高等教育"十一五"规划教材

高职高专公共基础课教材系列

微积分

WEI JI FEN

黄 群 主编

科学出版社
www.sciencep.com

高等教育“十一五”规划教材

高职高专公共基础课教材系列

微　积　分

黄　群　主编
张学忠　林士中　副主编

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理及导数的应用、不定积分、定积分、二元函数微积分学简介.

本书可供高职高专财经类、理工科类专业学生使用，也可供成人教育相关专业使用.

图书在版编目(CIP)数据

微积分/黄群主编. —北京：科学出版社，2008
(高等教育"十一五"规划教材・高职高专公共基础课教材系列)
ISBN 978-7-03-022184-1

Ⅰ. 微… Ⅱ. 黄… Ⅲ. 微积分-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ. O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 078193 号

责任编辑：沈力匀 周 恢/责任校对：柏连海
责任印制：吕春珉 /封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
铭浩彩色印装有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2008 年 8 月第 一 版 开本：B5（720×1000）
2008 年 8 月第一次印刷 印张：14
印数：1—4 000 字数：282 000

定价：22.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉）
销售部电话 010-62136230 编辑部电话 010-62135235（VP04）

前　言

本书是按照教育部颁发的高职高专《高等数学》大纲，根据学生实际水平，本着“少而精，拿到手”的原则编写的.

本书尽量舍弃以往高等数学教材抽象晦涩的专业符号表示，代之以通俗易懂的文字描述，一些定理的证明也尽量给出形象直观的图释，便于学生学习.在内容的编排上做到前呼后应，知识点、例题、习题前后对应，便于老师教学，也便于学生学习.

本书有以下几个突出特点：

(1) 精选教学内容，注重专业课的实际需要.对教学概念的引入注重从经济、几何等实际问题入手，并说明基本概念的要点，便于学生对数学概念的理解，书中加 * 号内容供非理工科专业选用.

(2) 例题具有典型性，并注重联系经济管理专业的实际问题，部分例题有分析，每种类型题后面有解题方法总结，有助于培养学生的解题技能.

(3) 每节尽量配备选择、填空、计算、证明等多种题型.习题分层次设计，由易到难，便于学生逐步加深对知识的理解和技能的提高.

(4) 每章有小节和综合练习题，有助于学生掌握本章的知识结构的内涵，检验学生对全面知识的掌握.

(5) 文字叙述通俗易懂，对重要公式给出记忆方法、使用注意等问题，便于学生自学和预习.

本书由长期从事高职高专教学工作并积累了丰富教学经验的一线教师编写.张学忠编写第 1 章、第 2 章和第 7 章，黄群编写第 3 章和第 4 章，林士中编写第 5 章和第 6 章，由张学忠和黄群共同完成书稿的修改.

感谢中央民族大学肖春祥副教授仔细审阅了本书，并提出了很多宝贵意见.感谢李文娟提供了部分参考答案.在本书的编写过程中，参考和借鉴了国内同行的有关论著和研究成果，在此一并表示感谢.

由于编者水平的限制，本书的不当或疏漏之处在所难免，恳请同行和读者提出宝贵意见.

目　　录

第1章　函　　数

函数是微积分学研究的主要对象，现实生活及经济领域中涉及的大量数学关系都可以用函数来表达. 本章主要介绍函数的有关概念及简单性质，重点分析复合函数、初等函数的结构，为后面学习打下良好的基础.

1.1　函数的有关概念

1.1.1　函数关系及其表示方法

在自然科学和经济领域中，所遇到的问题往往是几个变量相互联系，相互制约，并按照一定规律同时变化着. 变量间的这种相互变化在数学上就是函数关系，下面举几个实例.

【例 1.1】　某企业生产某种产品，固定成本为 2000 元，每生产一件产品，所需的材料费、人工费等是 25 元，所发生的总费用 y 与生产数量 Q 之间的函数关系是

$$y = 2000 + 25Q.\quad (Q \text{ 为正整数})$$

可见，Q 每取一个数值，y 都有一个确定的值与之对应.

【例 1.2】　根据多年统计资料，某啤酒厂啤酒销售量 Q(单位：万吨)与月份 t 有对应关系，用表格表示，如表 1-1 所示.

表 1-1

月份 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 Q	40	60	40	41	45	50	81	80	75	70	40	43

当 t 取定 1～12 个整数中的任一个数值，Q 就有一个确定的数值与之对应.

【例 1.3】　某地一天的气温 T 用自动记录仪记录，其温度变化情况如记录曲线图 1-1 所示. 此曲线反映了时间与温度 T 之间的相互变化关系. 给定一个时间 t_0，就能查出该时刻的温度 T_0.

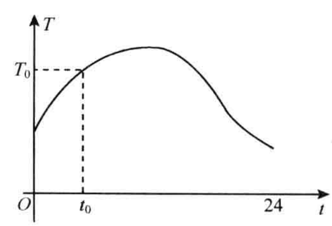

图 1-1

以上说明变量之间的函数关系有三种表示方法：公式法或解析法(例 1.1)；列表法(例 1.2)；图像法(例 1.3).

1.1.2 函数的定义域与值域

定义 1.1 设 D 是一个非空实数集，f 是一个对应规则. 如果对于 D 内的每一个数 x，按照对应规则 f 都有唯一一个确定实数 y 与之对应，那么这个对应规则 f 称为**定义在 D 上的一个函数**，记为 $y=f(x)\quad(x\in D)$. 其中，x 称为**自变量**，y 称为**因变量**，数集 D 称为**函数的定义域**.

当 x 取定值 $x_0\in D$，与之对应的 y 的数值称为**函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值**，记作 $f(x_0)$. 全体函数值的集合 $Z=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$ 称为**函数的值域**.

说明：根据函数的定义，只有两个函数的定义域与对应规则完全相同时，才认为它们是相同的函数. 例如，$f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg x$，因其定义域不同，不是相同的函数.

【例 1.4】 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{2x-3}$； (2) $y=\dfrac{x+1}{3x-2}$；

(3) $y=\log_3(5-2x)$； (4) $y=\sqrt{2x-3}+\log_3(5-2x)$.

解 (1) 因为偶次根号下被开方式不能为负，即 $2x-3\geqslant 0$，解得 $x\geqslant\dfrac{3}{2}$，所以函数 $y=\sqrt{2x-3}$ 的定义域为 $x\geqslant\dfrac{3}{2}$ 的一切实数，用区间表示为 $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$.

(2) 因为分式的分母不能为零，即 $3x-2\neq 0$，解得 $x\neq\dfrac{2}{3}$，所以函数 $y=\dfrac{x+1}{3x-2}$ 的定义域为 $x\neq\dfrac{2}{3}$ 的一切实数，用区间表示为 $\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$.

(3) 因为对数的真数必须大于零，即 $5-2x>0$，解得 $x<\dfrac{5}{2}$，所以函数 $y=\log_3(5-2x)$ 的定义域为 $x<\dfrac{5}{2}$ 的一切实数，用区间表示为 $\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right)$.

(4) 函数 $y=\sqrt{2x-3}+\log_3(5-2x)$ 的定义域应是 $y_1=\sqrt{2x-3}$ 与 $y_2=\log_3(5-2x)$ 的定义域的共同部分，即 $\begin{cases}2x-3\geqslant 0\\5-2x>0\end{cases}$，解得 $\dfrac{3}{2}\leqslant x<\dfrac{5}{2}$，用区间表示为 $\left[\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$.

1.1.3 函数的几种简单性质

1. 函数的奇偶性

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域是关于原点对称的区间 D，若对于所有

的 $x\in D$,有

(1) $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$为奇函数.

(2) $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$为偶函数.

否则,$f(x)$是非奇非偶函数.

奇函数的图像关于坐标原点对称,偶函数的图像关于 y 轴对称.

因为$(-x)^3=-x^3$,$(-x)^2=x^2$,$\sin(-x)=-\sin x$,$\cos(-x)=\cos x$,按照定义,$y=x^3$、$y=\sin x$ 是定义域在$(-\infty,+\infty)$上的奇函数,$y=x^2$、$y=\cos x$ 是定义域在$(-\infty,+\infty)$上的偶函数.

【例 1.5】 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=x\sin x+\cos x$; (2) $f(x)=x\cos x-x^3$;

(3) $f(x)=2^x-2^{-x}$; (4) $f(x)=x^2-2x+3$.

解 (1) 因为
$$f(-x)=(-x)\sin(-x)+\cos(-x)=x\sin x+\cos x=f(x),$$
所以 $f(x)=x\sin x+\cos x$ 是偶函数.

(2) 因为
$$f(-x)=(-x)\cos(-x)-(-x)^3=-x\cos x+x^3=-(x\cos x-x^3)=-f(x),$$
所以 $f(x)=x\cos x-x^3$ 是奇函数.

(3) 因为
$$f(-x)=2^{-x}-2^{-(-x)}=2^{-x}-2^x=-(2^x-2^{-x})=-f(x),$$
所以 $f(x)=2^x-2^{-x}$是奇函数.

(4) 因为
$$f(-x)=(-x)^2-2(-x)+3=x^2+2x+3,$$
它既不等于 $f(x)$,也不等于$-f(x)$,

所以 $f(x)=x^2-2x+3$ 是非奇非偶函数.

2. 函数的单调性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$在区间 I 上有定义,如果对于任意的 x_1、$x_2\in I$,当 $x_1<x_2$ 时:

若 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$,则称**$f(x)$在区间I上单调增加**;

若 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$,则称**$f(x)$在区间I上单调减少**.

单调增加的函数和单调减少的函数统称为单调函数.

【例 1.6】 判断下列函数的单调性.

(1) $f(x)=\log_2 x$; (2) $f(x)=1-x^2$.

解 (1) $f(x)=\log_2 x$ 的定义域为$(0,+\infty)$,在其定义域内任取两点 x_1、x_2,且 $x_1<x_2$,

因为 $f(x_2)-f(x_1)=\log_2 x_2-\log_2 x_1=\log_2 \dfrac{x_2}{x_1}>0$(因为$\dfrac{x_2}{x_1}>1$,且底数 $2>1$),所以 $f(x_2)>f(x_1)$,由定义知 $f(x)=\log_2 x$ 在$(0,+\infty)$内单调增加.

(2) $f(x)=1-x^2$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,在其定义域内任取 x_1,x_2,且 $x_1<x_2$,则 $f(x_2)-f(x_1)=(1-x_2^2)-(1-x_1^2)=x_1^2-x_2^2$.

由于 $f(x)=1-x^2$ 的定义域是以原点对称.在$(-\infty,0)$内,当 $x_1>x_2$ 时,$x_1^2>x_2^2$,在$(0,+\infty)$内,当 $x_2>x_1$ 时,$x_2^2>x_1^2$,故需分区间讨论 $f(x)=1-x^2$ 的单调增减性.

在$(-\infty,0)$内,$f(x_2)-f(x_1)=x_1^2-x_2^2>0$,即 $f(x_2)-f(x_1)>0$,所以,$f(x)=1-x^2$ 在$(-\infty,0)$内单调增加.

在$(0,+\infty)$内,$f(x_2)-f(x_1)=x_1^2-x_2^2<0$,即 $f(x_2)-f(x_1)<0$,所以,$f(x)=1-x^2$ 在$(0,+\infty)$内单调减少.

此例说明,函数 $y=f(x)$在其定义域内的一部分区间上是单调增加的,在另一部分区间上可能是单调减少的.

3. 函数的周期性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,若存在正的常数 T,使得对任意的 $x\in D$,$f(x+T)=f(x)$,则称 $f(x)$为**周期函数**,其中最小的正常数 T_0 称为函数 $y=f(x)$的**周期**.

例如,函数 $y=\sin x$,$y=\cos x$ 的周期为 2π,$y=\tan x$,$y=\cot x$ 的周期为 π.

4. 函数的有界性

定义 1.5 设函数 $y=f(x)$在区间 I 上有定义,若存在正数 M,使得对任意的 $x\in I$,有 $|f(x)|\leqslant M$(也可以没等号),则称 $y=f(x)$在区间 I 上是**有界函数**,否则称 $f(x)$是无界函数.

若存在常数 a,使得对任意的 $x\in I$,有 $f(x)\geqslant a$,则称 $y=f(x)$在区间 I 上有下界;若存在常数 b,使得对任意的 $x\in I$,有 $f(x)\leqslant b$,则称 $y=f(x)$在区间 I 上有上界.

说明：(1) 函数的有界性是用 $f(x)$ 的绝对值定义的. 例如，$y=\log_5 x$，当 x 从大于零的方向无限趋近于零时，$y=\log_5 x$ 无限趋近于 $-\infty$，按定义它是无界的.

(2) 正数 M，以及 a，b 都不是唯一的.

(3) 函数的有界性与给定的区间有关. 例如，$y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界，在区间 $[1,2]$ 内是有界的.

(4) 若函数 $f(x)$ 在区间 I 上有界，则它一定有上界和下界；反之，有上界或下界的函数不一定有界.

【例 1.7】 判断函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 与 $[1,3)$ 内的有界性.

解　$y=\dfrac{1}{x}$ 的图像如图 1-2 所示.

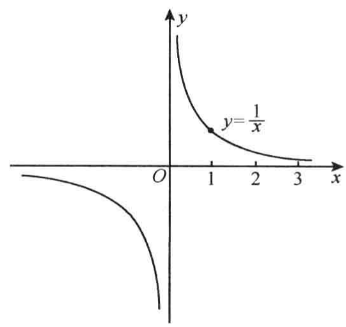

图 1-2

由图 1-2 可以看出，当 x 无限趋近于零时，$\left|\dfrac{1}{x}\right|$ 无限增大，找不到一个正数 M，使其绝对值小于 M，所以，$y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内是无界的.

在区间 $[1,3)$ 内，$\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$，所以 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $[1,3)$ 内是有界的.

这里，举出一些常用的有界函数：

(1) $-1\leqslant\sin x\leqslant 1$，　$-1\leqslant\cos x\leqslant 1$　$(x\in(-\infty,+\infty))$.

(2) $-1\leqslant\sin\dfrac{1}{x}\leqslant 1$，　$-1\leqslant\cos\dfrac{1}{x}\leqslant 1$　$(x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty))$.

(3) $-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\arcsin x\leqslant\dfrac{\pi}{2}$，　$0\leqslant\arccos x\leqslant\pi$　$(x\in[-1,1])$.

(4) $-\dfrac{\pi}{2}<\arctan x<\dfrac{\pi}{2}$，　$0<\operatorname{arccot} x<\pi$　$(x\in(-\infty,+\infty))$.

习　题　1.1

1. 求下列函数的定义域(用区间表示).

(1) $y=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$；　　(2) $y=\log_4(4-2x)$；

(3) $y=\sqrt{16-x^2}$.

2. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=\sin x-x^3$；　　(2) $f(x)=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$；

(3) $f(x)=2x^4+3x^3+1$；　　(4) $f(x)=\frac{x\cos x}{x^2+1}$；

(5) $f(x)=x^3(1+\cos x)$.

3. 判断下列函数的单调性.

(1) $f(x)=2x+1$；　　(2) $f(x)=1-x^2\quad(x>0)$.

4. 判定下列函数在其定义区间内是否有界.

(1) $f(x)=\frac{\cos x}{1+x^2}$；　　(2) $f(x)=\frac{x^2\sin x}{1+x^2}$；

(3) $f(x)=\sin x+\cos\frac{1}{x}$；　　(4) $f(x)=\cos x-\sin\frac{1}{x}$.

1.2　反函数与分段函数

1.2.1　反函数

若已知函数 $y=2x-1$，由此解出 $x=\frac{y+1}{2}$. 在上式中若把 y 看作自变量，x 看作因变量，则由 $x=\frac{y+1}{2}$所确定的函数称为已知函数 $y=2x-1$ 的反函数，习惯上用 x 表示自变量，y 表示因变量，通常把 $x=\frac{y+1}{2}$改写为 $y=\frac{x+1}{2}$.

由图 1-3 知，函数 $y=2x-1$ 与其反函数 $y=\frac{x+1}{2}$的图像关于直线 $y=x$ 对称.

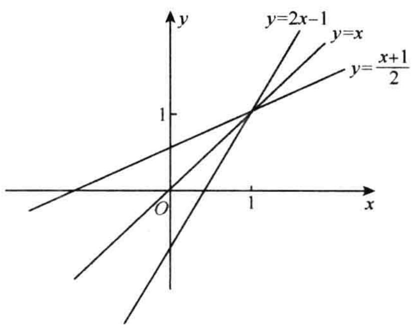

图 1-3

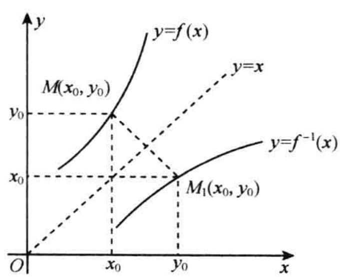

图 1-4

一般地，有下面的定义：

定义 1.6　已知函数 $y=f(x)$ $(x\in D, y\in \mathbf{Z})$，若对于 Z 中每一个 y 值，都可以从关系式 $y=f(x)$确定唯一的 x 值$(x\in D)$与之对应，这样就确定了一个以 y 为自变量的新函数 $x=\varphi(y)$，这个函数称为**函数$y=f(x)$的反函数**，其定义域为 $\mathbf{Z}$，值

域为 D,记作 $x=f^{-1}(y)$,按习惯记法,x,y 互换,$y=f(x)$的反函数记作 $y=f^{-1}(x)$.

说明:(1) $y=f^{-1}(x)$的定义域是 $y=f(x)$的值域,$y=f^{-1}(x)$的值域是 $y=f(x)$的定义域.

(2) $y=f^{-1}(x)$与 $y=f(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称(图 1-4).

(3) 求 $y=f(x)$的反函数的步骤是:

第一步,由 $y=f(x)$的关系式解出 $x=\varphi(y)$;

第二步,x,y 互换.

【例 1.8】 求下列函数的反函数.

(1) $y=\sqrt{x+1}$;　　(2) $y=3^{2x-1}$;　　(3) $y=\log_5(2-x)$.

解　(1) 由 $y=\sqrt{x+1}$两边平方,得

$$y^2=x+1, x=y^2-1.$$

x,y 互换,得 $y=\sqrt{x+1}$的反函数为 $y=x^2-1$.

(2) 由 $y=3^{2x-1}$两边取以 3 为底的对数,得

$$\log_3 y=\log_3 3^{2x-1}=2x-1,$$

解得

$$x=\frac{1}{2}(\log_3 y+1).$$

x,y 互换,得 $y=3^{2x-1}$的反函数

$$y=\frac{1}{2}(1+\log_3 x).$$

(3) 由 $y=\log_5(2-x)$两边以 5 为底,得

$$5^y=5^{\log_5(2-x)}=2-x,$$

解得

$$x=2-5^y.$$

x,y 互换,得 $y=\log_5(2-x)$的反函数

$$y=2-5^x.$$

说明:一个函数如果有反函数,x,y 之间必定是一一对应的函数关系,否则,这个函数就没有反函数.例如,$y=x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$内无反函数,在$(0,+\infty)$内有反函数 $y=\sqrt{x}$.

1.2.2　分段函数

定义 1.7　两个变量之间的函数关系,在其定义域的不同部分用不同数学表达式来表示,这类函数称为**分段函数**.

例如,$y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$,

$$y=\begin{cases} x+1, & x<0 \\ 0, & x=0, \\ x-1, & x>0 \end{cases}$$

都是定义在$(-\infty,+\infty)$的分段函数，它们的图像如图 1-5 和图 1-6 所示.

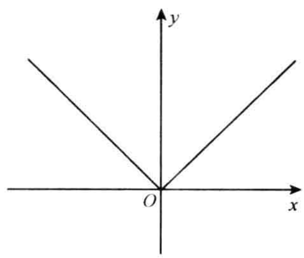

图 1-5

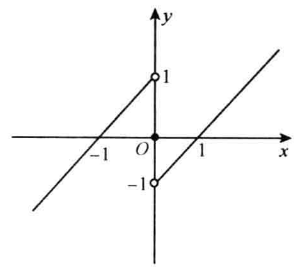

图 1-6

【例 1.9】 已知函数 $y=f(x)=\begin{cases} x^2, & -3<x<0 \\ 2, & x=0 \\ 1+x, & 0<x\leqslant 4 \end{cases}$，指出其分段点，并求：(1) 定义域；(2) $f(2)$；(3) $f(0)$；(4) $f(-1)$.

解 分段点为 $x=0$；

(1) 定义域为$(-3,4]$.

(2) $x=2$ 时，数学表达式为 $y=1+x$，所以 $f(2)=1+2=3$.

(3) $f(0)$表示 $x=0$ 时的函数值，即 $f(0)=2$.

(4) $x=-1$ 时，数学表达式为 $y=x^2$，所以 $f(-1)=(-1)^2=1$.

有的分段函数在分段点两边用一个数学表达式表示，例如，

$$f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases},$$

有的分段函数有两个或两个以上分段点.

【例 1.10】 设 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & -1\leqslant x\leqslant 0 \\ x, & 0<x\leqslant 1 \\ x^2-1, & 1<x\leqslant 3 \end{cases}$，指出其分段点及分段点处的函数值，并求：(1) $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$；(2) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$；(3) $f(2)$.

解 分段点为 $x=0$ 和 $x=1$，其函数值分别为 $f(0)=2^0=1$，$f(1)=1$.

(1) $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

(3) $f(2)=2^2-1=3$.

注意：分段点应写为 $x=0$ 和 $x=1$，写 0 和 1 则是错误的.

习　题　1.2

1. 求下列函数的反函数.

(1) $y=3x-1$；　(2) $y=x^3+2$；　(3) $y=\sqrt[3]{x+1}$；

(4) $y=2^{x+1}$；　(5) $y=\log_3(x+2)$.

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2} \\ 2\sin x, & \frac{\pi}{2}<x\leqslant 2\pi \end{cases}$,

(1) 指出其分段点及分段点处函数值；

(2) 求 $f(0)$；$f(1)$；$f\left(\frac{3}{2}\pi\right)$；$f(\pi)$.

3. 设 $f(x)=\begin{cases} 3^x, & -1<x\leqslant 0 \\ 2, & 0<x\leqslant 1 \\ x+1, & 1<x\leqslant 3 \end{cases}$,

(1) 求函数定义域；

(2) 指出函数的分段点及分段点处函数值；

(3) 求 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$；$f(2)$；$f(3)$.

1.3　初等函数

1.3.1　基本初等函数

下列六类函数统称基本初等函数.

1. 常数函数

$y=c$　（常数），$x\in(-\infty,+\infty)$.

2. 幂函数

$y=x^\alpha$　（α 为实数），$y=x^2$，$y=x$，$y=\sqrt{x}$都是幂函数，其图像如图 1-7 所示.

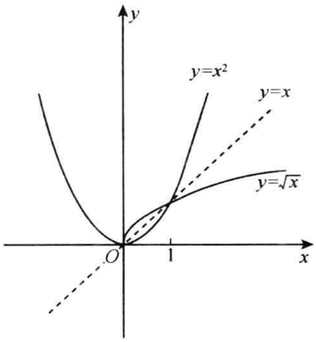

图 1-7

从图 1-7 可以看出，$y=x^\alpha$ 的定义域随 α 的不同而不同，单调增减性也随 α 的不同而不同. 共同点则是图像均过(1,1)点.

3. 指数函数

$$y=a^x \quad (a>0 \text{ 且 } a\neq 1),$$
$$x\in(-\infty,+\infty),\ y\in(0,+\infty),$$

特殊的 $y=e^x$ 是以 e 为底的指数函数，e 是一个无理数，e≈2.7182…，其图像如图 1-8 所示.

由图 1-8 可以看出，$y=a^x$ 的图像均过(0,1)点. 当 $a>1$ 时，函数是单调增加的；当$0<a<1$ 时，函数是单调减少的.

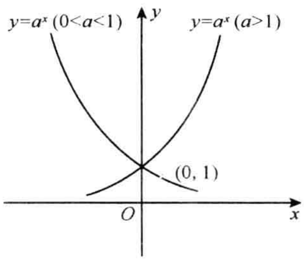

图 1-8

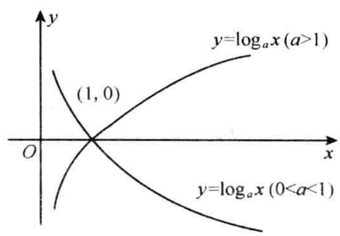

图 1-9

4. 对数函数

$y=\log_a x \quad (a>0$ 且 $a\neq 1)$，$x\in(0,\infty)$，$y\in(-\infty,+\infty)$.
特殊的 $y=\ln x$ 是以 e 为底的对数函数. 其图像如图 1-9 所示.

由图 1-9 可以看出，$y=\log_a x$ 的图像均过(1,0)点. 当 $a>1$ 时，是单调增加的；当 $0<a<1$ 时，是单调减少的.

5. 三角函数

正弦函数　$y=\sin x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$.
余弦函数　$y=\cos x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$.
正切函数　$y=\tan x$，$x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2}\quad(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，$y\in(-\infty,+\infty)$.
余切函数　$y=\cot x$，$x\neq n\pi\quad(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，$y\in(-\infty,+\infty)$.

其中 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的图像如图 1-10 和图 1-11 所示. 它们都是以 2π 为周期的周期函数，且是有界函数，$y=\sin x$ 是奇函数，$y=\cos x$ 是偶函数.

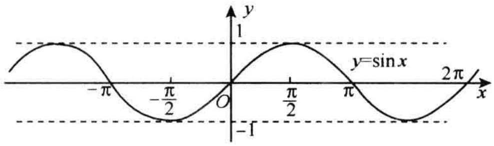

图 1-10

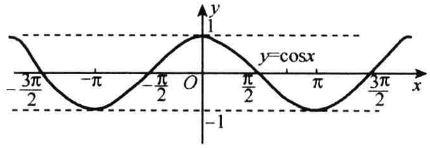

图 1-11

$y=\tan x, y=\cot x$ 的图像如图 1-12 和图 1-13 所示. 它们都是以 π 为周期的周期函数,且都是奇函数.

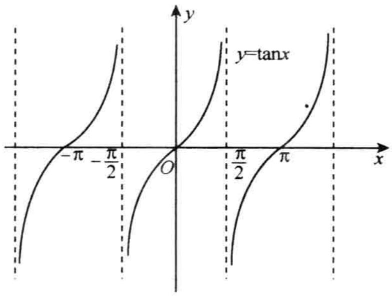

图 1-12

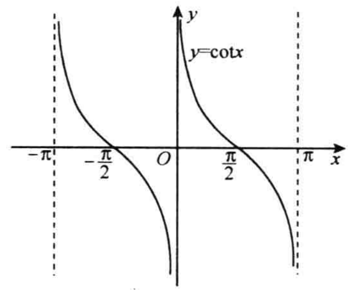

图 1-13

6. 反三角函数

反三角函数是三角函数的反函数,下面只给出如下四种.

反正弦函数 $y=\arcsin x, x\in[-1,1], y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$,其图像如图 1-14 所示.

反余弦函数 $y=\arccos x, x\in[-1,1], y\in[0,\pi]$,其图像如图 1-15 所示.

反正切函数 $y=\arctan x, x\in(-\infty,+\infty), y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,其图像如图1-16所示.

反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$,　$x\in(-\infty,+\infty)$,　$y\in(0,\pi)$,其图像如图 1-17 所示.

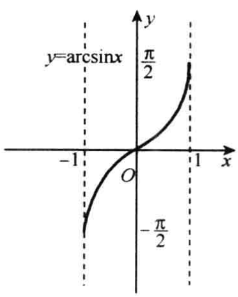

图 1-14

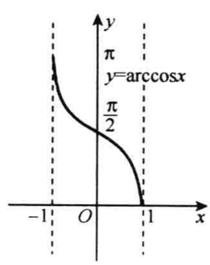

图 1-15