



教师教育精品教材·拓展系列

徐斌艳◎编著

SX

数学课程改革与 教学指导

关于数学课程改革

数学的学术形态与教育形态

数学教学中的项目学习

国际数学课程改革动态



华东师范大学出版社



教师教育精品教材·拓展系列

数学课程改革与 教学指导

徐斌艳◎编著



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课程改革与教学指导/徐斌艳编著. —上海:华东师范大学出版社,2008

(教师教育精品教材·拓展系列)

ISBN 978-7-5617-6320-9

I. 数… II. 徐… III. 数学课—教学研究—中小学
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 125871 号

教师教育精品教材·拓展系列

数学课程改革与教学指导

编 著 徐斌艳
策 划 王 焰 曹利群
责任编辑 吴海红
审读编辑 徐慧平
责任校对 王丽平
装帧设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 杭州长命印刷有限公司
开 本 700×1000 16 开
印 张 13
字 数 255 千字
版 次 2009 年 1 月第一版
印 次 2009 年 1 月第一次
印 数 3100
书 号 ISBN 978-7-5617-6320-9/G·3669
定 价 25.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

序

民族振兴,教育为本;教育振兴,教师为本。进入新世纪,人类步入信息化、全球化的知识社会,人才资源越来越成为重要的战略资源,教育在综合国力竞争中越来越具有决定性作用。改革发展教师教育,加强教师队伍建设,提升国家教育实力,日益成为各国综合国力竞争的首选战略。教育部于2001年6月颁布并实行了《基础教育课程改革纲要(试行)》,实验推广基础教育新的课程体系,旨在全面推进素质教育,促进学生德、智、体、美全面发展,培养具有创新精神和实践能力、能够适应21世纪需要的各方面人才。基础教育新课程改革是当前我国推进素质教育的重大举措,它呼唤教师教育培养出高素质的、专业化的新型教师。

教师教育是建立在学科、专业和教育学科共同协调发展基础上的专业教育。作为教师教育研究的最新进展,教师专业的终身发展、教师的研究性教学与反思性教学、教师行动研究、基于教学情境的教师表现性评价等,既要求在教师教育中将之转化为具体的实践,也要求指导教师将之转化为自身教学实践的要求。不断推进教师教育理论与实践和创新,把学科、专业与教育学科科学研究的成果转化为教师教育的课程与教学内容,建设与实施素质教育相适应的教师教育课程体系,推出一批符合新课程改革理念的优质教材,在教育教学理念、模式和方法、途径、手段等方面开展实践创新,既是新世纪中国教师教育改革的客观要求,也是高水平师范大学不可推卸的使命与责任。

2006年,华东师范大学启动了新一轮教师教育课程改革。在新的改革方案中,教育类课程由教育与心理基础类、教育研究与拓展类、教育实践与技能类和学科教育类四个模块组成。在方案实施过程中,改造和更新了教育学、心理学两门传统课程的教学内容和教学方法,充实和加强了教育实践与技能类课程、学科教育类课程的教学要求,重点建设了供全体师范生选修的教育研究与拓展类课程。为充分反映中小学课程教学改革的要求,教育研究与拓展类

课程的建设采取的是短课时、小班化、团队化的申请与建设办法,在课程教学内容与方法建设上,要求理论性课程应少而精,注重引导,实践性课程应以案例教学为主,有具体的教学指导,并配有辅读材料。到2008年,先后分四批立项,建设了68门教育研究与拓展类课程。

“凡事预则立,不预则废”。在第一批教师教育研究与拓展类课程建设时,学校就开始酝酿编写一套与该类课程相配套的教材。把大学教育研究与教学实践和中小学教学改革有机结合起来,是教师教育精品教材系列设计的主要指导思想。现在,首批教师教育精品教材出版了。这可以看作是对三年来教师教育课程方案改革的一个总结与验证,也可以看作是不断推进教师教育改革与创新的一个新的契机。让我们共同期待更多更好的教师教育教材不断涌现,为我国教师教育课程教材建设提供成功的典范,为培养造就一大批优秀教师和教育家作出积极的贡献!

庄辉明

2008年7月

前言

作为一名教育工作者,需要及时了解我国教育的重大事件。21世纪以来我国基础教育的重大事件之一,便是新一轮的课程改革。以数学课程改革为例,改革在继承中国数学教育优点的同时,对数学课程进行深刻反思,重新调整数学课程目标和内容,倡导新型的数学教学思想,关注学生数学学习方式的变革。

本书核心内容之一是向读者呈现较为完整的数学课程改革动态进程,与读者共同思考两个问题:为何进行数学课程改革以及如何进行数学课程改革。

首先分析21世纪数学课程改革的国际背景,探讨来自国际性数学素养的测试结果如何推动全球性的数学课程改革;进一步分析国内数学教育发展所遇到的困惑以及国内人才培养模式的不均衡是如何激活数学课程改革的。

然后介绍并分析这次数学课程改革政策的创新,如在颁布全国性数学课程标准的同时,允许上海独立研制并颁布数学课程标准。两套标准虽然对课程目标、课程内容的描述各不相同,但是课程实施的方向是相对一致的。本书着重分析数学课程标准提出的课程目标及其具体表现,还介绍了数学教材多元化思想,分析教材如何体现课程改革的思路。

本书核心内容之二是思考如何通过数学教学活动的创新,在实践中逐渐接近并实现数学课程改革的理念。在此与读者共同思考两个问题:实现数学课程改革的碰到关键问题是什么?如何通过数学教学活动的创新解决这些问题?

本书涉及的关键问题是:如何充分认识数学的不同表征形态。数学有其抽象、严谨的学术形态,但是在数学家或科学家眼里它们是美的体现。学校教育的重要任务是如何让学生有机会感受数学的这种美、体验数学的魅力,从而培养数学学习的兴趣。完成这类学校数学教育任务的关键之一是:构造数学的教育形态,将作为科学的数学知识转换为有利于教授的数学教学知识。

接着本书进一步介绍,如何通过数学项目学习活动的设计与实施,以达到数学课程改革追求的目标。本书主要分析数学项目学习的内涵及其教育意义,介绍项目学习的设计要素与实施流程;然后解读若干已实施的数学项目案例,让学生感受如何借助项目学习体现数学课程改革理念;最后呈现若干数学项目的设计案例,让学生直接参与数学项目的设计与论证。

本书在呈现国内数学课程与教学改革的同时,介绍并分析国外若干个国家的

数学课程与教学改革,主要介绍其改革背景及改革特色,分析改革中的数学课程教学或数学教与学的评价等,以比较的视野探讨中外数学课程与教学发展的特点以及相通之处。

本书作者邀请纪雪颖和吴颖康直接参与本书的编写,其中纪雪颖完成了第四章第一节和第三节的写作,并协助作者对全书进行校对;吴颖康完成了第四章第四节的写作。另外特别感谢上海复兴高级中学师生提供的数学项目案例。

此书为华东师范大学“985 工程”“教师教育理论与实践创新基地”系列成果之一。感谢华东师范大学出版社提供出版机会,并以最高的效率和质量保证本书的出版;感谢吴海红女士为此花费的大量心血。

徐斌艳

2008 年 6 月于丽娃河畔

目 录

前 言 / 1

第一章 关于数学课程改革 / 1

第一节 为何进行课程改革 / 1

一、来自现实的“笑话”与担忧 / 1

1. 解题中的“笑话” / 1

2. 调查中的担忧 / 2

二、来自国际比较研究的启示 / 4

1. 来自 TIMSS 的启示 / 4

2. 来自 PISA 的启发 / 5

第二节 如何进行课程改革 / 10

一、研制数学课程标准 / 10

1. 关于课程改革的指导思想 / 10

2. 关于“教学大纲” / 10

3. 关于数学课程标准 / 11

二、教材建设多元化 / 12

1. 多元化教材建设的简单回顾 / 12

2. 现代学习理论指导下的教材建设 / 12

第三节 全日制义务教育数学课程标准 / 13

一、《数学课标》的结构 / 13

二、《数学课标》的基本理念 / 14

三、《数学课标》的课程目标 / 17

1. 知识与技能 / 17

2. 过程与方法 / 18

3. 情感与态度 / 19

四、《数学课标》的内容标准 / 19

第四节 全国普通高中数学课程标准 / 21

一、课程理念 / 21

1. 发展学生的数学应用意识 / 21
2. 体现数学的文化价值 / 23
3. 注重信息技术与数学课程的整合 / 25

二、课程结构与目标 / 27

1. 课程结构 / 27
2. 课程目标 / 29

三、课程内容 / 30

1. 数学探究 / 31
2. 数学建模 / 33
3. 数学文化 / 35

第五节 上海市中小学数学课程标准 / 38

一、《上海课标》的结构 / 38

二、课程理念 / 39

1. 提高学生的数学素养,培育终身学习的基础 / 39
2. 关注不同学生的数学需要,提供选择和发展的空间 / 40

三、课程目标 / 42

1. 打好基础 / 42
2. 学会应用 / 43
3. 激发兴趣 / 44
4. 启迪思维 / 45

四、数学课程内容及要求 / 47

1. 基本内容 / 48
2. 拓展内容 / 48
3. 专题研究与实践 / 51

五、数学学习方式的转变 / 52

六、加强信息技术与数学课程的整合 / 53

第二章 数学的学术形态与教育形态 / 54

第一节 认识数学的不同表征形态 / 54

一、数学的发现与发明 / 54

1. 勾股定理的发现 / 55

2. 勾股定理证法的发明 / 56	
二、挖掘数学的美丽 / 59	
1. 数学与自然 / 59	
2. 数学与雕塑、建筑 / 61	
3. 数学与文史 / 62	
4. 数学游戏 / 64	
第二节 构造数学的教育形态 / 67	
一、数学人物融入数学教学 / 68	
二、“现实数学教育”的思想与实践 / 70	
1. “现实数学教育”的思想 / 70	
2. “现实数学教育”的实践 / 74	
三、构造数学教育形态的探索 / 76	
第三章 数学教学中的项目学习 / 79	
第一节 项目学习的内涵及教育意义 / 79	
一、项目概念的产生 / 79	
1. 欧洲建筑学校中的项目方法 / 80	
2. 项目概念传播到美国 / 80	
3. 手工训练学校和一般公立学校中的项目 / 81	
4. 欧美国家对项目方法的再认识 / 81	
5. 苏联项目概念的产生 / 82	
6. 项目概念在德国的产生 / 82	
7. 项目思想的再发现和国际研究浪潮 / 83	
二、项目学习的内涵 / 83	
1. 作为教与学模式的项目学习 / 83	
2. 作为课程设计的项目学习 / 84	
三、项目学习的教育意义 / 85	
1. 项目学习定位于学生面临的挑战性环境 / 85	
2. 项目学习强调学生的学习自主性 / 85	
3. 项目学习促进学生的反思与批判性评价 / 85	
4. 项目学习立足于产品(作品)的制作 / 85	
四、数学项目学习的意义 / 86	
第二节 数学项目学习的设计要素与实施流程 / 87	
一、项目学习的设计要素 / 87	
1. 主题 / 87	

2. 组织框架 / 88
3. 学生主动性 / 88
4. 小组活动 / 89
5. 反馈 / 89

二、项目学习的设计原则 / 89

1. 主题选择与数学或其他学科内容的相关性 / 90
2. 项目活动与学生掌握数学概念的模型 / 91
3. 项目活动与教师的设计模型 / 92

三、项目学习的实施流程 / 93

1. 准备阶段 / 93
2. 实施阶段 / 93
3. 总结阶段 / 94

第三节 数学项目学习的案例分享 / 94

一、来自中国学生的案例 / 94

1. 自制升空的正多面体热气球 / 94
2. 多面体的认识 / 104

二、来自德国学生的案例 / 106

三、来自美国学生的案例 / 109

第四节 设计案例的分享 / 111

一、实作设计的几个要素 / 111

二、研究者设计的几个案例 / 112

1. 案例一 / 112
2. 案例二 / 114

三、师范生设计的几个案例 / 118

1. 案例一 / 118
2. 案例二 / 120

第四章 国际数学课程改革动态 / 122

第一节 美国数学课程改革动态 / 122

一、美国数学课程改革背景 / 122

二、美国中学代数学习概况 / 125

1. 学校代数主题 / 125
2. 学校代数内容纲要 / 129

三、美国中学代数标准介绍 / 134

1. 代数 1 和代数 2 的州标准 / 134

2. NAEP 十二年级数学评价的代数标准 / 135	
3. ADP(高中毕业证书)代数标准 / 136	
4. 国家数学咨询小组建议的标准 / 136	
四、美国中学数学评价介绍 / 137	
1. NAEP 和州考试中的内容 / 137	
2. 学生考试成绩等第制定过程 / 139	
3. 评价试题题型选择 / 139	
4. 影响数学成绩的非数学因素 / 140	
第二节 德国数学课程改革动态 / 144	
一、德国数学课程改革背景 / 144	
二、德国数学教育标准 / 145	
1. 基本框架 / 145	
2. 教育标准中的数学能力模型 / 146	
3. 数学能力的可持续发展 / 152	
三、德国数学年 / 153	
1. 德国数学年的目标与意义 / 153	
2. 数学年与数学教育研究 / 160	
第三节 澳大利亚数学课程改革动态 / 163	
一、澳大利亚中小学教育体系 / 163	
二、VCE 的诞生与发展 / 165	
1. VCE 诞生的背景 / 165	
2. VCE 的发展进程 / 165	
三、VCE 数学课程设置 / 166	
1. VCE 数学六大选修模块 / 166	
2. 课程内容 / 168	
四、VCE 数学学科的评价模式 / 173	
1. 校本评价项目 / 174	
2. 学期末统一考试 / 177	
3. 综合学业考试(GAT) / 182	
第四节 新加坡数学课程改革动态 / 184	
一、新加坡数学课程的历史演变 / 184	
二、2006 年中学数学教学大纲 / 186	
1. 基本理念 / 186	
2. 基本目标 / 186	
3. 课程框架 / 187	

- 4. 不同源流课程数学教学内容的比较 / 188
- 三、2006 年中学数学教学大纲内容选讲 / 190
 - 1. 数与代数 / 190
 - 2. 几何与测量 / 191
 - 3. 统计与概率 / 192
- 四、新加坡数学教材 / 192

第一章

关于数学课程改革

本章将介绍数学课程与教学改革国际与国内的背景需求,展现 21 世纪数学课程改革的政策创新,剖析并比较全国和上海数学课程标准的理念与特点、课程目标与内容,分析课程标准思想在数学教材中的具体体现等。

第一节 为何进行课程改革

在 21 世纪来临之际,我国基础教育启动了一次重大的(数学)课程改革,从历史上看,它是中国的第八次课程改革,但是我们习惯上称它为“新课程改革”。为什么我们用“新”来描述这次课程改革?为此首先要了解我们为何要启动这次课程改革。

一、来自现实的“笑话”与担忧

你一定觉得奇怪,课程改革是一件严肃而又神圣的教育事件,和“笑话”会有什么关系呢?请你先阅读下面的故事,相信你一定能悟出其中的联系。

1. 解题中的“笑话”

这是一段摘自一份台湾《数学传播》上的故事^①,读完以后也许你觉得这只是一个笑话,但很遗憾,它不是笑话,而是现实。这个故事描述了美国小学生解答问题的情景和结果。美国小学生曾经被要求解答这样一个问题:设在一条船上,有 75 头牛,32 头羊,问船长几岁?结果,美国小学生有 40% 说船长是 43 岁。因为 75 和 32 这两个数,加起来为 107,不会是船长的岁数,相乘相除也都不合适,因此只

① 张奠宙编著:《数学教育经纬》,江苏教育出版社,2003 年,第 122 页。

能相减,故得 43 岁。美国数学教育家深感失望,并反问自己“是否我们把学生越教越笨?”

我国学生对这类问题会有什么反应呢?浙江奉化某小学数学教师,给小学四年级的两个班共 78 名学生出了这个“问题”,结果只有 6 个学生说不能做,仅占参与学生人数的 8%。大多数学生给出的答案是 43 岁,有些学生给出的答案是 53.5 岁,因为 75 和 32 的平均数是 53.5,这是他们刚刚学过的。虽然学生计算准确无误,但是很少有学生思考计算的意义。随后,我们给职校的高一两个班的学生做这道题,原以为到了高中阶段,多数人应该有了自我判断力和意义分析能力。但事实上只有 12% 的职校高中生说不能做,而 88% 的学生都给出答案为 43。随后,又有一些教师给自己学生出了这道题,算出“结果”的学生比例都很高。

学生快速而自信地给出答案,这令有关教师很困惑。做完题目,教师与学生进行了一定的交流,让学生学会质疑问题。而学生解释到:“老师出的题目哪有不能做的呀?”老师接着问:“想过这题不能做吗?”学生则回答:“想过。但老师不是讲考卷上尽量写,不写得零分,写了可能有分,而且写错了不扣分吗?”显然学生的自信来自教师的“教导”,尽管笑话出在学生身上,根源却在教育上。我国著名数学教育家张奠宙先生分析原因后指出,应试教育的“诀窍”教给孩子们的是“丢掉自信,丧失独立思考能力,盲从教师,盲从考卷”。

同样,面对这样一个问题:把一块木板锯成两段,一段的长度是整块的三分之二,但比第二段短四英尺。问木板在锯开前的长度是多少?大多数学生给出答案是一 12 英尺。他们给出的解法是:

设这块木板在锯开前的长度为 x 英尺,根据题意得方程:

$$\frac{2}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x,$$

解方程得 $\frac{1}{3}x = -4$, $x = -12$ 。

答:这块木板在锯开前的长度为 -12 英尺。

木板的长度为负数,这显然也是个“笑话”,但是这个“笑话”是学生应用正确的算法得到的,学生根本没有去思考这个应用题的合理性,只是按照教师传授的算法认真地进行着计算。教师应该感到失望,大多数学生面对一个错误编写的应用题,没有指出错误的意识和能力,却能理直气壮地给出答案!这显然也是学生过分盲从教师、盲从试卷所致。如果这种怪异的教育现象一直持续下去,今后从校门走出的学生将是“手指灵巧”(不断训练解题)、“头脑萎缩”(不会辨别合理性)的群体,这显然与国家在 20 世纪 90 年代提出的素质教育要求不吻合。

2. 调查中的担忧

20 世纪 90 年代中期,教育部曾经组织研究小组,对全国 9 个省市城镇和农村

的 16 000 名学生,2 000 名校长、教师等,就 1993 年以来的九年义务教育课程实施状况进行了问卷调查和访谈^①,现实结果与预期希望相差甚远。

2.1 课程目标的调查

这次调查结果显示,被调查的校长和教师普遍认为在学校中实施得最好的课程目标是“基础知识和基本技能的传授”,而作为课程目标的其他方面,如“学生创造性的培养”、“学生情感态度的关心”或者“学生个性发展的关注”等,教师们没有时间顾及。另外这次调查就“教师之间经常谈论的话题”与被调查人员进行访谈,结果显示,教师们最经常讨论的还是“基础知识和基本技能”,其他讨论的话题,按照讨论的频率依次为“公德”、“分析解决问题”、“政治信念”、“健康”、“动手能力”、“自主态度表现”、“搜集利用信息”等。显然,教师们关心的主要是“双基”话题。

2.2 课程内容等的调查

被调查的教师和校长们普遍认为数学教材所选内容偏多,而且课程内容偏难;为了能完成教学任务,教师经常布置过多的书面习题作业,同时学生除做操之外,也缺少足够的户外活动;教师和校长都注重学生的考试成绩,经常会在全校、全班公布考试成绩。这些教学现状也导致学生对学校生活、对数学学习的厌倦。

2.3 教师评价中的问题

这次调查还暴露出不少教师对学生解题思路误解的例子。例如一个小学生在一次考试中被扣 6 分,最后得分 94 分,因为教师判学生做下面这道题时出错了:小强有 9 朵红花,小红有 15 朵,问小强再有多少朵花才会和小红的一样多。这个学生答 6 朵,列式是 $9 + 6 = 15$ (朵)。教师判错,因为这个应用题被定位为减法应用题,已知条件放在算式左边,必须用减法计算。教师恰恰忽略了,这个学生可能有代数思想,因为这个学生清楚 $9 + () = 15$,到小学中高年级学简易方程时,这样想是十分合理的。

又如,某节数学课上,教师给出这样一个问题:长方形长与宽相差 4 cm,面积为 437 cm^2 ,问这个长方形的长和宽分别为多少?但是还没有等老师进一步解释,一个学生就拿出计算器,并很快给出答案,即长方形的长为 23 cm,宽为 19 cm。教师很不情愿地肯定了他的答案。这个学生兴奋地解释到:“长与宽相差不多,假设它们一样长,那么它们的积应该是 437,这个数比 20 稍大些,我用 18 和 22 试了一下,小了点,就用 19 和 23 试了一下。”很可惜教师否定了这个学生的解法,认为这是非数学的做法。其实学生的方法中隐含着区间的思想,如果允许进一步探究,有可能独立体验到实数的思想。

^① 刘兼、黄翔、张丹编著:《数学课程设计》,高等教育出版社,2003 年,第 52—58 页。

二、来自国际比较研究的启示

进入 21 世纪以来,世界各国不再关起门来进行改革,而是纷纷参与相关的国际比较研究,其中得到公认的两大数学教育评价研究项目为 TIMSS 和 PISA。

1. 来自 TIMSS 的启示

1.1 TIMSS 的背景

TIMSS 的全称为第三次国际数学与科学研究(Third International Mathematics and Science Study),它是由国际教育成就评价协会(IEA)主持的国际比较研究项目之一。第一与第二次国际数学研究(FIMS, SIMS)分别于 1964 年和 1980—1982 年开展,第一与第二次国际科学研究(FISS, SISS)分别于 1970—1971 年和 1983—1984 年开展。第三次的国际比较研究首次将数学与科学研究并列进行,并从 1994 年启动,分三个时段分别对小学、初中和高中阶段的三个群体进行评价研究。1999 年完成整个评价项目。有 40 多个国家参与该项目,近 50 万名学生参与测试,测试题被译为 30 种语言,可以说 TIMSS 是目前最大规模的国际性比较研究项目。

TIMSS 项目的测试对象分别为小学三一四年级学生(9 岁左右)、初中七一八年级学生(13 岁左右)以及高中毕业班学生。其中七一八年级学生为 TIMSS 的主要研究群体,所有参与国家都对这个年龄段的学生进行了测试,而对小学生或高中生是否进行测试可以根据本国的情况确定。

如此大规模项目的成功主要依靠各国的通力合作,各国分别承担起项目实施者的培训、项目实施的管理、测试样题的选择、最终测试数据的分析与评价等。TIMSS 国际研究中心负责协调这次国际项目,它的测试、评价和教育政策研究中心设在美国波士顿学院。

1.2 TIMSS 的基本理念

TIMSS 项目将数学看作是文化活动的工具,随着社会主义现代化进程的推进,数学已经成为国际交流的核心工具,同时也是与其他文化对话的媒介。鉴于数学的这些社会功能,对数学素养的培养显得尤为重要。每个公民在成长过程中,应该掌握作为一个合格公民所需要的数学能力或者数学素养。有关数学素养的培养受到各国课程改革的重视,例如美国数学教师协会(NCTM)在 1989 年以及 2000 年的学校数学课程与评价标准中生动地描述了数学教学的能力观,其中针对数学素养提出了五大目标:(1)树立数学的价值观;(2)对做数学充满信心;(3)应用数学知识解决数学内部与外部的数学问题;(4)能够数学地交往;(5)能够数学地推理。

对数学素养的这种具体阐述受到了荷兰著名数学家与数学教育家弗赖登塔尔(Freudenthal)的现实数学思想的直接或间接影响。