



“十一五”国家重点图书出版规划项目
中国数学教育研究丛书

张奠宙
总主编

中英初中数学

课程综合难度的比较研究

ZHONGYING CHUZHONG SHUXUE
KECHENG ZONGHE NANDU DE BIJIAO YANJIU

● 鲍建生 著 ●
广西教育出版社

“十一五”国家重点图书出版规划项目
中国数学教育研究丛书

张奠宙 总主编



课程综合难度的比较研究
ZHONGYING CHUZHONG SHUXUE
KECHENG ZONGHE NANDU DE BIXIAO JIANJIU

课程综合难度的比较研究
● 鲍建生 著 ●

中英初中数学



广西教育出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

中英初中数学课程综合难度的比较研究 / 鲍建生著.
—南宁: 广西教育出版社, 2008.9
(中国数学教育研究丛书/张奠宙总主编)
ISBN 978-7-5435-5255-5

I. 中… II. 鲍… III. 初中—数学课—对比研究—中国,
英国 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 140622 号

总 策 划: 黄力平
装帧设计: 梁伟琪

责任编辑: 陆 毅

出 版 人: 李小勇

出版发行: 广西教育出版社

地 址: 广西南宁市鲤湾路 8 号 邮政编码: 530022

电 话: 0771-5865797

本社网址: <http://www.gxeph.com>

电子信箱: book@gxeph.com

印 制: 广西大一迪美印刷有限公司

开 本: 635mm×965mm 1/16

印 张: 11.5

字 数: 154 千字

版 次: 2009 年 2 月第 1 版

印 次: 2009 年 2 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5435-5255-5 / G·4395

定 价: 25.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。



总 序

时序进入 2008 年,中华民族走在复兴的大道上。

100 年前,中国处于清朝末年,积贫积弱,文盲充斥。拖着辫子的臣民,没有接受现代数学教育的机会。1911 年,辛亥革命爆发。1919 年,五四运动兴起。科学、民主的口号催生了中国的现代数学教育。

中国的数学教育,早年学日本,然后学英美,艰难行进。1949 年之后,中国人民站起来了。在全面学习苏联的基础上,羸弱的中国数学教育渐渐强大起来。注重数学“双基”,发展三大能力,反对注入式,提倡启发式,学习唯物辩证法,加强数学与实践的结合。在总结正反两方面经验的基础上,中国的数学教育开始形成了自己的特色。

20 世纪 70 年代末起,中国实行改革开放政策。数学教育一方面大量吸收国外的优秀研究成果,一方面不断展现自己的数学教育特色,在理论和实践上都得到了重要发展。时至今日,中国的数学教育已经走向世界,在国际上享有相当高的声誉。中国的优秀学生在国际数学奥林匹克竞赛中屡获佳绩,大范围国际数学测试中,中国内地学生成绩位居前列。以很低的教育投入,获得了如此优良的成绩,令人惊叹。事实上,数学教育的成果,成为中国经济起飞的重要支撑。千百万农民工走进现代化的企业,成为“中国制造”的主力军,没有必需的数学计算和思维能力,是不可想象的。

于是,一个严肃的课题摆在我们面前:怎样评价中国的数学教育?在风起云涌的教育改革浪潮中,对中国的数学教育传统有三种态度:

一种态度是基本否定。认为中国的数学教育,观念落后,内容陈旧,教师死教,学生死学,没有创新,没有探究,单打独斗,不讲合作,应试当头,摧残学生。一句话,必须彻底转变观念,改变学生的学习方式。对于中国的教育传统的继承,止于《学记》经典、孔子教育思想及书院模



式。对于当代的数学教育,则没有任何肯定。他们认为,如果说中国学生基础好,输在后面没有创新,那么更应该说,没有创新的基础,就是输在了起跑线上。

另一种态度是认为中国教育有积极因素,应该挖掘。这种观点常常以“中国教育悖论”的形式出现。例如,“中国学生何以比西方学生在学习成绩上好许多,但是他们的教和学看上去是如此的死记硬背?”^①他们在实践上肯定中国学生的学习成绩,但是西方的许多正确教育理论不能解释,于是产生困惑,需要研究。这是国外一部分客观公正的教育家的观点,具有积极的意义。

第三种态度,就是本丛书所采取的态度:基本肯定,需要改革。中国是一个有几千年文明历史的国家,具有灿烂的中华文化。教育是一种文化现象,其中积淀着许多文化的因子。例如鼓励教学相长,重视坚实基础,提倡启发诱导,相信熟能生巧,主张精讲多练,采用变式演练,等等。对这些深藏于中华文化中的教育因子,我们只能采取基本肯定的态度,继承发扬它的积极因素,使之熠熠发光。与此同时,防止它的异化,避免造成负面影响。

文化是不能废除和选择的。费孝通先生说过,各个国家对文化的态度应当是“各美其美,美人之美,美美与共,天下大同”。教育上的观念,也应遵循这样的规律。

另一个不容忽视的事实是,1949年以来的中国数学教育,是许多前辈学者、几代教师苦心孤诣建设起来的,他们为国家的兴旺发达、经济起飞、教育普及作出了巨大的贡献,岂可一笔抹杀?数学教育上的“双基”教学、启发式讲解、三大能力的培养、师生讨论的模式、数学解题的教学等,都是能够闪光的金子。当然,我们也清醒地看到,中国数学教育有着明显的弊病。对于前面提到的中国数学教育的种种缺陷,我们同样感到痛心疾首,主张坚决革除。任何时候,任何国家都在根据自己的国情进行改革。我们只不过根据历史经验,主张避免“矫枉过正”而已。

^① D. Watkins, J. Biggs. The Chinese learner: Cultural, Psychological and Contextual Influences. Hong Kong: CERC & ACER, 1996.

晚近以来,我们学习了许多国外的优秀经验,特别是初步把握了比较科学的研究方法,注重调查实证,开始运用心理学的最新成果进行分析。这就是说,已经有初步的条件把我国已有的教学经验上升为理论。

综上所述,我们觉得应该集中大家的力量,开始营建具有中国特色的数学教育体系了。于是,这套《中国数学教育研究丛书》的编写就提上了议事日程。广西教育出版社将它列入“十一五”国家重点图书出版规划项目上报,终获中华人民共和国新闻出版总署批准。

丛书的出版,得到数学教育同行的积极响应。我们欢迎一切数学教育研究成果参与丛书的出版。除研究质量的普遍要求之外,附加的条件只有一个:具有中国特色。

丛书出版在即,希望它能成为一个时代的记录,一个中国数学教育发展的标志。

张奠宙

2008年1月22日于沪上

摘 要

本课题主要进行了下面两个方面的研究:

1. 建立数学题的综合难度模型

在国际数学教育界有一个普遍的感觉:东西方的数学课程在难易程度上有较大的差异。但问题是,如何去评估数学课程的难度?更确切地说,如何去评估数学题的难度?因为在很大程度上,数学课程的难度是由其所包含的数学题的难度决定的。

以往用于评估数学题难度水平的是所谓的“平均难度”,也即学生在测试过程中的平均得分率。平均难度有两个缺陷:首先,平均难度反映的实际上是解题者的平均水平,而不是题目本身的客观水平,它是随被试学生的变化而变化的,必须通过大规模的测试方能确定。其次,平均难度只是一个单纯反映解题结果正确性的量化指标,既不能揭示学生在解题过程中所需要付出的各种努力,同时也掩盖了题目本身所蕴涵的丰富的信息。因此,用平均难度进行国际比较,或者去反映课程的综合难度水平,显然是不恰当的。

正是基于上述考虑,本文提出了如下的综合难度的多因素模型:

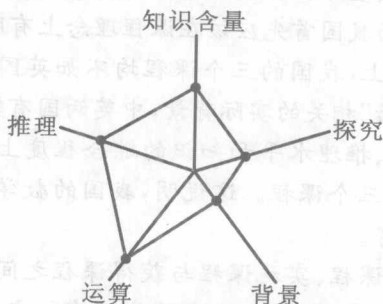


图1 数学题的综合难度模型

这个模型包含了五个难度因素,每个因素又进一步划分为不同的

水平。这样,一方面我们可以在每个因素上对数学题的水平进行分析和比较;另一方面,还可以根据等级权重利用下面的公式计算一组题目在每个因素上的加权平均:

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \quad (\sum_j n_{ij} = n; i=1,2,3,4,5; j=1,2,\dots) \quad (*)$$

其中, $d_i (i=1,2,3,4,5)$ 依次分别表示“探究”、“背景”、“运算”、“推理”和“知识含量”五个难度因素上的取值; d_{ij} 为第*i*个难度因素的第*j*个水平的权重(依水平分别取1,2,3,...); n_{ij} 则表示这组题目中属于第*i*个难度因素的第*j*个水平的题目的个数,其总和等于该组题目的总数*n*。

从而得出这组题目的综合难度的五边形模型(见图1),由此考察数学题的综合难度水平与特征。

数学题的综合难度模型不仅可以作为数学课程国际比较研究的一个平台,也可以用于课程建设与考试命题中五个难度因素之间的平衡。因此,对我国的课程与考试改革有重要的现实意义。

2. 中英两国数学课程综合难度的比较

根据上面建立的综合难度模型及TIMSS的三个课程的框架模型,本文从期望课程、实施课程、获得课程及三个课程之间的一致性这四个方面对中英两国初中数学课程的综合难度进行统计分析,并得到如下的初步结果:

- 在探究水平上,我国的三个课程高于英国的实施课程和获得课程,但低于英国的期望课程。这说明英国的课程理念与教学实践相比有一定的超前性,而我国首先应该在课程理念上有所更新。

- 在背景水平上,我国的三个课程均不如英国的三个课程,特别是与学生“个人生活”相关的实际背景,中英两国有较大的差异。

- 在运算水平、推理水平和知识的综合程度上,我国的三个课程均显著高于英国的三个课程。这说明,我国的数学课程在传统的“双基”上有较大的优势。

- 英国的期望课程、实施课程与获得课程之间有较大的偏差,这可能与英国国家课程缺少监督和支撑体系有一定的关系。我国三个课程之间的一致程度虽然相对较好,但从综合难度上看,获得课程要

高于期望课程,而实施课程在两者之间起到了一定的衔接作用。

● 从综合难度上看,我国的数学课程显著高于英国的数学课程。从难度特征上看,英国强调的是课程实际背景的丰富与更新,而我国则更重视数学本身的结构性和系统性。

在上述发现的基础上,本课题进一步探讨了中英两国数学课程差异的成因、对数学教学的影响及其理论基础。这方面的探讨虽然十分粗浅,但有助于我们冷静地去反思当前数学课程改革中出现的一些问题。如应如何保持五个难度因素之间的均衡?如何看待我国传统的“双基”教学?如何处理三个课程之间的关系?如何利用国际比较的结果等等。

需要说明的是,本课题的研究还处于起步阶段,所建立的综合难度模型仍需要进一步的论证与检验,其潜在的价值也需要进一步的发掘与利用。

关键词: 国际比较 数学教育 初中课程 综合难度模型



MULU

目录

第一章 课题的提出/一

第一节 国际比较表明:东西方学生的数学成就存在着显著的差异/一

第二节 初步的推断:东西方的数学课程也存在着显著的差异/四

第三节 课程比较的一个切入点:数学课程的综合难度/六

第四节 本文的研究课题:中英两国初中数学课程综合难度的比较/一〇

第二章 综合难度的因素分析及直观模型/一二

第一节 难度因素的提取/一二

第二节 对综合难度因素的具体描述/一六

一 探究/一六

二 背景/二九

三 运算/三四

四 推理/三九

五 知识含量/四一

第三节 综合难度模型/四四

第三章 中英两国初中数学课程综合难度的比较/五〇

第一节 中英期望课程综合难度的比较/五一

一 探究水平/五三

二 背景水平/五四

三 运算水平/五六

四 推理水平/五六

五 知识含量/五七



MULU

目录

六 综合难度/五八

第二节 中英实施课程综合难度的比较/五九

一 探究水平/六二

二 背景水平/六二

三 运算水平/六三

四 推理水平/六四

五 知识含量/六四

六 综合难度/六五

第三节 中英获得课程综合难度的比较/六六

一 八年级获得课程的比较/六七

二 KS3、GCSE 与我国中考的比较/七三

第四节 中英三个课程一致性的比较/八〇

一 探究水平/八一

二 背景水平/八三

三 运算水平/八四

四 推理水平/八七

五 知识含量/八八

六 综合难度/九〇

第五节 小结/九三

第四章 中英数学课程综合难度差异的成因与影响/九六

第一节 中英数学课程综合难度差异的成因探析/九六

一 课程内容编排体系的影响/九七

二 教学目标的影响/一〇二

三 教育观念的影响/一〇五



MULU

目录

第二节	综合难度差异对数学教学的影响/一〇七
一	对学生数学成就的影响/一一三
二	对课堂教学的影响/一一五
三	对数学观念的影响/一二四
第三节	中英两国不同课程模式的理论基础/一二六
一	知识的重新定位/一二七
二	对知识获得过程的解释/一二八
三	背景的作用/一三三
四	问题解决的心理机制/一三四
第五章	几点反思/一三七
第一节	关于五个难度因素之间的平衡/一三八
第二节	关于三个课程之间的关系/一四一
第三节	关于数学课程目标/一四二
一	一般教育目标与数学教育目标之间的关系/一四三
二	实际需要与能力发展的关系/一四三
三	数学教育目标与数学教学内容之间的关系/一四五
四	统一标准与不同需求之间的关系/一四七
第四节	关于综合难度模型/一四七
	参考文献/一四九
	后记/一七〇

第一章

课题的提出

第一节 国际比较表明:东西方学生的数学成就存在着显著的差异

数学历来被认为是一门在各国中小学课程中相对比较一致的学科,这也是一些国际组织如 IEA、OECD 和 NCES 等之所以选择数学作为国际评价科目的一个重要原因(Husen,1967)。许多大规模国际比较项目表明:各国学生的数学成就存在着显著的差异,特别是亚洲学生的表现远远超过其他欧美学生,如:

● 在 FIMS 数学测试(13 岁,70 道试题)中,亚洲国家参加的只有日本,而日本学生的成绩仅次于以色列,排在 12 个参加国家或地区的第二位,两国学生的平均成绩分别是 32.3 和 32.2,美国只有 17.8,德国和英格兰也分别只有 25.4 和 23.8(Husen,1967)。

● 参加 SIMS 的 13 岁年龄组的国家或地区共有 20 个,其中包括日本和中国香港。所有 13 岁年龄



组的学生都参加了由 40 道题目组成的核心测试,及另外四份由 34(或 35)道题目组成的测试之一,总共涉及的题目是 176 道。测试结果,日本的学生在全部五项考查内容(算术、代数、几何、测量与描述统计)上的排名均为第一,其得分率远远高于美国和英国的学生;中国香港的学生在这次测试中表现一般,其得分率虽然平均略高于美国和英国的学生,但没有显著的差异(Robitaille and Garden, 1989)。

● 新加坡、韩国、日本和中国香港参加了 TIMSS 1995 第二年龄段(八年级)的成就测试,其数学成绩排在全部 41 个参加国家或地区的前四位,英格兰和美国分别排在了第 25 和 28 位。其中,新加坡比美国平均高出 143 分之多。再从 TIMSS 的国际基准上看,在前 10% 的顶尖学生中,新加坡、韩国、日本和中国香港分别占了 45%、34%、32% 和 27%,英格兰和美国分别只占 7% 和 5%;从前 25% 的 TIMSS 国际基准上看,最好的仍然是新加坡、韩国、日本和中国香港,它们分别占 74%、58%、58% 和 53%,比其他国家均高出 10 个百分点以上,其中,英格兰和美国分别只占 20% 和 18%。可见,亚洲这四个国家或地区的学生们的数学成就不仅在整体上有显著的优势,在高水平的学生当中也同样占优(Mullis Martin et al., 1998)。

● 在参加 TIMSS 1999 的 38 个国家或地区中,数学成绩最好的仍然是亚洲的五个国家或地区,分别是新加坡(604 分)、韩国(587 分)、中国台湾(585 分)、中国香港(582 分)和日本(579 分);美国和英格兰分别是 502 分和 496 分,国际平均只有 487 分。从 TIMSS 1999 国际基准来看,表现最好的仍然是亚洲学生。其中,前 10% 的最好学生中,新加坡、中国台湾、韩国、中国香港和日本所占的百分比依次是 46%、41%、37%、33% 和 33%,均比排名第 6 的比利时(23%)高出 10 个百分点以上,美国和英格兰分别是 9% 与 7%;在前 25% 的优秀学生中,新加坡、韩国、中国香港、中国台湾和日本所占的百分比分别是 75%、68%、68%、66% 和 64%,也比排在第 6 位的比利时高出 10 个百分点以上,美国和英格兰分别只有 28% 和 24%。这一结果与 TIMSS 1995 基本一致(Mullis et al., 2000)。

● 中国(包括台湾)和韩国参加了 1991 年进行的 IAEP-II 的 13 岁年龄组的数学测试。先后有 19 个国家或地区(包括美、加、英、法、前

苏联等)的 21 个总体参加了这项研究. 测试结果表明, 我国学生数学测试的平均正确率为 80%, 居 21 个总体之首. 韩国和中国台湾均为 73%, 英格兰和美国分别是 61% 和 55%, 国际平均是 58%. 研究结果还显示: 在所测试的五类数学知识里, 我国学生在“数和运算”上的成绩最好, 在“数据分析、统计和概率”与“测量”上较差. 此外, 为了对参加研究的各国或地区的学生的数学能力进行评价, 课题组将测试题分为概念理解、运算技能和问题解决三个水平. 研究结果表明, 我国学生这三项的平均正确率分别是 81.6、83.0 和 75.6 (21 个总体对应的总平均数值分别为 60.6、58.4 和 55.9), 均居 21 个总体之首. 由于 IAEP 的数学测试框架基本上是参照美国国内的教育进步评价 (NAEP) 的数学测试框架, 因此, 相对来说, 美国学生还处于较为有利的位置 (Elliott et al., 1992).

● 日本和韩国参加了由 OECD 组织的 PISA 2000 的初中生 (15 岁) 基本数学素养的测试, 其平均成绩排在全部 32 个参加国家的前两位, 分别为 557 分和 547 分; 英国和美国分别为 529 分与 493 分. 值得注意的是, PISA 主要考查的是学生运用数学知识和技能解决实际问题的能力, 其综合难度也比 TIMSS 大 (Nohara, 2001). 这说明, 亚洲学生在数学应用的表现上同样有一定的优势 (OECD, 2001).

● 新加坡参加了 KASSEL 中学数学国际比较项目. 这个项目的最初目的是通过比较英格兰、苏格兰和德国的中学生的数学学习成就, 提出一些影响数学学习的相关因素, 从而改进英国的数学教与学. 现在参加这个项目的国家或地区已经多达 18 个, 其中参加 1993 年和 1994 年 12 岁~14 岁年龄段基础数学测试的国家有英格兰、苏格兰、德国、芬兰、希腊、新加坡、荷兰和波兰. 测试包括数、代数、空间与图形和数据处理 (选择). 所有的测试时间都是 40 分钟, 满分 50 分. 按照英国的国家标准, 测试内容属于水平 4~水平 9 的相关课题. 结果新加坡学生在两次测试中均名列第一, 其中, 在 1993 年的测试中, 新加坡学生的总分平均是 75.4 分, 比排名第二的荷兰高出 16.7 分, 比英格兰高出 31.4 分; 在 1994 年的测试中, 新加坡学生的总分平均是 92.2 分, 比英格兰仍高出 37.7 分. 应该说, 在三份总分合计为 150 分的测试中, 这样的差距是非常大的 (Burghes, 2001). 笔者在上海普陀区教

研室陈慧珍老师和江苏吴县市教研室李振堃老师的协助下,于1999年利用英国 EXETER 大学数学教育研究中心(CIMT)提供的上述数学基础测试卷对上海和吴县两地共9所中学的初二学生进行了测试。结果9所中学学生三门基础测试的总分平均是104.2,比新加坡学生还高出28.8分,其优势是相当明显的。

由此产生的一个问题是:为什么东西方学生的数学成就会出现如此大的差异呢?

毫无疑问,这里有传统文化的影响,特别是儒家文化“学而优则仕”的信念与“头悬梁,锥刺股”的古训在鞭策学生的刻苦学习上起到了重要的作用。除此之外,是否还有其他更为直接的原因呢?换句话说,文化传统的根源是如何反映在各国的学校教育实践中的呢?我想,这恐怕要到具体的课程与教学中去寻找答案。

第二节 初步的推断:东西方的数学课程也存在着显著的差异

应该说,影响学生数学成就的因素是很多的,如国家的经济、学校的环境、家庭的背景及学生自身的素质等,但其中最重要、最直接的无疑是各国的课程与教学。

那么,东西方的数学课程与教学是否也存在着显著的差异呢?

为了考察各国的课程与教学情况,TIMSS 增设了对德国、日本和美国8年级数学教学的课堂录像带比较研究项目,这是有史以来第一次在国际范围内收集课堂教学的录像带。

TIMSS 录像带研究的潜在信息是很丰富的,从其提供的初步研究报告(Stigler et al., 1999)中,已经显示出美、德、日三个国家之间在教学实践上的差异。这些差异可以分为以下四个方面:

- (1) 教什么样的数学?
- (2) 课程是如何组织与传授的?
- (3) 学生的活动与哪些数学思维有关?
- (4) 教师对改革有什么看法?

这里,我们感兴趣的是第一个方面的差异,也就是数学教学的内

容问题。TIMSS 得到的初步结论有：

- 在教学目标上，有 73% 的日本教师把思维作为学习的主要目标，而 55% 的德国教师和 61% 的美国教师则把掌握技能作为主要的任务。

- 在课堂容量上，美国和德国平均每节课包含的课题数分别是 1.9 个和 1.6 个，日本平均只有 1.3 个，前者显著多于后者。从课题的分类上看，美国课堂中涉及数学概念的课题的数量低于日本和德国。而有关应用的课题的平均数，美国和德国则高于日本。

- 在概念的教学方式上，美国的课堂与其他两个国家的课堂相比，概念更多的是陈述，即由教师或者学生简单地提出，不作解释和推导；而日本的课堂更多的是探究，即由教师、或者教师和学生一起去解释和推导，目的是加深学生对概念的理解。

- 在解题方法上，美国在课堂中出现的多种解法，更多的是由教师提供的，而不同解法的数量上，日本远远多于美国和德国。

- 在数学证明方面，日本课堂包含证明的百分比远远超过美国和德国。其百分比德国是 10%，日本是 53%，美国是 0。

- 在课堂作业的复杂程度上，美国和德国分别有 29% 和 25% 的课堂以单步骤任务居多，日本只有 5%。而以多步骤任务居多的课堂中，日本有 77%。

- 在教学内容的数学水平上，根据数学专家小组的界定，美国有 89% 的课属于低水平，日本只有 11%；而在高水平的课中，日本有 39%，美国是 0。

由此我们可以初步感觉到：东西方的数学课程同样存在着较大的差异。但同时我们也认识到：TIMSS 的这些结果仍比较粗浅，缺乏对数学内容的更为全面的、细致的比较分析，其中特别是对所谓的“数学水平”的鉴定，依据的仅仅是数学专家小组的主观经验，这似乎难以令人信服。尽管我们没有理由怀疑数学专家的眼光，也尽管 TIMSS 宣称数学专家小组的鉴定是如何的一致，但毕竟，这缺少客观的数据。

那么，应该如何去比较不同国家的数学课程的水平呢？

为此，我们选择了：