程和旋度方程(1.1)、方程(1.2)导出。

1.1 时不变麦克斯韦方程组

在许多电磁现象中,源和场都按照正弦波的形式变化,麦克斯韦方程组就可

以写成如下这种容易求解的形式,以电场强度为例,实际上可以应用到所有的场和源。

$$\hat{\mathbf{E}} = \text{Re}(\mathbf{E}e^{j\omega t})$$

上式中的波浪线用以表示那些随时间和空间变化的变量。没有波浪线的变量只是空间的函数。做为替换,有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - j\omega\mathbf{B} \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\mathbf{D} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_M \quad (1.8)$$

在这些式子中,磁荷密度 ρ_M 、磁流密度 \mathbf{M} 被添加到由式(1.1)、式(1.4)导出的两式中。这两个变量对应电场源 \mathbf{J} 和 ρ ,并使得麦克斯韦方程组显得对称。虽然相应于这种增加的变量的物理量并不存在,但是,当在分析一些天线和散射问题时,用有特性的等价磁源来代替实际的源,使场服从式(1.5)~式(1.8)是方便的^[1]。式(1.5)~式(1.8)被称为时不变麦克斯韦方程组或者复麦克斯韦方程组。

对于线性的,各向同性的介质,场量由下面这些基本的等式相关联:

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$$

等式中的常量分别代表电磁场所存在的介质的介电常数、磁导率、电导率。

1.2 电磁波的传播

在第2章将更加完整地讨论麦克斯韦方程组解的本质。这里只简单地讨论在遥感领域有重要意义的麦克斯韦方程组解的一些性质。

在一个无损耗,电流密度、电荷密度为零的区域,时不变麦克斯韦旋度方程为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H} \quad (1.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\mathbf{E} \quad (1.10)$$

\mathbf{E} 和 \mathbf{H} 都是 r 的函数。 r 表示从原点到确定场中一点的向量距离。但在一个重要类别的电磁场中, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 在局部范围内仅仅决定于从某点到场中该点的标量距离, 图 1.1 给出了该坐标关系。

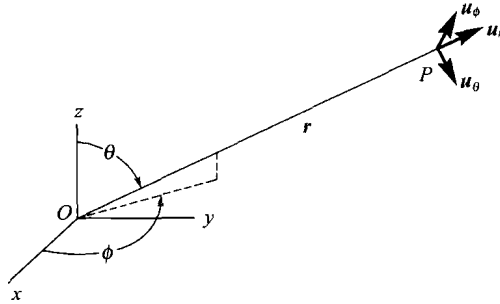


图 1.1 传输电磁波的坐标系

在 P 点附近, 使

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} = \mathbf{E}(r), \mathbf{H}(r) \quad (1.11)$$

这里, 假设 θ 和 ϕ 变化所引起的 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 的变化量与 r 所引起的 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 的变化量相比可以忽略不计。如果点 P 距离源或者散射体非常远, 这种场函数的变化精确描述了原点附近源或者反射体的构造。在源或者反射体附近区域内, 这种函数变化关系是不正确的。

当场被认为只是 r 的函数时, 展开旋度方程(1.9)和方程(1.10), 有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{r} \frac{d(rE_\phi)}{dr} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r} \frac{d(rE_\theta)}{dr} \mathbf{u}_\phi = -j\omega\mu_0 (H_r \mathbf{u}_r + H_\theta \mathbf{u}_\theta + H_\phi \mathbf{u}_\phi)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{1}{r} \frac{d(rH_\phi)}{dr} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r} \frac{d(rH_\theta)}{dr} \mathbf{u}_\phi = j\omega\varepsilon_0 (E_r \mathbf{u}_r + E_\theta \mathbf{u}_\theta + E_\phi \mathbf{u}_\phi)$$

这里, $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ 是实单位向量, 如图 1.1 所示。令第一个方程中相同单位向量的系数相等, 对得到的方程求微分, 并且用 \mathbf{H} 的旋度方程里 $\mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ 的系数代入结果方程, 得

$$\frac{d^2(rE_{\theta,\phi})}{dr^2} + k^2 r E_{\theta,\phi} = 0$$

这里, $k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$ 。这些方程的解为

$$E_{\theta,\phi} = \frac{C_{\theta,\phi}}{r} e^{\pm jkr}$$

可以同样得到 \mathbf{H} , 它的两个分量为

$$H_\theta = \pm \frac{C_\phi/Z_0}{r} e^{\pm jkr}$$

$$H_\phi = \mp \frac{C_\theta/Z_0}{r} e^{\pm jkr}$$

这里, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 。

如果取一个场分量, 如 E_θ , 并且写出它相应的时变形式, 得

$$\hat{E}_\theta = \text{Re}(E_\theta e^{j\omega t}) = \frac{|C_\theta|}{r} \cos(\omega t \pm kr + \Phi)$$

这里, Φ 是某一相位角。这个等式表示了电磁波的一个分量, 余弦函数里取减号时, 电磁波向 r 增加的方向传播, 取加号时, 电磁波向 r 减小的方向传播。基于物理实际, 舍去向原点传播的电磁波, 这样保留余弦函数里的减号。

麦克斯韦旋度方程组在球坐标下被展开时, 假设电磁场只随 r 变化, 则 \mathbf{E} 的旋度没有径向分量, 这是由于式 (1.9) 中 \mathbf{H} 没有径向分量。同样, 因为 \mathbf{H} 的旋度没有径向分量, 所以 \mathbf{E} 也没有径向分量。

现在, 我们可以写出这些场向量, 它们的分量只是径向距离 r 的函数。这个解只表示一种特定的电磁场, 但是是一种在遥感领域十分重要的电磁场。这些场为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{r} (C_\theta \mathbf{u}_\theta + C_\phi \mathbf{u}_\phi) e^{-jkr} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{r} \frac{1}{Z_0} (-C_\phi \mathbf{u}_\theta + C_\theta \mathbf{u}_\phi) e^{-jkr} \quad (1.13)$$

从以上方程中可以明显地看出, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 与电磁波传播方向 \mathbf{u}_r 是正交的。不考虑相位随 r 的变化, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 的标量积为 0。也就是说, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 是相互正交的。上述方程组揭示的现象是一种从坐标原点向外传播的球面波。

式 (1.11) 的假设只在局部范围内, 即在点 P 附近有意义。在不同点处, 场系数与在 P 点的场系数不同, 并且电磁波的传播方向也不一样。在点 P , 径向距离 r 与要保证电磁场特性假设成立的范围相比是很大的。因此, r 相等的表面几乎是一个平面。通常, 把电磁波描述成幅度和相位是在一个平面上相等的平面波, 而不是在一个球面上相等的球面波。同时, 在点 P 建立一直角坐标系, 该坐标系的一个轴指向电磁波传输的方向。如果电磁波沿着 z 方向传播, 电磁场可以表示为