



L I L U N L I X U E X U E X I F U D A O

理论力学学习辅导

韦 林 编 著

要 著 容 内

本教材是根据全国高等工科院校力学课程设置的需要，结合国内外力学教学经验，林群等编写的。教材内含300多例题，各章及综合例题都有答案，便于自学。教材内容取材广泛，叙述深入浅出，既可作为本科教材，又可作为研究生教材和参考书。

理论力学学习辅导

编著者：韦林
出版者：同济大学出版社
出版时间：2008年3月
ISBN：978-7-5609-2308-1
定价：33.00元

同济大学出版社
总主编：林群
副主编：林群
责任编辑：林群
责任校对：林群
责任印制：林群
封面设计：林群

同济大学出版社
地址：上海市四平路1239号 邮政编码：200090
网址：http://www.tongjipress.com
电邮：tongjipress@163.com
E-mail: tongjipress@163.com
电话：(021) 65982334 65982335 65982336
传 真：(021) 65982337
邮购部：(021) 65982338
印 刷：上海人民印刷有限公司
开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：12
字 数：300,000
版 次：2008年3月第1版
印 次：2008年3月第1次印刷
书 号：ISBN 978-7-5609-2308-1



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

版权所有 侵权必究 同济大学出版社 出版 同济大学出版社

内 容 提 要

本书是教材《理论力学》配套的学习辅导书，在内容设置和章节的编排上与相应的教材基本同步。全书共分为 15 章，每章均包括：理论概要、范例分析；最后，有阶段测验题及解答。每章讨论的内容均从帮助学生理顺思路出发，经过各章的范例分析，可使学生掌握解题方法，提高解题的能力。

本书可作为高等工科院校及夜大、函授大学、高职、网络学院等师生的教学参考书，也可供自学考试人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学学习辅导/韦林编著. —上海:同济大学出版社, 2009. 2

ISBN 978 - 7 - 5608 - 3961 - 5

I. 理 … II. 韦… III. 理论力学—高等学校—教学参考
资料 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 213308 号

理论力学学习辅导

韦 林 编著

责任编辑 解明芳 责任校对 杨江淮 封面设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编: 200092 电话: 021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 15

印 数 1—5 100

字 数 300 000

版 次 2009 年 2 月第 1 版 2009 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-3961-5

定 价 26.00 元

前　　言

理论力学是一门面向大学本科生、专科生所开设的工科类重要的技术基础课,是工科类大学生必学的课程。学生在学习中感到该课程具有很强的理论性,在例题、习题的求解中又须紧密与工程实际背景结合才能完成,因此,学生在理论力学的学习中感到这是一门较难学习的课程,为帮助学生学好这门课,我们根据长期的教学经验编写这本辅导书,希望通过与《理论力学》的同步学习,使学生对掌握这门课的理论知识与提高解题能力有所帮助。

本书的编写得到了同济大学基础力学教学研究部教师的支持,并且也得到了同济大学继续与网络教育研究基金资助;本书由周松鹤副教授审阅,他对本书内容提出了许多宝贵的意见,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中错误在所难免,恳请读者指正。

编　者

2008年9月

目 录

前言	1
1 静力学基本知识	1
1.1 理论概要	1
1.2 范例分析	1
2 平面力系	7
2.1 理论概要	7
2.2 范例分析	9
3 空间力系	30
3.1 理论概要	30
3.2 范例分析	33
4 摩擦	43
4.1 理论概要	43
4.2 范例分析	43
5 点的运动和刚体的基本运动	51
5.1 理论概要	51
5.2 范例分析	53
6 点的合成运动	64
6.1 理论概要	64
6.2 范例分析	65
7 刚体的平面运动	79
7.1 理论概要	79
7.2 范例分析	82
8 动力学基本方程	97

8.1 理论概要	97
8.2 范例分析	97
9 动量定理	108
9.1 理论概要	108
9.2 范例分析	109
10 动量矩定理	118
10.1 理论概要	118
10.2 范例分析	119
11 动能定理	132
11.1 理论概要	132
11.2 范例分析	133
12 达朗伯原理	151
12.1 理论概要	151
12.2 范例分析	152
13 虚位移原理	166
13.1 理论概要	166
13.2 范例分析	167
14 第二类拉格朗日方程	179
14.1 理论概要	179
14.2 范例分析	180
15 单自由度的振动	193
15.1 理论概要	193
15.2 范例分析	195
阶段测验题及解答	203

1 静力学基本知识

1.1 理论概要

本章讨论静力学的基本概念、静力学公理、基本类型的约束和对物体进行受力分析的方法。

1. 力的概念

力是物体之间的相互作用,它不能脱离物体而存在;力对物体的作用效应完全决定于力的三要素——力的大小、方向和作用点(或大小、作用线和指向)。

2. 静力学公理

两力平衡公理、力的平行四边形公理、加减平衡力系公理、作用与反作用公理、与力的可传性原理、三力平衡汇交定理是研究静力学的理论基础。在讨论物体受力分析、力系的简化和平衡等问题时都要用到这些公理。

3. 约束和约束反力

在静力学中,当力能主动地使刚体运动或使刚体有运动趋势时,这种力称为主动力。例如,刚体的重力、水压力、风力,等等,在工程上称为荷载。通常,主动力可以是已知的。

约束是阻碍物体运动的限制物,以阻碍刚体运动的被动力称为约束反力,简称反力。约束反力的方向总是与约束所能阻碍刚体运动的方向相反,其作用点就是约束与被约束物体之间的接触点。

4. 受力图

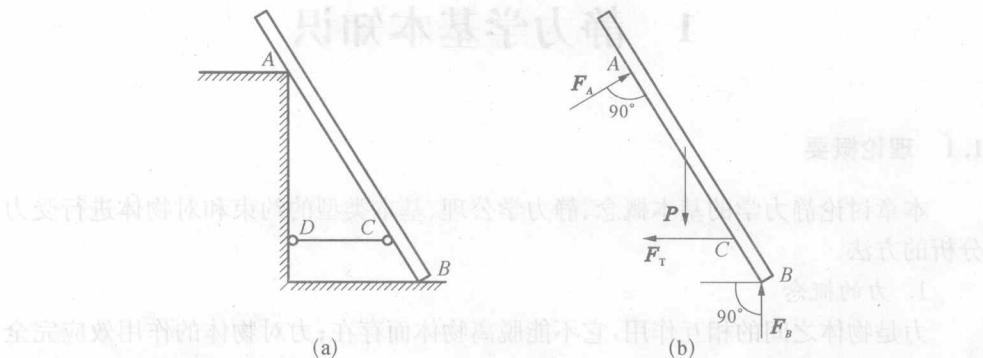
受力图表示物体的受力情况。画受力图一般是解决力学问题的第一步。由于主动力通常是已知的,所以,画受力图的关键在于正确分析约束反力,弄清它的作用位置和方向。在分析约束反力时,必须掌握各类约束的性质,注意作用力与反作用力公理。若作用力的方向一旦假定,则反作用力的方向与之相反。在以整体结构为研究对象时,仅画外部物体对研究对象的作用外力,不必画出成对的内力。

1.2 范例分析

例 1-1 图(a)所示梯子 AB 重 P ,在 C 处用绳 CD 拉住,A, B 处分别搁在光滑的墙及地面上。试作出梯子的受力图。

解 取梯子 AB 为研究对象。设想将梯子所受的约束予以解除,单独画出梯

子并将解除的约束用相应的约束反力 F_A , F_B , F_T 来代替,而且画上作用在梯子上所有的主动力(现只有重力 P),即可得梯子的受力图如(b)所示。



例 1-1 图

[讨论] A 处的约束为光滑线;其约束反力 F_A 通过接触点垂直于 AB 指向梯子。B 处的约束为光滑面,其约束反力 F_B 通过接触点垂直于水平面指向梯子。绳子对梯子的拉力 F_T 沿绳索的中心线,其指向背离梯子。这些约束反力的指向根据约束的特性都能定出,其指向不能随意假定。

例 1-2 如图(a)所示结构,由杆 ACD, BC 与滑轮 D 铰接而成,重物重 W 用绳子挂在滑轮上。如杆、滑轮及绳子重量不计,并略去各处的摩擦,试分别画出滑轮 D、重物、杆 BC、ACD 及整体受力图。

解 (1) 先分析滑轮 D 的受力,因 D 处为光滑铰链约束,故可用两个互相垂直的分力 F_{Dx} , F_{Dy} 表示。G, E 处有绳索拉力,其受力图如(b)所示。

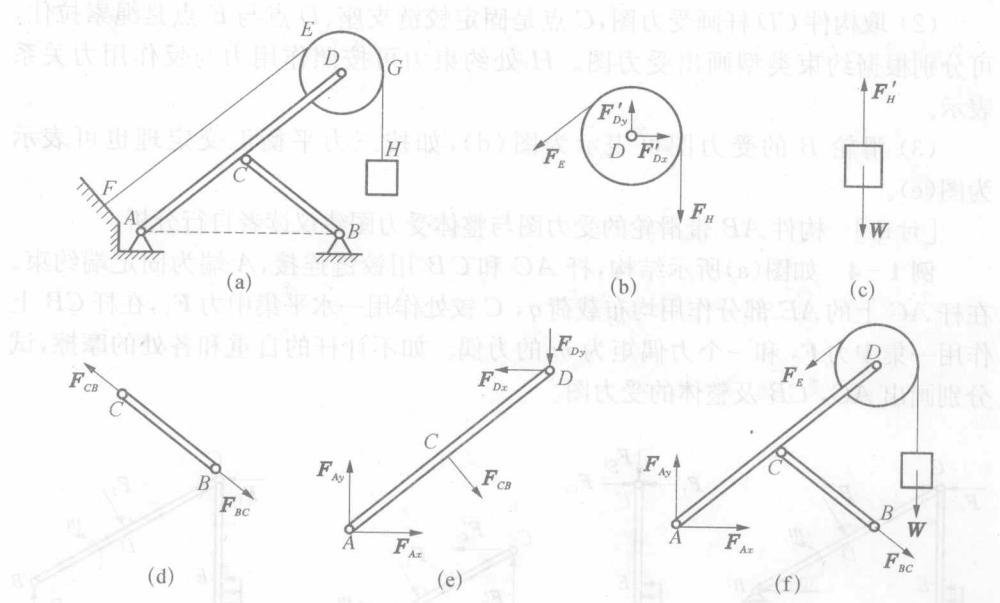
(2) 取悬挂重物为研究对象,画出其简图(c)。

(3) 研究对象取 CB 杆,这是二力杆,中间不受任何外力作用。因 BC 杆两端为铰链连接,所以,杆 BC 只在两端受力,根据二力平衡定律,可确定杆 BC 两端的约束反力为 F_{CB} , F_{BC} ,且共线,假定 BC 杆受拉力,则其受力图如图(d)所示。

(4) 研究对象取杆 ACD,分析杆 ACD 的受力。A 处为固定铰链支座,画上约束反力 F_{Ax} , F_{Ay} ;在 D 处与 C 处可按照图(b)与图(d)分别表示是作用力与反作用力的关系。受力图如图(e)所示。

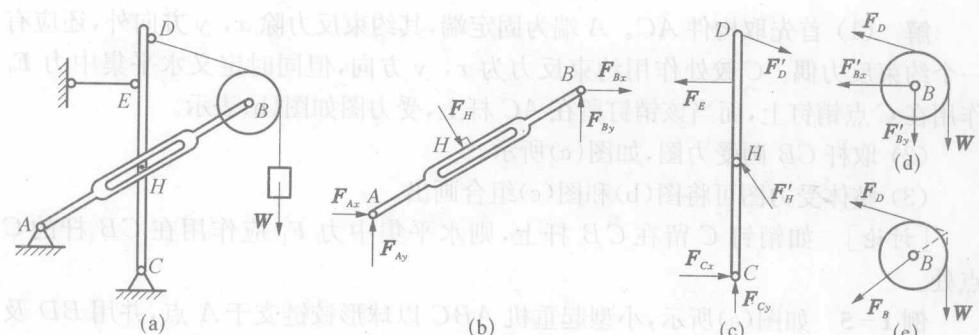
(5) 研究对象取整体。分析整体的受力有重力 W ; A, B, E 处的约束反力可根据各分离的受力图画出。但这时各约束的内力是不用表示的。

[讨论] 应当指出,若两构件以圆柱销钉相连,则在图示构件铰接处的受力分析时,可以不必考虑销钉具体分离的受力图,如分析滑轮 D、连杆 BC 的受力图时,销钉是否单独取出分析对构件的受力是无影响的。



例 1-2 图

例 1-3 如图(a)所示构架,由构件 AB , DC 及滑轮 B 组成。图中 H 为圆柱形销子与构件 DC 连接。不计各构件自重,接触面为光滑面,支承如图示。已知跨过滑轮的绳子一端悬挂重为 W 的一重物。试分别画出构件 AB , CD , 滑轮 B 及构件 AB 带滑轮的受力图。



例 1-3 图

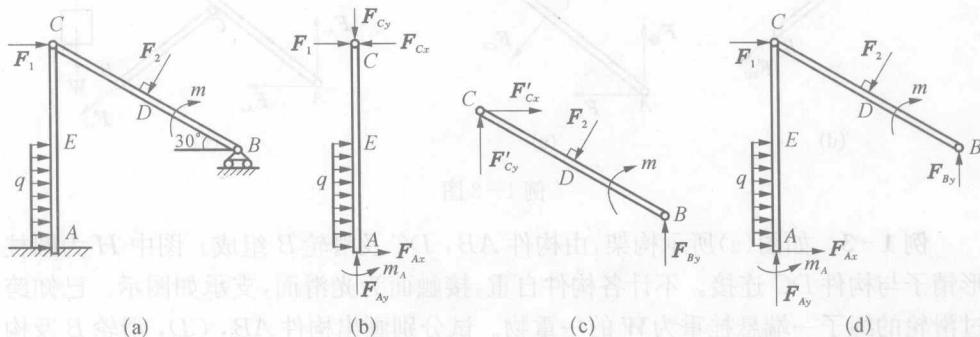
解 (1) 首先取构件 AB 杆画受力图, A 点是固定铰链支座、 B 点是铰链连接支座,可分别根据约束类型画出受力图。 H 为圆柱形销子与构件 AB 光滑接触,约束反力 F_H 通过接触点垂直于 AB ,指向可假设朝构件 AB ,如图(b)所示。

(2) 取构件 CD 杆画受力图,C 点是固定铰链支座,D 点与 E 点是绳索拉住,可分别根据约束类型画出受力图。H 处约束力可按照作用力与反作用力关系表示。

(3) 滑轮 B 的受力图可表示为图(d),如按三力平衡汇交定理也可表示为图(e)。

[讨论] 构件 AB 带滑轮的受力图与整体受力图建议读者自行分析。

例 1-4 如图(a)所示结构,杆 AC 和 CB 用铰链连接,A 端为固定端约束。在杆 AC 上的 AE 部分作用均布载荷 q , C 铰处作用一水平集中力 F_1 ,在杆 CB 上作用一集中力 F_2 和一个力偶矩为 m 的力偶。如不计杆的自重和各处的摩擦,试分别画出 AC, CB 及整体的受力图。



例 1-4 图

解 (1) 首先取构件 AC。A 端为固定端,其约束反力除 x , y 方向外,还应有一个约束反力偶。C 铰处作用约束反力为 x , y 方向,但同时定义水平集中力 F_1 作用在 C 点销钉上,而当该销钉留在 AC 杆上,受力图如图(b)表示。

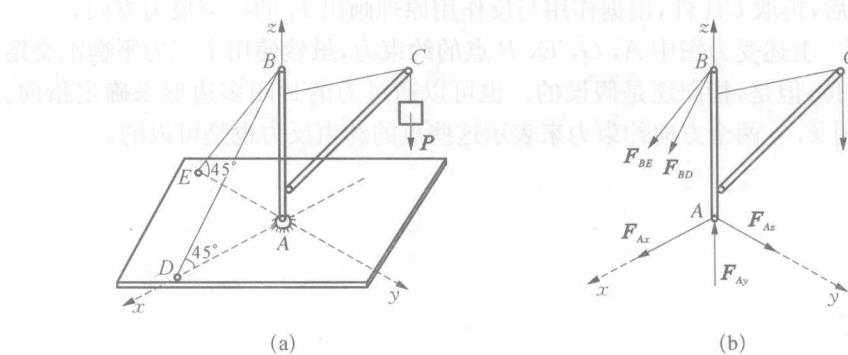
(2) 取杆 CB 画受力图,如图(c)所示。

(3) 整体受力图可将图(b)和图(c)组合画出。

[讨论] 如销钉 C 留在 CB 杆上,则水平集中力 F_1 应作用在 CB 杆的 C 点处。

例 1-5 如图(a)所示,小型起重机 ABC 以球形铰链支于 A 点,并用 BD 及 BE 两钢索拉紧,被起吊物体重 P 。不计起重机自重,试画出起重机 ABC 的受力图。

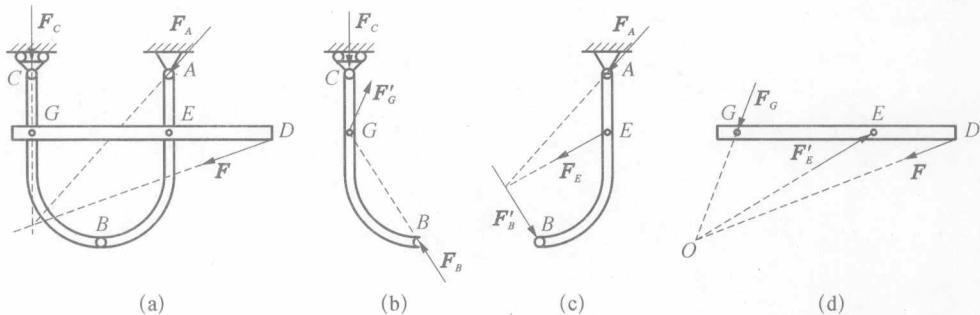
解 取起重机 ABC 为研究对象。分析其上受力,在 B 处分别受两根钢索的约束,其约束反力为 F_{BE} , F_{BD} , A 处受球形铰链的 x , y , z 三个约束反力。起重机上 C 的受力为 F_C 。受力图如图(b)所示。



例 1-5 图

[讨论] 应该注意,在 C 点不能画上重物的重力 P ,因为力 P 是地球对重物的引力,它是作用在重物上的。但拉力 F_C 的大小与重量 P 相等。

例 1-6 图示(a)构架,由三个构件 AB, CB 和 GD 组成。 G, E 和 B 处为铰链。线段 CG 与 AE 为竖直线。根据三力平衡汇交定理,试确定 A, E, G 和 B 约束反力的作用线,并画出三个构件的受力图。



例 1-6 图

解 (1) 首先取整体(如图(a)所示),画 F_C, F 二力的汇交点,根据三力平衡汇交定理画出 F_A 的约束反力方向。

(2) 取 CB 件,画 F_C, F'_G 二力的汇交点(如图(b)所示),还是根据三力平衡汇交定理画出 F_B 的约束反力方向。

(3) 再取 AB 杆,画 F'_B, F_A 二力的汇交点(如图(c)所示),仍根据三力平衡汇交定理画出 F_E 的约束反力方向。

(4) 再取 GD 杆,画 F'_E, F 二力的汇交点(如图(d)所示),仍根据三力平衡汇交定理画出 F_G 的约束反力方向。

(5) 最后,再取 CB 件,根据作用与反作用原理画出 F'_G 的约束反力方向。

[讨论] 上述受力图中 A, G, E, B 点的约束力,虽然使用了三力平衡汇交定理画出了方位,但是,指向还是假设的。也可以通过力的封闭多边形来确定指向。同样,直接用 x, y 两个方向约束力来表示这些点的约束反力也是可以的。



图 3-14

如图 3-15 所示,在图 3-14(a)所示的受力图上,将各杆件的重力略去不计,只画出各杆件的自重,并画出各杆件的轴线,即得图 3-15。图 3-15 中,各杆件的轴线均平行于铅垂线,故可认为各杆件的轴线均平行于重力 G 方向,这样就大大简化了计算。



图 3-15

图 3-15 所示的受力图,称为重心式受力图,或简称为重心图。(本节(b)图略)图 3-15 为图 3-14(a)所示的受力图的重心式受力图,其重心在结点 G 处,故称重心式受力图。重心式受力图的画法,可按以下步骤进行:(1) 画出各杆件的轴线,并使它们平行于重力 G 方向; (2) 在重心 G 处画一个指向重心的重力 G; (3) 在重心 G 处画一个指向任一杆件的外力 F,该外力 F 与该杆件的轴线平行; (4) 由重心 G 沿外力 F 的作用线画出该杆件的轴线; (5) 由重心 G 沿外力 F 的反作用线画出另一杆件的轴线; (6) 重复上述步骤,直至全部杆件的轴线画出为止。

2 平面力系

2.1 理论概要

本章讨论平面任意力系的简化与平衡，并介绍物体系统的平衡问题和静定与超静定概念。在工程实际中，许多结构可以被简化为平面任意力系的问题，因此，本章理论的应用非常广泛，它是静力学的重点之一。

1. 平面汇交力系的合成与平衡

求汇交力系的合成与平衡问题有两种方法。

(1) 几何法：根据力多边形法则，合力的大小和方向由力多边形封闭边（从第一个分力的始端至最后一个力的末端）确定，合力的作用点是力系的汇交点。即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (2-1)$$

(2) 解析法：根据合力在正交轴上的投影，可求得合力的大小和方向。即

$$\mathbf{F}_R = F_{Rx}\mathbf{i} + F_{Ry}\mathbf{j} = \sum F_{ix}\mathbf{i} + \sum F_{iy}\mathbf{j} \quad (2-2)$$

2. 汇交力系的平衡条件

(1) 几何条件：力多边形首尾相接，自行封闭。即

$$\mathbf{F}_R = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0 \quad (2-3)$$

(2) 解析条件：各力在两个坐标轴上投影的代数和分别等于零，这是两个独立的平衡方程，可求解平面汇交力系内两个未知量。即

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0 \quad (2-4)$$

(3) 平面的力在轴上的投影：设力 \mathbf{F} 与轴正方向间的夹角为 α ，则力的投影可表示为

$$F_x = F\cos\alpha, \quad F_y = F\sin\alpha = F\cos\beta \quad (2-5)$$

力的投影夹角可始终取与轴之间的锐角，而力的投影值与轴正方向一致为正

值,反之为负值。

3. 平面力偶系的合成与平衡

(1) 力对点之矩:力对某点(或轴)的矩是力使物体绕该点(或轴)转动效应的度量。简称力矩。平面力矩取逆时针转向为正,顺时针转向为负,是一个代数量。即

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm F \cdot h \quad (2-6)$$

(2) 力偶和力偶矩:作用在同一物体上的两个等值、反向、不共线的平行力组成的力系称为力偶。力偶对物体只有转动效应,故力偶只能用力偶来平衡。力偶对物体的转动效应用力偶矩来度量。同样,取逆时针转向为正,反之为负,是一个代数量。即

$$M = \pm F \cdot h \quad (2-7)$$

4. 力线平移定理

力线平移定理表明:一个力平移时,必须附加一个力偶,其力偶矩等于原力对于新作用点的矩。力线平移定理是平面任意力系向一点简化的依据。

5. 平面任意力系的简化与平衡

(1) 在一般情形下,平面任意力系向任一点简化可得一个力和一个力偶:这个力作用在简化中心,它的矢量称为原力系的主矢 \mathbf{F}_R ,它等于这力系中各力的矢量和,与简化中心的位置无关,这个力偶的力偶矩称为原力系对简化中心的主矩 M_O ,它等于这力系中各力对简化中心之矩的代数和,一般与简化中心的位置有关。平面任意力系向任一点简化后,可能出现以下几种情形:

(a) 当 $\mathbf{F}_R \neq 0, M_O = 0$, 此时简化为作用在简化中心的一个力,这个力就是原力系的合力。

(b) 当 $\mathbf{F}_R = 0, M_O \neq 0$, 此时最后简化为一个力偶,在这种情形下,主矩与简化中心的位置无关。

(c) 当 $\mathbf{F}_R \neq 0, M_O \neq 0$, 最后,还可简化为一个合力,其作用线的位置可直接使用力线平移定理的方法得出。

(d) 当 $\mathbf{F}_R = 0, M_O = 0$, 力系平衡在这种情况下平面任意力系的平衡方程有以下三种形式:

基本形式

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0 \quad (2-8)$$

二力矩形式

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0 \quad (2-9)$$

其中,轴 x 不垂直于 A, B 两点的连线。

三力矩形式

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_C(F_i) = 0 \quad (2-10)$$

其中, A, B, C 三点不在一直线上。

但不论采用何种形式,每个独立物体都仅能写出三个独立的平衡方程,因而也只能求解三个未知量。

(2) 在狭长面积上平行分布的面荷载,或在狭长体积上平行分布的体荷载,均可抽象简化为平行分布线荷载。平行分布线荷载的合力的大小和作用线的位置可分别通过求积分的方法和合力矩定理求得。

6. 静定与超静定概念,物体系统的平衡

(1) 若未知量的数目等于独立平衡方程的数目,称为静定问题;若未知量的数目多于独立平衡方程的数目,则称为超静定(静不定)问题。理论力学仅研究静定结构。

(2) 对于由 n 个物体组成的平面物体系统,其独立平衡方程的数目一般为 $3n$ 个。对于物体系统的平衡问题,可取整个物体系统或系统内任何一个组成部分为研究对象,应用各种不同形式的平衡方程,因而往往有多种多样的求解途径。解题时必须多作分析,要具有清晰的思路,在求解时尽量使一个平衡方程含有一个未知量,以避免解联立方程的麻烦,使计算尽可能简化。

7. 平面静定桁架

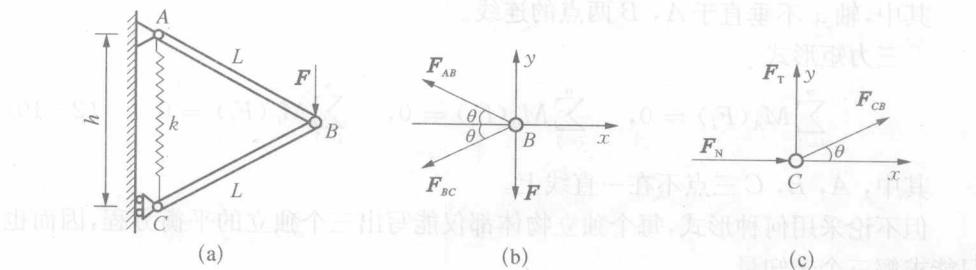
桁架是由一些直杆在两端用铰链彼此连接而成的几何形状不变的结构,桁架中各杆件都假设为二力杆,计算时,一般可先假定内力为轴向拉力。当需要计算桁架中全部杆件的内力时,可采用节点法;如果只需要计算桁架中某几根杆件的内力,一般以截面法较为方便;对于较为复杂的桁架结构,往往需要应用节点法和截面法。

在一定荷载作用下,桁架中内力为零的杆件称为零杆。零杆可通过节点与平衡方程 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$ 判定,一般计算内力时可先将相关零杆判别出来,这样便于计算。

2.2 范例分析

例 2-1 图示(a)为平面机构,自重不计。已知杆 $AB = BC = L$, 铰接于 B ;

AC 之间用一弹簧连接, 弹簧原长为 L_0 , 弹簧常数为 k , 作用力为 \mathbf{F} 。试求机构平衡时 AC 间的距离 h 。



例 2-1 图

解 取销钉 B 为对象, 作受力图(b), 列平面汇交力系平衡方程:

$$\sum F_x = 0, \quad -F_{AB} \cos \theta - F_{BC} \cos \theta = 0,$$

$$F_{AB} = -F_{BC} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{AB} \sin \theta + F_{BC} \sin \theta - F = 0$$

$$F_{AB} = -F_{BC} = \frac{F}{2 \sin \theta} \quad (2)$$

取销钉 C 为对象, 作受力图(c), 因仅求 F_T 力, 则取垂直于力 F_N 的 y 方向平衡方程:

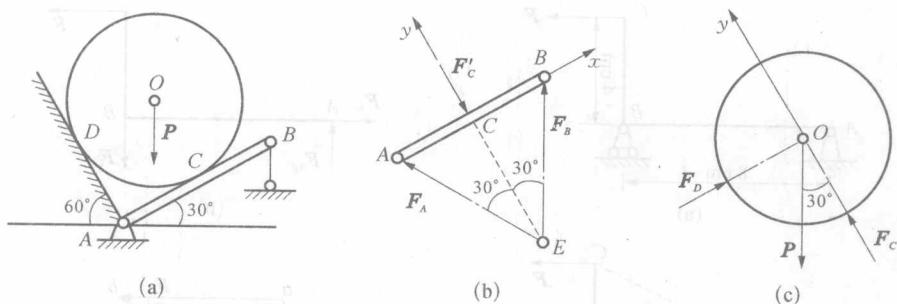
$$\sum F_y = 0, \quad F_T - F_{CB} \sin \theta = 0$$

$$\text{弹簧力: } F_T = \frac{F}{2} = k(h - L_0), \quad \text{得} \quad h = \frac{F}{2k} + L_0$$

[讨论] 弹簧力等于弹簧常数 k 乘以位移。

例 2-2 给排水的管道搁置于倾角为 60° 的斜面上, 并通过构件 AB 支撑而处于平衡(图(a))。已知管道和其中液体共重为 $P = 8 \text{ kN}$ 。设构件 AB 的自重和各接触处的摩擦不计。试求铰链支座 A、链杆 B 的约束反力及管与构件 AB 之间的作用力。

解 本题是求 A, B 处的约束反力, 自然应取包含这两处反力的构件 AB 为研究对象。它受到管道的压力 \mathbf{F}'_C 和链杆的反力 \mathbf{F}_B 以及铰链支座 A 的反力 \mathbf{F}_A 的作用。根据三力平衡定理, 由于力 \mathbf{F}'_C 与 \mathbf{F}_B 相交于 E 点, 故力 \mathbf{F}_A 必通过 E 点。这三个力组成平面汇交力系(图(b)), 其中, \mathbf{F}_A 与 \mathbf{F}'_C 的指向是假定的。由于这三个力的



例 2-2 图

大小都是未知量,不可能直接求出 F_A , F_B 的大小。因此,必须通过其他途径求出力 F'_C 的大小。显然,应取管道为研究对象,求出力 F'_C 后,再以构件 AB 为研究对象求出反力 F_A 与 F_B 。

先取管道为研究对象,作用于管道上有重力 P 及斜面与构件的反力 F_C , F_D , 其受力图如图(c)所示。列出平衡方程:

$$\sum F_y = 0, \quad F_C - P \cos 30^\circ = 0$$

求得

$$F_C = 6.928 \text{ kN}$$

再以构件 AB 为研究对象,其受力图及坐标轴如图(b)所示。列出平衡方程:

$$\sum F_x = 0, \quad F_B \sin 30^\circ - F_A \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_B \cos 30^\circ + F_A \cos 30^\circ - F'_C = 0$$

联立求解上面两式,并把 $F'_C = F_C = 6.928 \text{ kN}$ 代入,求得

$$F_A = 4 \text{ kN}, \quad F_B = 4 \text{ kN}$$

[讨论] 上述求解是分别考虑管 O 及杆 AB 的平衡,则应用平面汇交力系的平衡方程求解。该题若取整体为研究对象,就是一个平面任意力系的平衡问题,这时求解方程建立较复杂,并且管对 AB 杆的作用力还需分解物体求解,读者可自己分析。

例 2-3 在折梁 ABC 上作用一集中荷载 F ,尺寸如图(a)所示。已知 $F = 600 \text{ N}$, 折梁自重不计,试求支座 A 及 B 的约束反力。

解 用两种方法来解。

[方法一] 采用力偶平衡条件求解。