翟连林　主编

中小学数学双基导学与自测丛书

高中数学总复习

上　册

中央民族学院出版社

中小学数学双基导学与自测丛书

高中数学总复习

上册

主　编　翟连林

副主编　叶龄逸　王乾岭　史新房　谢立竿

中央民族学院出版社

(京)新登字 184 号

内 容 简 介

本书根据高中毕业数学会考的要求和“全国高考数学科说明”,由全国十几个省市的高级教师和特级教师总结多年指导高考总复习经验编写而成。全书把高中数学内容划分成100 课。每课包括知识要点、基本题型、典型综合题和练习题四部分。既注重解题方法和技巧的总结归纳,又注意各部分知识和方法的综合运用,以提高读者的应试能力。

本书供自学青年和高中三年级学生阅读。

高中数学总复习
上 册
主 编 翟连林
副 主 编 叶龄逸 王乾岭
史新房 谢立竿

中央民族学院出版社出版
(北京市海淀区白石桥路 27 号)
邮政编码:100081
全国各地新华书店经销
北京通县建新印刷厂印刷
787×1092 毫米 32 开本 18.5 印张 524 千字
1993 年10月第 1 版 1993 年10月第 1 次印刷
印数 1—10,000 册
ISBN 7-81001-442-0/G · 184

定价:9.50 元

《中小学数学双基导学与自测丛书》

编辑委员会

主　任　翟连林
副主任　叶龄逸　王乾岭
编　委　（以姓氏笔划为序）
王　勇　申时阳　刘盛锡　吕则周　陈士杰
陈久华　杨　勇　况仲嘉　周兴炼　林福堂
岳明义　赵光礼　项昭义　郝保国　顾松涛
施英杰　张启华　唐　杰　鹿世钦　梁瑞兴

前　言

为了贯彻国家教委颁发的九年义务教育全日制小学、初中数学教学大纲和现行高中数学教学大纲，切实把中小学数学教学引向围绕提高民族素质，培养有理想、有道德、有文化、有纪律的“四有”人才的轨道上来，由中国管理科学研究院能力研究所编辑部组织全国十几个省市的特级教师、高级教师、青年骨干教师和教学研究人员，总结多年教学经验，吸收国内外教学科研成果，编写了“中小学数学双基教学丛书”。这套丛书由著名数学普及读物作家翟连林副教授担任编委会主任。

这套丛书紧扣各级学校数学教学大纲和“招生考试要求”，重点放在帮助青少年学好基础知识，掌握基本技能（基础知识和基本技能简称“双基”）。在双基同步教学的各册中，按教材的章节顺序编写，知识不超前，难度与灵活性稍低，适合初学者的特点，有利于大面积提高数学教学质量。在总复习教学与试题分类精编的各册中，按专题或课时划分，既注重数学思想方法的归纳和总结，又强调了灵活与综合应用，适应考试要求，提高应试能力。

这套丛书共 21 册，其中：

小学 8 册：《小学数学双基导学与自测》1～6 册，《小学数学总复习》，《小学升学数学试题分类精编》。

初中 6 册：《初中数学双基导学与自测》1～3 册，《初中数学总复习》（上、下册），《初中升学数学试题分类精编》。

高中 7 册：《高中代数双基导学与自测》（上、下册），《立体几何双基导学与自测》，《平面解析几何双基导学与自测》，《高中数学总复习》（上、下册），《高考数学试题分类精编》。

由于我们的水平有限，书中缺点、错误在所难免，欢迎读者批评、指正。

中国管理科学研究院
能力研究所编辑部
1993.4，于北京

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

第1课 实 数

一、知识要点

1. 实数数系表：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\left.\begin{array}{l}\text{正有理数}\\ \text{零}\\ \text{负有理数}\end{array}\right\}\right.\begin{array}{l}\text{循环小数（包括整数、}\\ \text{有限小数、循环节不}\\ \text{为零的循环小数）}\end{array}\\ \text{无理数}\left\{\left.\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}\right.\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

说明：

(1)如果把整数看作分母为1的分数，有理数集实际上就是分数集，区别有理数和无理数就看它能否写成分数$\frac{m}{n}$($n\in N, m\in Z, |m|$与n互质)形式.

(2)实数和数轴上的点一一对应，注意画数轴的三要素.

(3)任意两个实数都可以比较大小，常用的比较大小的方法有：差值比较法，商值比较法，利用函数单调性比较法. 有时还可以利用函数图象.

2. 实数的绝对值：

$$|a|=\begin{cases}a & (\text{当 } a>0 \text{ 时})\\ 0 & (\text{当 } a=0 \text{ 时})\\ -a & (\text{当 } a<0 \text{ 时})\end{cases}$$

说明：

(1)$|a|$的几何意义是实数a在数轴上对应的点到原点的距离.

(2)在方程、不等式、函数式中出现绝对值符号，一般情况下，总要按绝对值定义去掉绝对值的符号以后，绝对值符号内的数才能参与运算，达到化简的目的.

3. 值得注意的一些数的性质：

(1)数“0”的性质；

(2)非负数 a^2，$|a|$，$a^{2n}(n\in N)$，$\sqrt{a}$ 的性质；

(3)能被 2、3、4、5、6、9、11 整除的整数的特征.

二、基本题型

例 1 选择题：

(1)如果 n 是正整数，那么 $\frac{1}{8}[1-(-1)^n](n^2-1)$ 的值是( ).

(A)一定是零　　(B)一定是偶数

(C)是整数但不一定是偶数　　(D)不一定是整数

(2)a 为实数，则下列说法正确的是( ).

(A)$3a>2a$　(B)$a^3>a^2$　(C)$3^a>2^a$　(D)$3-a>2-a$

(3)若 x 为实数，则 $(1-|x|)(1+x)$ 为正数的充要条件是( ).

(A)$|x|<1$　(B)$x<1$　(C)$|x|>1$　(D)$x<1$ 且 $x\neq-1$

【分析】 (1)当 n 为偶数时，原式 $=0$；当 n 为奇数时，记 $n=2k-1$ $(k\in N)$，原式 $=\frac{1}{8}\times2\times[(2k-1)^2-1]=k(k-1)$ 也为偶数，故选 B.

(2)因为 a 为实数，可正可负，所以(A)、(B)、(C)都不正确，只有(D)是正确的，故选 D.

(3)根据绝对值的定义，当 $x\geqslant0$ 时，$(1-x)(1+x)>0$，$0\leqslant x<1$；当 $x<0$ 时，$(1+x)^2>0$，$x\neq-1$，故选 D.

例 2 填空题：

(1)已知 $-1\leqslant a\leqslant0$，化简 $|-\sqrt{a+1}-1|+|\sqrt{a+1}-1|=$ ________.

(2)若 $\sqrt{1-3a}$ 和 $|8b-3|$ 是互为相反数，则 $\log_2(ab)=$ ________.

(3)比较下列两数的大小：$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$ ____ $-\frac{1}{5\sqrt{2}}$；$\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{8}$ ____ $\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{9}$；$a>b>0$，$a^ab^b$ ____ a^bb^a.

【分析】 (1)$\because -1\leqslant a\leqslant0$，$\sqrt{a+1}+1\geqslant1$，$\sqrt{a+1}-1\leqslant0$，

$\therefore$原式 $=2$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(2)$\because$两个非负数是互为相反数，则 $\sqrt{1-3a}=0, a=\frac{1}{3}$；

由 $|8b-3|=0, \therefore b=\frac{3}{8}$，故原式 $=-3$.

(3)$\because 4\sqrt{3}=\sqrt{48}, 5\sqrt{2}=\sqrt{50}, \therefore -\frac{1}{4\sqrt{3}}<-\frac{1}{5\sqrt{2}}$；

又$\because y=\log_{\frac{1}{7}}x$ 是减函数，$\therefore \log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{8}<\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{9}$.

$\because a>b>0, \frac{a^ab^b}{a^bb^a}=\left(\frac{a}{b}\right)^{a-b}>1$，故 $a^ab^b>a^bb^a$.

例 3 证明 lg2 不是有理数.

【证明】 假设 lg2 是有理数，则 $\lg 2=\frac{m}{n}$(n、$m\in N$，n、m 互质).

$\because 0<\lg 2<1$，$0<m<n$，$\therefore 10^{\frac{m}{n}}=2>0$，即 $10^m=2^n$，

而 $2^m>0$，$\therefore 5^m=2^{n-m}$，

又$\because m, n-m$ 都为正整数，$\therefore 5^m$ 是奇数，2^{n-m}是偶数. 而奇数不可能等于偶数，$\therefore$原假设不成立，故 lg2 不是有理数.

例 4 在实数范围内解方程和不等式：

(1)$(x-4)|3-2x|+|-2-x|=2$.

【解】 $|x+2|+(x-4)|2x-3|=2$.

(i)当 $x<-2$ 时，$-x-2+(x-4)(3-2x)=2$，

即 $x^2-5x+8=0$，$\therefore$无实数根；

(ii)当 $-2\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$ 时，$x+2+(x-4)(3-2x)=2$，

即 $x^2-6x+6=0$，$\therefore x_1=3+\sqrt{3}$(舍去)，$x_2=3-\sqrt{3}$；

(iii)当 $x>\frac{3}{2}$ 时，$x+2+(x-4)(2x-3)=2$，

即 $x^2-5x+6=0$，$\therefore x_3=2, x_4=3$；

故原方程的解为 $x_1=3-\sqrt{3}, x_2=2, x_3=3$.

(2)$|x+7|+|8-3x|>13$.

【解】 $|x+7|+|3x-8|>13$.

(i)当 $x<-7$ 时，$-x-7+8-3x>13$，$\therefore x<-7$；

(ii)当 $-7\leqslant x\leqslant\frac{8}{3}$ 时，$x+7+8-3x>13$，$\therefore -7\leqslant x<1$；

(iii)当 $x>\frac{8}{3}$ 时，$x+7+3x-8>13$，$\therefore x>\frac{7}{2}$.

故原不等式的解为 $x<1$ 或 $x>\frac{7}{2}$.

例 5 比较 m 与 m^3 的大小.

【解】 $m-m^3=m(1-m^2)=m(1-m)(1+m)$
$=-m(m+1)(m-1)$.

(i)当 $m<-1$ 或 $0<m<1$ 时，$m>m^3$；

(ii)当 $-1<m<0$ 或 $m>1$ 时，$m<m^3$；

(iii)当 $m=0$ 或 $m=1$ 或 $m=-1$ 时，$m=m^3$.

三、综合例题

例 6 已知 $|\lg\sin\alpha-\lg\cos\alpha|+\lg\sin\alpha-\lg\cos\alpha=0$，求角 α 的范围.

【解】 $|\lg\sin\alpha-\lg\cos\alpha|=\lg\cos\alpha-\lg\sin\alpha$，

当且仅当 $\lg\cos\alpha-\lg\sin\alpha\geqslant0$ 时上式恒成立，$\therefore\lg\cos\alpha\geqslant\lg\sin\alpha$，

即 $\begin{cases}\cos\alpha\geqslant\sin\alpha,\\ \cos\alpha>0,\\ \sin\alpha>0.\end{cases}$ 故 $2k\pi<\alpha\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in Z)$.

例 7 已知 a、b、c、$d\in R$，且 a、b、c 均不为零，如果 $(a^2+b^2)d^2-2b(a+c)d+b^2+c^2=0$，求证：$a$、$b$、$c$ 成等比数列，且 d 为公比.

【证明】 由 $a^2d^2+b^2d^2-2abd-2cbd+b^2+c^2=0$ 化成 $(ad-b)^2+(bd-c)^2=0$

$\therefore\begin{cases}ad-b=0.\\ bd-c=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}d=\frac{b}{a},\\ d=\frac{c}{b}.\end{cases}$

$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{c}{b}=d$，故 a、b、c 是以 d 为公比的等比数列.

练 习 题

1. 选择题：

(1)若 $x>0$，则正确关系为(　　).

(A)$\lg(1+x)=\frac{x}{1+x}$　(B)$\lg(1+x)<\frac{x}{1+x}$

(C)$\lg(1+x)>x$　　(D)$\lg(1+x)<x$

(2)若 a、b、c 满足 $|a|+a=0$，$|ab|=ab$，$|c|-c=0$，则代数式 $\sqrt{b^2}-|a+b|-\sqrt{(c-b)^2}+|a-c|$ 的值等于(　　).

(A)$2c-b$　(B)$2b-2a$　(C)$-b$　(D)b

(3)$(a-1)\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$ 化简，则原式等于(　　).

(A)$\sqrt{1-a}$　(B)$-\sqrt{1-a}$　(C)$\sqrt{a-1}$　(D)$-\sqrt{a-1}$

2. 填空题：

(1)比较下列两数的大小：$\sqrt{3}+\sqrt{7}$ ____ $2+\sqrt{6}$；$a>b>1$ 时，$\log_a b$ ____ $\log_b a$；$|\cos68°+i\sin68°|$ ____ $|\cos22°+i\sin22°|$.

(2)计算：$0.1\dot{2}\times0.\dot{1}\dot{2}\div\sqrt{0.\dot{4}}+(0.\dot{3}\dot{6}-0.\dot{2}\dot{4})=$ ____________.

(3)用不等号连接下列各数：

$\frac{1}{4}$，$\log_8\sqrt{3}$，$\log_9\frac{3}{2}$，$\log_2 13$.　答____________.

3. 证明 $\sqrt{2}$ 不是有理数.

4. 作出函数 $y=\frac{-x^2+4x}{|x-2|-2}$ 的图象.

5. 在 1 至 1000 之间除以 11 余 5 的自然数有几个？其和是多少？

6. 求证两连续整数的平方差是奇数.

7. 已知 a、b、$c\in R$，且 $a+b+c=0$，$abc=1$. 求证：a、b、c 中必有一个大于 $\frac{3}{2}$.

(上海市金山县中学　张敏华)

答案或提示

1. (1)D　(2)D　(3)B

2. (1)$<$，$<$，$=$　(2)$\frac{71}{495}$　(3)$\log_9\frac{3}{2}<\frac{1}{4}<\log_8\sqrt{3}<\log_2 13$.

3. 略.　**4.** 略.　**5.** 90 个,45495.　**6.** 略.　**7.** 利用 Δ 法.

第 2 课　复数的基本概念

一、知识要点

1. 复数分类:

(1) $复数(a+bi,a、b\in R)\begin{cases}实数(b=0)\\ 虚数(b\neq 0)\begin{cases}纯虚数(b\neq 0,a=0)\\ 非纯虚数(b\neq 0,a\neq 0)\end{cases}\end{cases}$

(2)集合符号:复数集 C;实数集 R,虚数集 I. $R\cup I=C$, $R\cap I=\varnothing$, $I\subset C$, $R\subset C$.

2. 虚数单位 i:

(1)定义:$i^2=-1$. (2)性质 1:i 可以和实数一起进行四则运算,运算时实数的加、乘运算律仍然成立.

性质 2:$i^{4n}=1$, $i^{4n+1}=i$, $i^{4n+2}=-1$, $i^{4n+3}=-i(n\in Z)$.

3. 复数的四种表示形式:

$$\begin{tikzcd}
z=a+bi(\text{代数形式}) \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & Z(a,b)(\text{坐标形式}) \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] \\
z=r(\cos\theta+i\sin\theta)(\text{三角形式}) \arrow[r, leftrightarrow] & \overrightarrow{OZ}(\text{向量形式})
\end{tikzcd}$$

说明:(1)复数的四种形式可以互相转化,当三角式中 θ 为辐角主值,向量式的向量起点在原点时,这四种形式是一一对应的.

(2)在复数 $a+bi$ 中,a、b 分别叫做实部与虚部.

(3)向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的长度叫做复数 $a+bi$ 的模(或绝对值),记作 $|a+bi|$ 或 $|\overrightarrow{OZ}|$, $|a+bi|=r=\sqrt{a^2+b^2}=|\overrightarrow{OZ}|$.

(4) x 轴的正方向沿逆时针方向到 $\overrightarrow{OZ}$ 的角 θ 称为复数 $a+bi$ 的一个辐角,不等于零的复数的辐角有无限多个,它们为 $2k\pi+\theta(k\in Z)$,当 $0\leqslant\theta<2\pi$ 时,叫辐角主值,零向量的辐角是任意的.

4.复数的性质：

(1)两个复数，如果不全是实数，它们不能比较大小.

(2)两个复数相等的充要条件：

$$a+bi=c+di\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}$$

5.共轭复数：

(1)定义：$z=a+bi$ 和 $\bar{z}=a-bi$ 互为共轭复数.

(2)性质：(i)复平面内两个互为共轭复数所对应的点关于x轴对称；(ii) $|z|=|\bar{z}|$，$z+\bar{z}=2a$(实数)，$z\cdot\bar{z}=|z|^2=|\bar{z}|^2=|a^2+b^2|$；(iii) $\overline{z_1\pm z_2}=\overline{z_1}\pm\overline{z_2}$，$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$，$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$；(iv) z 为实数的充要条件为 $z=\bar{z}$.

二、基本题型

例 1 选择题：

(1)若 a、b 均为复数，以下结论正确的是(　).

(A)若 $|a|=|b|$，则 $a=\pm b$　(B) $\sqrt{|a|^2}=|a|$

(C) $|a-b|^2=(a-b)^2$　(D)以上都不对

(2) $z=(2k^2-5k+2)+(3k^2-k-2)i(k\in R)$ 的辐角主值为 $\frac{3\pi}{2}$，那么 k 的值为(　).

(A) $\frac{1}{2}$ 或 2　(B) $\frac{1}{2}$　(C) -1 或 $-\frac{2}{3}$　(D) 2

(3)设 z_1、z_2 都是复数，则 $z_1=\overline{z_2}$ 的一个必要但不充分条件是(　).

(A) $|z_1-\overline{z_2}|=0$　(B) $\overline{z_1}=z_2$　(C) $z_1=z_2$　(D) $|z_1|=|z_2|$

【分析】 (1)模相等的复数有无数多个，不一定 $a=\pm b$；两个复数的差的模必定是实数，而它们的平方不一定是实数. $|a|$ 是实数，所以实数的算术根定义成立，即 $\sqrt{|a|^2}=|a|$，故选 B.

(2) z 的辐角主值为 $\frac{3\pi}{2}$，即 $\begin{cases}2k^2-5k+2=0\\3k^2-k-2<0\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{1}{2},k=2\\-\frac{2}{3}<k<1\end{cases}$ 故选 B.

(3)两共轭复数的模必相等，但模相等的两复数不一定共轭，选 D.

例 2 填空题：

(1)$\left(i-\frac{1}{i}\right)^{6}$ 的虚部是____，实部是____.

(2)$-3+4i$ 的辐角主值为________，模 r 为________.

(3)$i^{29}+i^{30}+i^{31}+\cdots+i^{250}=$________.

(4)$i^{29}\cdot i^{30}\cdot i^{31}\cdots i^{250}=$________.

【分析】

(1)$\left(i-\frac{1}{i}\right)^{6}=(2i)^{6}$，实部为 -64，虚部为 0.

(2)$\because a=-3,b=4,\mathrm{tg}\theta=-\frac{4}{3}$，复数对应的点在第二象限，

$\therefore \theta=\pi-\mathrm{arctg}\,\frac{4}{3}.\ r=5.$

(3)运用 i 幂的性质 $i^{4n}+i^{4n+1}+i^{4n+2}+i^{4n+3}=0$，解得原式 $=-1+i$.

(4)运用幂的运算法则，得原式 $=i$.

例 3 (1)$m(m\in R)$取什么值时，复数$(m^2-3m-4)+(m^2-5m-6)i$ 是实数，纯虚数，零？

(2)当实数 k 取什么数值时，复数 $-3+k^2-(k^2-2)i$ 所对应的点在第三象限？

【解】(1)当 $m^2-5m-6=0$，即 $m=-1$ 或 $m=6$ 时，复数为实数；

由$\begin{cases}m^2-3m-4=0\\ m^2-5m-6\neq 0\end{cases}$解得$\begin{cases}m=-1 \text{ 或 } m=4\\ m\neq -1 \text{ 或 } m\neq 6\end{cases}$

即 $m=4$ 时复数为纯虚数；$m=-1$ 时复数为零.

(2)$\begin{cases}-3+k^2<0\\ -(k^2-2)<0\end{cases}$解得$\begin{cases}-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}\\ k>\sqrt{2} \text{ 或 } k<-\sqrt{2}\end{cases}$

$\therefore k\in(-\sqrt{3},-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},\sqrt{3})$时，复数对应的点在第三象限.

例 4 若 $x+y-30-xyi$ 和 $60i-|x+yi|$ 是共轭复数，求实数 x,y.

【解】 $\begin{cases}x+y-30=-\sqrt{x^2+y^2}\\ xy=60\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=12\\ y=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=5\\ y=12\end{cases}$

例 5 不论 n 是什么自然数，证明：$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{n}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ 是实数.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com