中等专业学校教材

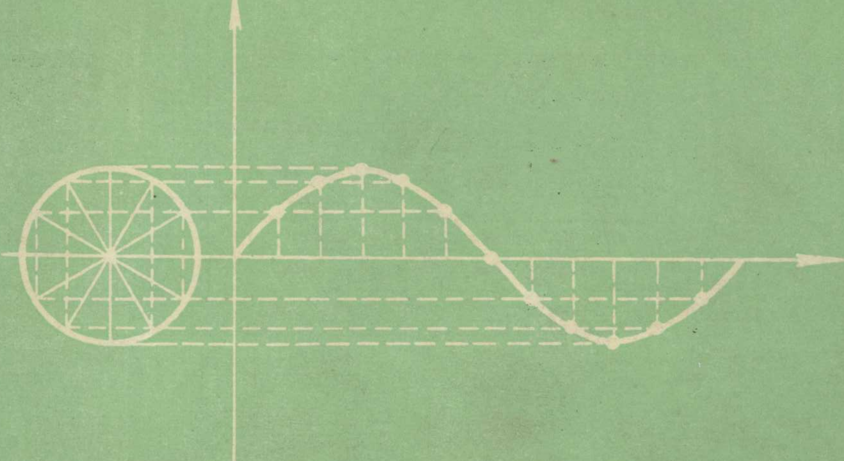
工科专业通用

数学

第一册

工科中专数学教材编写组编

上海市中专数学教材编写组修订



高等教育出版社

中等专业学校教材

工科专业通用

数　学

第一册

工科中专数学教材编写组编

上海市中专数学教材编写组修订

高等教育出版社

本书是受教育部委托，由上海市教育局中专处组织的上海市中专数学教材编写组在教育部组织的工科中专数学教材编写组编的《数学》第一册（工科专业通用）(1979年12月第一版）的基础上，根据1983年修订的《中专数学教学大纲》的要求修订而成的。

全书共分四册。第一册内容包括代数、三角、复数及排列、组合。

本书供招收初中毕业生的中等专业学校工科各专业使用。

中等专业学校教材

工科专业通用

数　学

第一册

工科中专数学教材编写组编

上海市中专数学教材编写组修订

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32　印张 10.625　字数 220,000

1979年12月第1版

1985年4月第2版　1991年2月第14次印刷

印数 1,525,501—1,715,500

ISBN 7-04-001708-3/O·572

定价　2.25 元

修订者的话

本教材是根据1983年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求，在1979年工科中专数学教材编写组编中等专业学校试用教材《数学》的基础上修订而成的.

修订后的教材仍分四册出版.第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何；第三册内容包括微积分、常微分方程；第四册内容包括级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等. 在修订过程中，根据各地有关中等专业学校所提意见，注意了与全日制初中数学教材的衔接，加强了数学基础知识的系统性和科学性，考虑了大多数工科专业对数学的要求，从而在内容上作了适当的增删，系统上作了一些调整，文字叙述上作了不少修改，并充实了例题和习题.

本教材是受教育部委托，由上海市教育局组织的工科中专数学教材编写组集体修订的. 参加修订的有上海机械专科学校任必、上海市纺织专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市第二仪表电子工业学校巢溢谦等同志. 这次修订，第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责，第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责，全书由任必、秦柏前统稿.

本教材由余元希(第一、二册)、王嘉善和曹敏谦(第三册

和第四册级数、拉氏变换部分)、蔡溥(第四册行列式、矩阵与线性方程组、概率、数理统计部分)四位副教授主审.

本教材在修订过程中,曾得到全国大多数省、市、自治区和有关部、委教育部门、部分中专学校的教师的大力支持和帮助,对教材修订提出了许多宝贵意见,在此一并致谢.

本教材可供招收初中毕业生工科各专业选用. 第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用.

本书修订后难免有缺点和错误,殷切希望使用本教材的学校和老师批评指正.

上海市中专数学教材编写组

一九八四年八月

编者的话

本教材是根据一九七九年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲(试行草案)》编写的.

本教材共分四册.第一册、第二册包括代数、三角、立体几何与解析几何;第三册包括微积分与微分方程;第四册包括概率、行列式、矩阵、级数与逻辑代数等内容. 在编写过程中,力求适应四个现代化发展的要求和加强基础知识的需要,并注意了与全日制十年制初中数学教材的衔接. 本教材可供招收初中毕业生工科各专业试用,第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用.带*号的内容可供选学.附录供学生自学.

本教材是由教育部组织的工科中专数学教材编写组集体编写的. 参加初稿分章编写的有上海机器制造学校任必(第一、二册主编)、上海科技大学分部周桐孙(第一、二册主编)、天津纺织工业学校鲍年增、西北建筑工程学院肖同善、鞍山钢铁工业学校张景华(第三、四册主编)、沈阳黄金专科学校郑宏业(第三册主编)、北京机械学校朱铱道(第四册主编)、北京建筑工程学院范尚志、济南交通学校白孝温、西安航空工业学校卜文兰、成都水力发电学校聂际銮、长征航空工业学校谢迪恭等同志. 根据各地所提意见,有些章节由主编作了较大修改.最后经北京师范大学钟善基同志审阅.

在编写过程中,曾得到有关单位的大力支持和帮助.在征求意见的过程中,全国大多数省、市和有关部、委教育部门、部

分中专和大专院校的教师，人民教育出版社有关编辑，以及华东师范大学余元希同志、南京工学院数学教研组提出了许多宝贵意见，在此一并致谢.

由于编者的水平所限，加以编写时间仓促，教材中难免有缺点和错误，恳切期望大家批评指正，以便今后进一步修改提高。

工科中专数学教材编写组

一九七九年十一月

目　　录

第一章　集合与函数

集合论是现代数学中的一个重要分支，它的基本知识已被运用于数学的各个领域．函数是数学中的一个极其重要的概念，是学习高等数学、应用数学和其它科学技术必不可少的基础．本章将先介绍关于集合的一些重要概念、常用符号和简单运算，然后阐述函数的概念和有关的一些基本知识．

§1-1　集合的概念

一　集合的意义

在人们的日常生活里，往往把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究．例如：

(1) 某校一年级的全体学生；

(2) 某图书馆的全部藏书；

(3) 某工厂金工车间的所有机床．

这里所用的“全体”、“全部”和“所有”都是指具有某种特定性质的对象的总体．

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做**集合**，简称**集**．把组成某一集合的各个对象叫做这个集合的**元素**．

例如，上面例子中的(1)是由这个学校一年级全体学生组成的集合，一年级的每一个学生都是这个集合的元素；(2)是由这个图书馆的全部藏书组成的集合，图书馆的每一本书都是这个集合的元素；(3)是由这个金工车间的所有机床组成的

集合，车间中的每一台机床都是这个集合的元素。

下面再举几个集合的例子.

(4) 所有自然数组成一个集合，自然数 1, 2, 3, …都是这个集合的元素.

(5) 方程 $x^2-1=0$ 的所有实数根组成一个集合. 因为这个方程只有两个实数根 1 与 -1，所以这个集合有两个元素 1 与 -1.

(6) 不等式 $x^2-5x+6>0$ 的所有解组成一个集合. 因为不等式的解为 $x>3$ 或 $x<2$，所以凡是大于 3 或小于 2 的所有实数都是这个集合的元素. 显然，这个集合有无限多个元素.

(7) 抛物线 $y=x^2$ 上所有的点 $P(x, y)$ 组成一个集合. 因为曲线上的点的坐标 x 和 y 都满足 $y=x^2$，所以点 $P_1(0, 0)$，$P_2(1, 1)$，$P_3(-1, 1)$… 等都是这个集合的元素. 显然，这个集合有无限多个元素.

(8) 所有大小不同的等边三角形组成一个集合，边长为任意正实数的每一个等边三角形都是这个集合的元素. 显然，这个集合有无限多个元素.

习惯上，我们用大写字母 A, B, C, … 等表示集合，而用小写字母 a, b, c, … 等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记为"$a\in A$"，读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就记为"$a\notin A$"或"$a\overline{\in} A$"，读作"a 不属于 A".

例如，在上面的例(4)中，设 N 为自然数所组成的集合，则 $1\in N$, $100\in N$, $-2\notin N$, $0\notin N$.

由数组成的集合叫做数集. 我们已经学过的数组成的集

合有自然数集、整数集、有理数集和实数集。它们通常用下表所示的记号来表示：

数集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	N	Z	Q	R

如果数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以"+"号；如果数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以"−"号。例如，正整数集用 Z^+ 表示，负实数集用 R^- 表示。

一个"给定集合"的含义是指这个集合中的元素是确定的，就是说，根据集合的元素所具有的特定性质可以判断出哪些对象是集合的元素，哪些不是它的元素，不能模棱两可。例如，对于自然数集 N，根据自然数的特定性质可以判断出：$2\in N$，而 $\sqrt{2}\notin N$，$\frac{1}{2}\notin N$。又如，对于正整数集 Z^+，根据正整数的特定性质可以判断出：$2\in Z^+$，而 $0\notin Z^+$，$-3\notin Z^+$。

如果集合所包含的元素为有限个，这样的集合叫做有限集合。如果集合所包含的元素为无限多个，这样的集合叫做无限集合。

例如，上面的例子中，(1)，(2)，(3)，(5)为有限集合，而(4)，(6)，(7)，(8)为无限集合。

本书所讨论的数集，如无特殊说明，都是指由实数组成的集合。

二　集合的表示法

1．列举法　就是把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号{ }内，每个元素仅写一次，不考虑顺序。

例如：所有小于5的自然数组成的集合可以表示为$\{1,2,3,4\}$或$\{4,3,1,2\}$等．但不能表示为$\{1,2,1,3,4,3\}$等．

当集合的元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可只写出几个元素，其它的用省略号表示．例如，小于100的自然数集可表示为$\{1,2,3,\cdots,99\}$；正偶数集合可表示为$\{2,4,6,\cdots,2n,\cdots\}$．

2．描述法 就是把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在花括号$\{\ \}$内．例如：

(1) 某图书馆的全部藏书所组成的集合可表示为

$$\{某图书馆的全部藏书\}.$$

(2) 不等式$x^2-5x+6>0$所有解的集合可表示为

$$\{x|x^2-5x+6>0\} \quad 或 \quad \{x: x^2-5x+6>0\}.$$

括号内"|"或":"的左方表示集合所包含元素的一般形式，右方表示集合中元素所具有的特定性质．

(3) 抛物线$y=x^2$上所有的点(x,y)组成的集合可表示为

$$\{(x,y)|y=x^2\} \quad 或 \quad \{(x,y): y=x^2\}.$$

以上所述列举法和描述法是集合的两种不同表示法，实际运用时究竟选用哪种表示法，要看具体问题而定．有些集合两种表示法都可选用．例如，集合$\{x|x^2-4<0, x\in Z\}$是由满足不等式$x^2-4<0$，且属于整数的所有解组成的集合．解此不等式，得$-2<x<2$，在此范围内的所有整数为$-1,0,1$．所以这个集合又可表示为

$$\{-1,0,1\}.$$

由点组成的集合叫做点集．因为实数与数轴上的点是一

一对应的，有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的，所以我们可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集，用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合。

例1 集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$ 是一个数集，它可以用数轴上满足条件 $0\leqslant x\leqslant 2$ 的所有的点所组成的点集来表示. 由图1-1容易看出，这个点集包含了线段 MN 上所有的点（包括两个端点）.

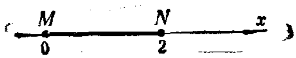


图 1-1

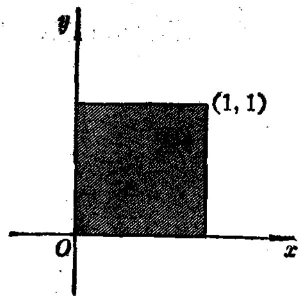


图 1-2

例2 集合 $\{(x, y)|0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1\}$ 是有序实数对所组成的集合，它可以用直角坐标平面内同时满足条件 $0\leqslant x\leqslant 1$ 及 $0\leqslant y\leqslant 1$ 的所有的点所组成的点集来表示. 由图1-2容易看出，这个点集包含了边长为1的正方形内部和边界上的所有的点.

例3 集合 $\{(x, y)|x^2+y^2\leqslant 1, x>0\}$ 是有序实数对所组成的集合，它可以用直角坐标平面内同时满足条件 $x^2+y^2\leqslant 1$ 和 $x>0$ 的所有的点所组成的点集来表示. 由于满足条件 $x^2+y^2\leqslant 1$ 的所有点 (x, y) 在以原点为圆心，1为半径的圆

的内部及其边界上，如图 1-3(1) 中的阴影部分；满足条件 $x>0$ 的所有点(x, y)在不包括 y 轴在内的右半个平面内，如图 1-3(2) 中的阴影部分．所以这个点集包含了右半个圆的内部及其边界，但不包含线段 MN 在内的所有的点，如图 1-3(3) 中的阴影部分．

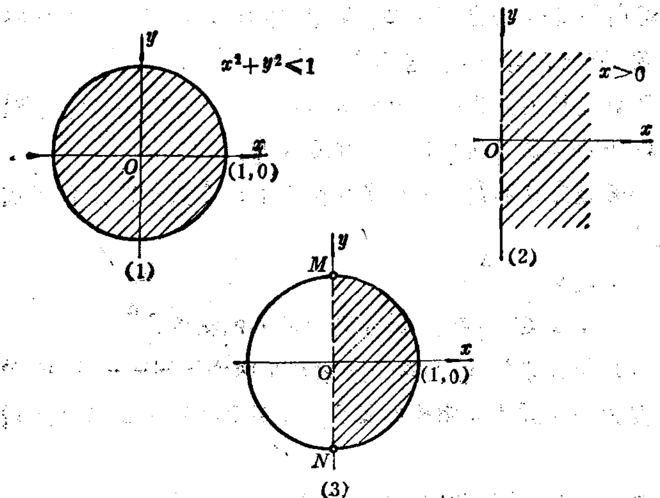


图 1-3

满足方程(组)或不等式的所有解组成的集合叫做方程(组)或不等式的解集．例如，方程 $4x^2-9=0$ 的解集为 $\left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$；方程组 $\begin{cases}4x^2-y^2=15\\x-2y=0\end{cases}$ 的解集为 $\{(2, 1), (-2, -1)\}$；不等式 $x^2-3x+2<0$ 的解集为 $\{x \mid 1<x<2\}$．

三　单元素集与空集

前面讨论的集合，所含元素的个数至少有两个，但有时还

会遇到下面的情形. 例如,方程 $x+1=0$ 只有一个解 $x=-1$, 所以方程的解集中只含有一个元素, 即 $\{-1\}$; 方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内没有解, 即方程的解集中不含有任何元素. 为讨论方便起见,给出下面的单元素集与空集的概念.

只含有一个元素的集合叫做**单元素集**. 例如,方程 $x+1=0$ 的解集 $\{-1\}$ 就是单元素集; 又如, 集合 $\{x|x+1=1\}$ 也是单元素集,它只含有一个元素"0".

不含有任何元素的集合叫做**空集**,记为 $\varnothing$. 例如,方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内的解集就是空集.

为叙述方便起见, 我们把至少含有一个元素的集合叫做**非空集**.

应该注意:

(1) 空集 $\varnothing$ 与集合 $\{0\}$ 是两个不同的概念.

(2) 单元素集 $\{a\}$ 与单个元素 a 是两个不同的概念. 前者指的是由一个元素 a 组成的集合, 而后者指的就是这个元素 a.

四　子集、真子集、集合的相等

1. 子集　对于两个集合 A 和 B, 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则集合 A 叫做集合 B 的**子集**, 记为

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A.$$

读作"A 包含于 B"或"B 包含 A".

例如, $\{1, 2, 3\}$ 中的任何一个元素都是 $\{1, 2, 3, 4\}$ 中的元素,因此 $\{1, 2, 3\}$ 是 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的子集,可记为

$$\{1, 2, 3\}\subseteq\{1, 2, 3, 4\}$$

或 $\{1, 2, 3, 4\}\supseteq\{1, 2, 3\}$.

对于一个非空集合 B，因为它的任何一个元素都是集合 B 的元素，所以

$$B\subseteq B.$$

也就是说，任何一个集合是它本身的子集。

由于空集是不含任何元素的集合，所以空集可以看成是任何集合 B 的子集，即

$$\varnothing\subseteq B.$$

2. 真子集 如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记为

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A.$$

例如，$\{1, 2, 3\}$不但是$\{1, 2, 3, 4\}$的子集，而且还是它的真子集，可记为

$$\{1, 2, 3\}\subset\{1, 2, 3, 4\}.$$

又如，自然数集 N 是整数集 Z 的真子集；有理数集 Q 是实数集 R 的真子集。它们可分别记为

$$N\subset Z;\quad Q\subset R.$$

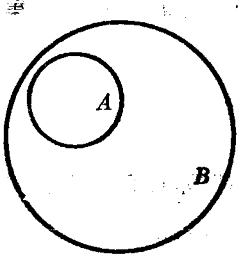


图 1-4

根据真子集的定义，还可知道空集是任何非空集合的真子集。

为了形象地说明集合之间的包含关系，通常用圆（或任何封闭曲线围成的图形）表示集合，而用圆中的点表示该集合的元素。这样的图形称为文氏(Venn)图。图 1-4 表示 A 是 B 的真