数学(文)

SHU XUE

丛书主编　李瑞坤

学海导航

高中新课标总复习（第2轮）

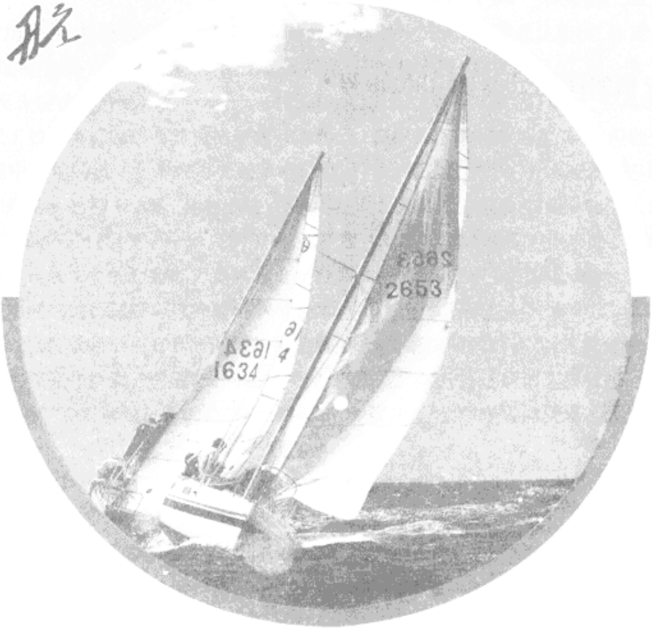
学生用书

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

XUEHAIDAOHANG

学海导航

数学(文)



高中新课标总复习(第2轮)

学生用书

从书主编　李瑞坤

编　　者　李军民　高　松　江规华
　　　　　曹齐平　曾介平　黄世钱
　　　　　林世庆　缪向光　黄志勉
　　　　　张帮荣　连仕光

本书策划　蒋美林

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

学海导航.高中新课标总复习.第2轮.文科数学/李瑞坤主编.—北京:首都师范大学出版社,2008.11
ISBN 978-7-81119-441-8

Ⅰ.学… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第180248号

学海导航·高中新课标总复习(第2轮)
数学(文)·学生用书
丛书主编　李瑞坤

责任编辑　张雁冰　　　　装帧设计　张鹃红
责任校对　蒋美林

首都师范大学出版社出版发行
地　址　北京西三环北路105号
邮　编　100048
网　址　cnuph.com.cn
E-mail　master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版　次　2008年11月第1版
印　次　2008年11月第1次印刷
开　本　850×1168毫米　1/16
印　张　11.5
字　数　331千
定　价　25.00元

前言

PREFACE

学习数学有三种境界，一是模仿层次，绝大部分学生属于这种境界；二是模式化层次，即理论、题型、方法的境界，大部分优秀学生属于这种境界；三是研究层次，即问题是对象，研究是手段，提高是目的，是一种无为而为的境界。

面对高考，我们至少应该提升到第二种境界——模式化层次。这就要求我们：首先，需熟练地掌握数学的基本理论，对数学的基础知识了如指掌；其次，要熟知数学的基本题型。高中数学的习题浩若烟海，但题型却极其有限。我们要学会归纳，善于总结高中数学的每一个知识单元的基本题型；再次，要体会数学的基本思想、基本方法以及每一种数学题型的基本解法。从"理论＋题型＋方法"的和谐统一的高度去学习数学、把握数学，便能举重若轻，事半功倍，游刃有余。

如果我们能够提升到第三种境界——研究的层次，也正是中学数学教育所极力追求的。这对于培养学生的思维品质、探索精神、创新精神，发展学生的综合能力都具有重要意义。此种境界要求我们学会理解、学会探索、学会选择。解决数学问题，首先就需要对问题进行理解。这种理解不是表面的、肤浅的，而是全方位、多角度、深刻的、灵活的，其实质就是对问题本质的洞察与把握，就是形成有利于问题解决的表征，这是解决问题的基础；其次要学会探索。所谓探索，就是对解题方法、解题途径的探究和摸索，这是解决问题的关键；再次，要学会选择。所谓选择就是对解题方法、解题途径、解题策略的抉择。另外，还要学会对解题过程的监察、控制、调节和管理，学会解题后的反思、优化与发展，这些对于数学解题都具有重要意义。

基于这样的教育思想、学习理念，我们倾心策划，编写了这本教辅用书。

《学海导航·高中新课标总复习（第2轮）·数学》为2009年高考第二轮复习专用。它与第一轮复习紧密衔接，在遵循2008年考试说明的前提下，根据教学的实际、高考的实际，以专题归类的形式把高中数学的主干知识从理论、题型、思想和方法的高度加以把握，同时关注高考重点、热点、难点和新课程的特点。通过"讲""练"结合，提高复习的针对性和有效性。

本书按高中数学内容的内在联系，将高考重点内容分为十二个专题。每一个专题包含【考情探秘】、【热点聚焦】、【规律提炼】、【典型例题】和【随堂演练】五个栏目。

【考情探秘】对高考进行展望，趋势进行预测，动向进行说明。

【热点聚焦】以2009年高考命题为着眼点，对近年的高考试题在相关部分的题型、难易程度进行分析，归纳出本专题的热点、重点和难点。旨在帮助学生从整体上把握本专题的主要考查内容，消除备考死角。

【规律提炼】对本专题中渗透的数学思想、选用的解题方法及呈现的解题规律进行梳理、点拨，着实培养学生运用数学思想和方法解决综合问题的能力。

【典型例题】精选例题，突出解题方法、要领和答题技巧的指导。按一定的层级分梯度进行设计，层层推进，流畅自然。同时，从高考层面点评此题，即"特别关注"，意在对本题考查的知识点、思想方法及解题应突破的障碍加以剖析。同时从备考角度揭示规律、方法，拓展思维。

【随堂演练】分为"基础练习"和"能力提升"两部分。"基础练习"按"3（选择题）+2（填空题）"的形式，着重基础知识、基本技能和基本应用；"能力提升"以2个解答题的形式呈现，选题具有层次性和典型性，着重提高学生综合运用知识的能力。

另外，我们还精心命制了十六套限时训练卷，供学生课后巩固使用。以"5（选择题）+3（填空题）+2（解答题）"的形式，按40分钟时量配置基础、新颖的小型训练题。

最后，设计了两套综合测试卷，按高考试卷的命题形式，精心选题，可供师生作模拟试卷使用。

总之，只要我们学会理解、学会探索、学会选择，善于归纳、善于总结、善于优化，重视直观、重视抽象，细心计算，追求简易，复杂的问题简单做，简单的问题认真做，经典的问题反复做，既学会从实践提升到理论，更善于用理论去指导实践；既学会举轻若重，更学会举重若轻，我们就能不断地提升境界，超越梦想，奔向心中的象牙塔！诚祝莘莘学子高考大捷！

编　者

目录
CONTENTS

专题一

集合 常用逻辑用语 推理与证明

考情探秘

从近几年的高考试题看，集合、常用逻辑用语、推理与证明三部分内容考查的主要方向为以下几个方面：

1. 集合的概念、运算及运算性质的应用；

2. 逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义，四种命题的关系及特称命题的判断与否定，充要条件的概念和判定；

3. 类比型问题；

4. 归纳、猜想、证明型问题；

5. 关于函数、不等式、方程、数列、三角等知识中的命题的证明问题.

热点聚焦

集合、常用逻辑用语、推理与证明三部分内容是高中数学的重要基础知识，是历年高考的必考内容. 集合主要考查基本概念的认识和理解，以及作为工具，考查集合语言和集合的思想的运用，同时考查数形结合与分类讨论思想；常用逻辑用语主要考查命题的判断和推理，体现逻辑思维能力；推理与证明是新课标新增内容，但在以往的高考中已多年出现，主要考查利用合情推理去猜测和发现一些新的结论，探索和提供解决一些问题的思路和方向，并利用演绎推理去进行逻辑证明.

本专题知识的高考命题热点有以下几个方面：

1. 以函数、方程、三角、不等式等知识为载体，以集合的语言和符号为表现形式，考查学生对集合语言的理解、表达及运用能力.

2. 充分性或必要性的判断及充要性的证明.

3. 类比型问题常见的是二维问题与三维问题的类比、同结构问题的类比（比如圆锥曲线内的类比、数列内的类比问题等），考查学生运用合情推理去猜测和发现一些新的结论的能力.

4. 归纳、猜想、证明类型的问题以往高考是通过数列解答题来考查，近年也通过选择、填空题来考查归纳推理. 在解答题中可同时考查合情推理与演绎推理.

规律提炼

1. 正确理解集合的三个特征，掌握描述法（$\{x\mid x\in P\}$）中元素的识别及属性的理解；要发挥图示法（包括韦恩图、数轴、函数图象）的作用，通过数形结合直观地解决集合问题，形成良好的思维习惯.

2. 注意空集（$\varnothing$）的特殊性，如 $A\subseteq B$，则有 $A=\varnothing$ 或 $A\neq\varnothing$ 两种可能，运用好分类讨论思想；熟练使用集合的运算性质：$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，对问题进行化简.

3. 判断充分条件或必要条件就归结为判断命题的真假；证明充要性归结为证明原命题与逆命题同时成立. 对于符号"$\Leftrightarrow$"要熟悉它的各种同义词语："等价于"、"当且仅当"、"必须并且只需"、"……，反之也真"等.

4. 立体几何中的类比问题主要关注二维事物到三维事物的对应性，并注意升维后的结构及常数变化，在其他知识中的类比注意分析两类事物的相似性与差异性；归纳推理经常出现在与自然数有关的等式或不等式中，一般给出或自己先写出前几项，然后根据规律进行猜想，得到结论后一般要再次验证.

第1讲　集合

典型例题

例1 （1）设集合 $M=\{x|x-m\leq 0\}$，$N=\{y|y=2^x-1,x\in\mathbf{R}\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是　　（　　）

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$

C. $(-\infty,-1]$　　D. $(-\infty,-1)$

（2）设 $f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，记 $\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}\mid f(n)\in P\}$，$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}\mid f(n)\in Q\}$，则 $(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=$________.

例2 （1）设 I 为全集，S_1、S_2、S_3 是 I 的三个非空子集，且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下面论断正确的是　　（　　）

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

（2）设函数 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$，集合 $M=\{x|f(x)<0\}$，$P=\{x|f'(x)>0\}$，若 $M\subsetneqq P$，则实数 a 的取值范围是　　（　　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(0,1)$

C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

随堂演练

基础练习

一、选择题

1. **(2007·全国卷Ⅰ)**设 $a,b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$，则 $b-a=$　　（　　）

A. 1　　B. -1

C. 2　　D. -2

2. **(2008·山东卷)**满足 $M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，且 $M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$ 的集合 M 的个数是　　（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. 对于集合 M、N，定义 $M-N=\{x|x\in M$ 且 $x\notin N\}$，$M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$，设 $A=\{t|t=x^2-3x,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|y=\lg(-x)\}$，则 $A\oplus B=$　　（　　）

A. $(-\frac{9}{4},0]$

B. $[-\frac{9}{4},0)$

C. $(-\infty,-\frac{9}{4})\cup[0,+\infty)$

D. $(-\infty,-\frac{9}{4}]\cup(0,+\infty)$

二、填空题

4. 如右图，设 I 是全集，非空集合 P、Q 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq I$，若含 P、Q 的一个集合运算表达式，使运算结果为空集 $\varnothing$，则这个运算表达式可以是__________（只要求写出一个表达式）.

5. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2-ax+a-1=0\}$，且 $A\cup B=A$，则 a 的值为________.

能力提升

三、解答题

6. 设 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=ax^2-2x-2a$，若 $f(x)>0$ 的解集为 A，$B=\{x|1<x<3\}$，$A\cap B\neq\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

7. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，d 为公差，且 $d\neq 0$，a_1 和 d 均为实数，它的前 n 项和记作 S_n. 设集合 $A=\{(a_n,\frac{S_n}{n})\mid n\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{(x,y)\mid \frac{1}{4}x^2-y^2=1,x,y\in\mathbf{R}\}$.

试问下列结论是否正确，如果正确，请给予证明；如果不正确，请举例说明.

(1)若以集合 A 中的元素作为点的坐标，则这些点都在同一条直线上；

(2)$A\cap B$ 至多有一个元素；

(3)当 $a_1\neq 0$ 时，一定有 $A\cap B\neq\varnothing$.

第2讲 常用逻辑用语

典型例题

例1 在△ABC中，“$A<B$”是“$\sin A<\sin B$”的什么条件？

例2 已知命题p：$\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leq 2$，$q$：$x^2-2x+1-m^2\leq 0(m>0)$. 若$\neg p$是$\neg q$的必要而不充分条件，求实数$m$的取值范围.

随堂演练

基础练习

一、选择题

1. 下列特称命题中真命题的个数是（　　）

①存在$x\in\mathbf{R}$，使得$x^2\leq 0$；

②至少有一个整数，它既不是合数，也不是素数；

③存在$x\in\{x|x$是无理数$\}$，x^2也是无理数.

A. 0　　　　B. 1

C. 2　　　　D. 3

2. 设p：$x^2-x-20>0$，q：$\frac{1-x^2}{|x|-2}<0$，则p是q的（　　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

3. **(2008·佛山一模)**若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}^2-a_n^2=d$（d为正常数，$n\in\mathbf{N}^*$），则称$\{a_n\}$为“等方差数列”. 甲：数列$\{a_n\}$是等方差数列；乙：数列$\{a_n\}$是等差数列，则（　　）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

二、填空题

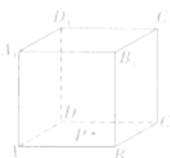
1. 下列四个命题中，真命题的序号有______（写出所有真命题的序号）.

①将函数$y=|x+1|$的图象按向量$v=(-1,0)$平移，得到的图象对应的函数表达式为$y=|x|$；

②圆$x^2+y^2+4x+2y+1=0$与直线$y=\frac{1}{2}x$相交，所得弦长为2；

③若$\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，则$\tan\alpha\cot\beta=5$；

④如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，P为底面$ABCD$内一动点，若P到平面AA_1D_1D的距离与到直线CC_1的距离相等，则P点的轨迹是抛物线的一部分.



5. 已知圆M：$(x+\cos\theta)^2+(y-\sin\theta)^2=1$，直线$l$：$y=kx$，在下面四个命题：

A. 对任意实数k与θ，直线l和圆M相切；

B. 对任意实数k与θ，直线l和圆M有公共点；

C. 对任意实数θ，必存在实数k，使得直线l与圆M相切

D. 对任意实数k，必存在实数θ，使得直线l与圆M相切

其中真命题的代号是______（写出所有真命题的代号）.

能力提升

三、解答题

6. 已知关于 x 的实系数二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有两个实数根 α、β，证明："$|\alpha|<2$ 且 $|\beta|<2$"是"$2|a|<4+b$ 且 $|b|<4$"的充要条件.

7. 已知数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 满足：$b_n=\dfrac{a_1+2a_2+\cdots+na_n}{1+2+3+\cdots+n}$，求证：数列 $\{a_n\}$ 是等差数列的充要条件是数列 $\{b_n\}$ 也是等差数列.

第3讲　推理与证明

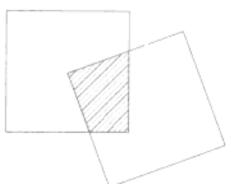
典型例题

例1　(1)(**2008·深圳调研**)下图(1)、(2)、(3)、(4)分别包含1个、5个、13个、25个第二十九届北京奥运会吉祥物"福娃迎迎"，按同样的方式构造图形，设第n个图形包含$f(n)$个"福娃迎迎"，则$f(5)=$______；$f(n)-f(n-1)=$__________(答案用数字或n的解析式表示).

(1)　　(2)　　(3)　　(4)

(2)若$f(n)$为$n^2+1(n\in \mathbf{N}^*)$的各位数字之和，如：$14^2+1=197$，$1+9+7=17$，则$f(14)=17$；记$f_1(n)=f(n)$，$f_2(n)=f(f_1(n))$，…，$f_{k+1}(n)=f(f_k(n))$，$k\in \mathbf{N}^*$，则$f_{2008}(8)=$________.

例2　(1)(**2008·深圳二模**)现有一个关于平面图形的命题：如图，同一个平面内有两个边长都是a的正方形，其中一个的某顶点在另一个的中心，则这两个正方形重叠部分的面积恒为$\frac{a^2}{4}$. 类比到空间，有两个棱长均为a的正方体，其中一个的某顶点在另一个的中心，则这两个正方体重叠部分的体积恒为________.



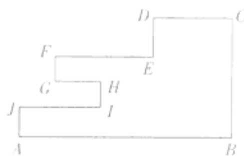
(2)数列$\{a_n\}$是正项等差数列，若$b_n=\frac{a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n}{1+2+3+\cdots+n}$，则数列$\{b_n\}$也为等差数列. 类比上述结论，写出正项等比数列$\{c_n\}$，若$d_n=$________，则数列$\{d_n\}$也为等比数列.

随堂演练

基础练习

一、选择题

1. (**2008·深圳二模**)一个质点从A出发依次沿图中线段到达B、C、D、E、F、G、H、I、J各点，最后又回到A(如图所示)，其中$AB\perp BC$，$AB\parallel CD\parallel EF\parallel GH\parallel IJ$，$BC\parallel DE\parallel FG\parallel HI\parallel JA$. 欲知此质点所走的路程，至少需要测量$n$条线段的长度，则$n=$　(　　)



A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

2. (**2008·梅州一模**)设集合$\Omega=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}\}$，规定：(1)$\mathbf{0}=(0,0)$；当且仅当$x_1=x_2$，$y_1=y_2$时，$(x_1,y_1)=(x_2,y_2)$. 在$\Omega$上定义运算"$\otimes$"：$(x_1,y_1)\otimes(x_2,y_2)=x_1x_2+y_1y_2$，且当$\lambda\in \mathbf{R}$时，$\lambda(x,y)=(\lambda x,\lambda y)$. 设$a$，$b$，$c\in\Omega$，有下列四个命题：

①$a\otimes b=b\otimes a$；

②$(a\otimes b)\otimes c=a\otimes(b\otimes c)$；

③若$a\otimes b=0$，则a，b中至少有一个为0；

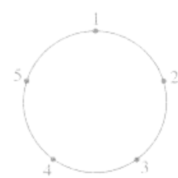
④若$a\neq 0$，$a\otimes b=a\otimes c$，则$b=c$.

其中真命题的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. (**2008·深圳二模**)如图，圆周上按顺时针方向标有1，2，3，4，5五个点，一只青蛙按顺时针方向绕圆从一个点跳到另一点. 若它停在奇数点上，则下一次只能跳一个点；若停在偶数点上，则跳两个点. 该青蛙从5这点跳起，经2008次跳后它将停在的点是　(　　)



A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

二、填空题

4. (**2008·佛山二模**)对大于或等于2的自然数m的n次方幂有如下分解方式：

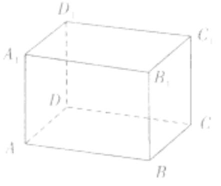
$2^2=1+3$　$3^2=1+3+5$　$4^2=1+3+5+7$

$2^3=3+5$　$3^3=7+9+11$　$4^3=13+15+17+19$

根据上述分解规律，则$5^2=$____________；若$m^3(m\in \mathbf{N}^*)$的分解中最小的数是21，则m的值为______.

5. 已知命题：平面上一矩形$ABCD$的对角线AC与边AB

和AD所成的角分别为α、β，则$\cos^2\alpha+\cos^2\beta=1$. 若把它推广到空间长方体中(如右图，长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$)，试写出相应的命题形式：______



__________________________________.

能力提升

三、解答题

6. 有A、B、C三个盒子，其中一个内放有一个苹果，在三个盒子上各有一张纸条. A盒子上的纸条写的是“苹果在此盒内”，B盒子上的纸条写的是“苹果不在此盒内”，C盒子上的纸条写的是“苹果不在A盒内”. 如果三张纸条中只有一张写的是真的，请问苹果究竟在哪个盒子里?

7. 已知：$\sin^2 30°+\sin^2 90°+\sin^2 150°=\frac{3}{2}$；

$\sin^2 5°+\sin^2 65°+\sin^2 125°=\frac{3}{2}$.

通过观察上述两等式的规律，请你写出一般性的命题：

____________________$=\frac{3}{2}$.　　　　(＊)

并给出(＊)式的证明.

专题二

函数　导数

考情探秘

函数是高中数学的核心内容，是数学的基本工具之一．函数的观点、知识、思想和方法和中学数学的各个分支有着密切的联系，是高考数学的必考内容之一．

从近几年的高考试题看，函数问题考查的主要方向为以下几个方面：

从知识上主要考查：

1．函数的概念、图象与性质的讨论问题；

2．函数与方程问题；

3．函数与不等式问题；

4．函数与数列问题；

5．函数的其他综合问题、应用问题，特别是函数与导数、不等式、方程等的综合问题．

从思想方法、能力上主要考查：

数形结合、转化与化归、函数与方程、分类讨论等思想方法，以及想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及应用意识和创新意识．

热点聚焦

函数是高考数学的重点、热点内容之一，在近几年的高考试卷中，选择题、填空题、解答题三种题型中每年都有函数试题，而且常考常新．以基本函数为背景的综合题和应用题是高考命题的新趋势．

本专题知识的高考命题热点有以下几个方面：

1．函数的表示法、函数的图象、定义域、值域、最大值与最小值、单调性、奇偶性、对称性、周期性等基本性质；

2．与函数相关的含参数问题；

3．函数与导数、方程、不等式、数列、向量等结合的有关综合问题是高考的热点之一．

4．考查运用函数的思想来观察问题、分析问题和解决问题的能力，渗透数形结合、分类讨论、转化与化归等基本数学思想．

规律提炼

1．深刻理解函数及与其相关的概念，理解、洞察并把握问题的本质．一方面，一切从定义出发，数形结合，抽象问题形象化是解决函数基本性质问题的基础；另一方面，善于灵活地换元、转化与化归、复杂问题简单化是解决函数基本性质问题的关键．

2．几类问题的基本解法：

函数与方程问题——对应函数图象法；

函数与不等式问题——对应函数图象法；

函数与数列问题——化归法：把函数问题转化为数列问题．

3．加强与各章知识的横向联系．所谓函数思想，实质上是将问题放到动态背景上去考虑，利用函数观点可以从较高的角度处理方程、不等式、数列、曲线等问题．

第 1 讲　函数的图象与性质

典型例题

例 1　已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+1}{bx+c}(a,b,c\in\mathbf{Z})$ 是奇函数，又 $f(1)=2$，$f(2)<3$，求整数 a,b,c 的值.

例 2　已知函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上有定义，$f(\dfrac{1}{2})=-1$，当且仅当 $0<x<1$ 时，$f(x)<0$，且对任意 $x,y\in(-1,1)$，都有 $f(x)+f(y)=f(\dfrac{x+y}{1+xy})$，试证明：

（1）$f(x)$ 为奇函数；

（2）$f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递减.

随堂演练

基础练习

一、选择题

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & (x\leq 1)\\ x^2+x-2 & (x>1)\end{cases}$，则 $f\left[\dfrac{1}{f(2)}\right]$ 的值为（　　）

A. $\dfrac{15}{16}$　　B. $-\dfrac{27}{16}$

C. $\dfrac{8}{9}$　　D. 18

2. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(x^2-4x+31)$ 的值域为（　　）

A. $[3,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3]$

C. $[8,+\infty)$　　D. $\mathbf{R}$

3. 设函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ 为奇函数，$f(1)=\dfrac{1}{2}$，$f(x+2)=f(x)+f(2)$，则 $f(5)=$（　　）

A. 0　　　　B. 1

C. $\frac{5}{2}$　　　　D. 5

二、填空题

4. 函数 $y=\sqrt{\log_{0.1}(x+2)}$ 的定义域是__________.

5. 定义运算：$a\otimes b=\begin{cases}b(a\geq b)\\a(a<b)\end{cases}$，则函数 $f(x)=3^{-x}\otimes 3^{x}$ 的值域为________.

能力提升

三、解答题

6. 已知函数 $f(x)=x^2+2x\cdot\tan\theta-1$，$x\in[-1,\sqrt{3}]$，其中 $\theta\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$.

(1)当 $\theta=-\frac{\pi}{6}$ 时，求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值；

(2)求 θ 的取值范围，使 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,\sqrt{3}]$ 上是单调函数.

7. 定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2，且 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=\frac{2^x}{4^x+1}$.

(1)求 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的解析式；

(2)判断 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上的单调性，并给予证明.

第 2 讲　函数与方程

典型例题

例 1　若方程 $\lg(-x^2+3x-m)=\lg(3-x)$ 在 $[0,3]$ 上有唯一解，求实数 m 的取值范围.

例 2　**(2007 · 广东卷)** 已知 a 是实数，函数 $f(x)=2ax^2+2x-3-a$. 如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上有零点，求 a 的取值范围.

随堂演练

基础练习

一、选择题

1.**(2008 · 辽宁卷)** 设 $f(x)$ 是连续的偶函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)$ 是单调函数，则满足 $f(x)=f\left(\dfrac{x+3}{x+4}\right)$ 的所有 x 之和为　(　　)

A. -3　　B. 3

C. -8　　D. 8

2. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数，且 $f(2)=0$，则方程 $f(x)=0$ 在区间 $(0,6)$ 内解的个数的最小值是　(　　)

A. 5　　B. 4

C. 3　　D. 2

3. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：$f(x)\cdot f(x+2)=13$，$f(1)=2$，则 $f(99)=$　(　　)

A. 13　　B. 2

C. $\dfrac{13}{2}$　　D. $\dfrac{2}{13}$

二、填空题

4. **(2008 · 广东卷)** 已知 $a\in\mathbf{R}$，若关于 x 的方程 $x^2+x+\left|a-\dfrac{1}{4}\right|+|a|=0$ 有实根，则 a 的取值范围是________.

5. **(2008 · 湖北卷)** 已知函数 $f(x)=x^2+2x+a$，$f(bx)=9x^2-6x+2$，其中 $x\in\mathbf{R}$，a，b 为常数，则方程 $f(ax+b)=0$ 的解集为________.

能力提升

三、解答题

6. 已知二次函数 $f(x)$ 的二次项系数为 a，且不等式 $f(x)>-2x$ 的解集为 $(1,3)$.

(1)若方程 $f(x)+6a=0$ 有两个相等的根，求 $f(x)$ 的解析式；

(2)若 $f(x)$ 的最大值为正数，求 a 的取值范围.

7. 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上满足 $f(2-x)=f(2+x)$，$f(7-x)=f(7+x)$，且在闭区间 $[0,7]$ 上，只有 $f(1)=f(3)=0$.

(1)试判断函数 $y=f(x)$ 的奇偶性；

(2)试求方程 $f(x)=0$ 在闭区间 $[-2007,2007]$ 上的根的个数，并证明你的结论.