

信号、系统和变换

(原书第4版)



Signals, Systems, and Transforms

(Fourth Edition)

Charles L. Phillips

(美) John M. Parr 著

Eve A. Riskin

陈从颜 等译

SIGNALS, SYSTEMS, AND TRANSFORMS

FOURTH EDITION

Charles L. Phillips | John M. Parr | Eve A. Riskin



电子与电气工程丛书

TN911.6/84=2

2009

信号、系统和变换

(原书第4版)

Signals, Systems, and Transforms

(Fourth Edition)

Charles L. Phillips
(美) John M. Parr 著
Eve A. Riskin

陈从颜 等译



机械工业出版社
China Machine Press

本书完整地阐述了信号、系统和变换的基本理论和基本方法。同时,本书系统介绍了信号与系统相关的数学基础知识,包括傅里叶变换、傅里叶级数、拉普拉斯变换、离散时间和离散傅里叶变换以及 z 变换等。另外,书中给出了大量的实例、习题以及 MATALAB 程序,以利于教学和实践。

本书适合作为电子信息科学与工程类专业本科生、研究生的教材及参考书,也可供相关技术人员参考。

Simplified Chinese edition copyright © 2009 by Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

Original English language title: *Singles, systems, and transforms, Fourth Edition* (ISBN 978-0-13-198923-8) by Charls L. Philips, John M. Parr, Eve A. Riskin, Copyright © 2008.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prencence Hall.

本书封面贴有 Pearson Education (培生教育出版集团) 激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号: 图字: 01-2008-1748

图书在版编目(CIP)数据

信号、系统和变换(原书第4版)/(美)菲尔普斯(Philips, C. L.)等著;陈从颜等译.
—北京:机械工业出版社,2009.4

(电子与电气工程丛书)

书名原文: Signals, Systems, and Transforms (Fourth Edition)

ISBN 978-7-111-26047-9

I. 信… II. ①菲…②陈… III. ①信号系统②变换—信号理论 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 003526 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:盛东亮

北京京北印刷有限公司印刷

2009 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 34.25 印张

标准书号: ISBN 978-7-111-26047-9

定价: 78.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线:(010) 68326294

译者序

“信号与系统”是电子信息类专业的重要基础课程。近 20 年来，这一学科的理论与实践研究不断发展，包括信号变换在内的分析方法不断更新，技术应用范围日益拓宽。国外教材的引入可以使读者深入了解该学科在国际上的最新发展和研究现状，并将对我国该学科的教学和科研起到积极推动作用。

本书编写思路清晰，主体明确，采用先连续后离散、先时域后变换域的结构体系。连续的内容与离散的内容相互独立，这样可以使得那些希望集中研究离散内容的教师或读者可以在学习连续内容之前先学习离散内容。连续时间内容还可与离散时间内容交叉进行。

本书充分体现时代气息，融合了本学科的最新研究方向和成果。本书配备了大量 MATLAB 程序，以培养学生的实践能力，将大量概念与真实的信号与系统联系起来；同时强调了验证的概念，采用不同的方法来核实结果。本书还提供了交互式网站，读者可以与作者交流、下载文件等。

本书在原书《Signals, Systems, and Transforms》第 3 版的中译文的基础上，根据原书第 4 版的变化重新定稿，修订了相关内容，并针对原译文的一些不妥措辞进行了更正。全书的修订工作由陈从颜完成。在修订过程中得到了东南大学费树岷教授、袁晓辉教授、余玲玲副教授、杨安康博士等人的建议和帮助，在此表示衷心感谢。

限于水平，翻译和修订中难免有错误和不妥之处，恳请读者指正。

2009 年 3 月

前 言

第4版保留了《信号、系统和变换》前几版中的基本结构和体系。增加了一些新的例子，且修订了部分例子以便更好地说明书中的重要概念。为了易于阅读和进一步叙述清晰，我们修订了整个教材各个章节的措词。我们特别修订了卷积和离散傅里叶变换的研究内容。在相应的章节中还添加了信号与系统分析领域内精选出来的部分先驱们的传记。

修订了各章后的习题，并且增添了大量的新题目。部分新题目举例说明了数字通信、滤波和控制理论中的实际概念。还对章后习题进行了组织，以提供大量的类似习题。在附录H中至少为每一组类似习题提供一个答案。这样做的意图是使学生通过马上获得关于新资料和概念的知识和能力而建立信心。更新了所有的MATLAB例子以保证对Student Version Release 14的兼容性。

网址为http://www.ee.washington.edu/class/SST_textbook/textbook.html的公司网站拥有采样实验室、第1~7章与第9~12章的讲稿和书中所列MATLAB文件以及附加的其他一些MATLAB文件。它还提供了一个链接，可链接到第二个网站，网址为<http://www.ee.washington.edu/class/235dl/>。该网站含有第1~7章的交互式讲义。在这里，学生和教授可找出讲义中所有例子的答案，以及包括连续时间信号、连续时间系统性质(包括大量时不变的例子)、卷积、采样和混叠在内的各种概念的动画演示。关于离散时间内容的其他例子将在开发出来后马上添加进去。

本书主要用作高年级工科学生的教科书和在职工程师的自学教材。本书假定读者已经掌握信号模型、系统模型和微分方程(例如在电路课程和数学课程中)的有关知识，并有一些在实验室处理实际系统的工作经验。

作者始终尽可能把信号和系统的模型与实际的信号和系统区分开。尽管只靠经验便可真正理解这种区别，但读者应该认识到真实系统和它们的模型之间在性能上通常有着很大的区别。

我们尽量将数学结果与读者所熟悉的真实系统(例如单摆)或者学生能够想像到的真实系统(例如电视的画中画)联系起来。第1章所给这些真实系统的描述从各种意义上来说都是不全面的。简单介绍这些系统只是用来阐述所提数学方法的实际应用。

一般来说，实际中的工程师必须采用某种方式验证他们的工作。为了介绍验证这个主题，我们采用了不同的方法来校验例子的结果。很多课后习题也需要验证结果。因此，学生会逐渐熟悉验证他们工作的方法。

MATLAB工具软件以两种方式融合到课本中。首先，在合适的例子中，提供用于验证计算结果的MATLAB程序。因而，要求学生在适宜的习题中利用MATLAB验证计算结果。这种验证并不困难，因为可以应用与习题类似的例子的MATLAB程序。因此，这是另一种验证方法。例中的MATLAB程序可从http://www.ee.washington.edu/class/SST_textbook/textbook.html下载。学生可以修改程序中的数据语句以应用到各章后的习题中。这会大大减少程序设计的错误。因此，这也是一种验证方法。不过，如果教师或读者愿意的话，可以省略

涉及 MATLAB 的所有内容。

第 7 章介绍了拉普拉斯变换,第 11 章则介绍了 z 变换。在很多大学里,在信号和系统课程之前会介绍一种变换或者两种变换。如此安排第 7 章和第 11 章,既可使得在信号与系统课程中覆盖这部分内容,也可完全省略掉它们(除必要参考外)。

最新研究内容已经放在每章结尾。因此,如果需要可以省略这些内容。例如,教师可以省略 3.7、3.8、4.6、5.5、7.9、10.7、12.6、12.7 和 12.8 节而不失教学的连贯性。更进一步,如果教师不希望在本科阶段覆盖状态变量的内容,可以跳过第 8 章和第 13 章。

本书的内容主要由两部分组成:连续时间信号和系统,离散时间信号和系统。一些教授喜欢先介绍第一部分再介绍第二部分。另外一些教授则喜欢同时介绍连续时间和离散时间内容。作者采用第一种方式,在第 2~8 章中介绍连续时间内容,在第 9~13 章介绍离散时间内容。离散时间的内容基本与连续时间的内容相互独立,这样可以使得那些希望研究离散时间内容的教师或读者可以在第 2~8 章之前先学习第 9~13 章。连续时间内容也可与离散时间内容交叉进行。例如,第 2 章和第 9 章可以同步进行,第 3 章和第 10 章也可同步进行。

在第 1 章中,我们简单介绍了信号和系统,接着简要描述了几个真实的连续时间系统和离散时间系统。此外,还描述了在这些系统中出现的信号。然后又非常简明扼要地介绍了 MATLAB。

在第 2 章中,我们给出了连续时间信号和系统的基本内容,在第 9 章中介绍了关于离散时间信号和系统的类似内容。不过,如上所述,第 9 章的内容可以先于第 2 章或者与第 2 章同步介绍。第 3 章将这些基本内容延伸到连续线性时不变系统中,而第 10 章也同样将有关离散时间的内容延伸到离散线性时不变系统中。

第 4、5 和 6 章的内容是关于连续时间信号和系统的傅里叶级数和傅里叶变换。第 7 章研究了拉普拉斯变换。第 8 章则利用拉普拉斯变换研究了连续时间系统的状态变量。

第 11 章研究了 z 变换,第 12 章则介绍了离散时间序列傅里叶变换和离散傅里叶变换。不过第 12 章可以先于第 11 章讲述。第 12 章中关于离散时间序列傅里叶变换和离散傅里叶变换的研究假定读者已经掌握了傅里叶变换。第 13 章介绍了离散时间系统的状态变量。这部分内容与第 8 章中连续时间系统的状态变量相互独立。

在附录 A 中,我们给出了一些有用的积分公式和三角函数关系式。一般来说,文中使用积分表而不是采用逐步积分的方法。附录 B 中给出了用于对积分式求导的莱布尼兹法则和用于不确定形式的洛比达法则,并会在文中需要用到的地方提到。附录 C 介绍了某些几何级数的闭式函数,这个内容在离散时间信号和系统中非常有用。在附录 D 中,我们回顾了复数,并介绍了欧拉公式。附录 E 介绍了常系数线性微分方程的求解。附录 F 介绍了部分分式展开。而附录 G 则回顾了矩阵理论,在第 8 章和第 13 章中讨论状态变量时会用到这部分内容。定义了每一个矩阵运算,并给出了实现运算的 MATLAB 程序。附录 H 提供了部分习题的答案,以便学生可以自查他们的作业。

可安排 2 次 3 课时的课程或者 4 次近似等效于 6 课时讲授本书的全部内容。若省略部分适宜内容,可以安排更少的课时讲授本书剩余的部分。例如,可以用 4 课时介绍第 2、3、4、5、6、8、9、10、11 和 12 章的大部分内容。这要求学生已经掌握线性系统分析和拉普拉斯变换。

我们向 Auburn 大学、Evansville 大学和 Washington 大学那些对本书出版给予帮助的许多

同事和学生们表示感谢。特别地，第一作者希望感谢 Auburn 大学的 Charles M. Gross 教授、Martial A. Honnell 教授和 Charles L. Rogers 教授就书中一些主题所作的许多振奋人心的讨论，感谢 Georgia 技术学院电气工程系主任 Roger Webb 教授提供在该学院讲授信号与系统课程的机会。第二作者希望感谢 Dick Blandford 教授和 William Thayer 教授对本书的鼓励和支持，感谢 David Mitchell 教授对课程主旨的热情讨论。第三作者希望感谢 Washington 大学 EE235 和 EE341 的教授和学生们提供了本书的评阅意见和交互式网站，特别是 Mari Ostendorf 教授和 Mani Soma, Eddy Ferré, Wai Shan Lau, Bee Ngo, Sanaz Namdar, Jessica Tsao 和 Anna Margolis。我们愿意向那些提出宝贵意见和建议的评审专家致谢。他们是 Duke 大学的 Leslie M. Collins, Colorado 大学的 William Eads, Iowa State 大学的 Aleksandar Dogandzic 和 Drexel 大学的 Bruce Eisenstein。开发交互式网站的资助来自于美国教育部的改善大专教育基金(FIPSE)。

Charles L. Phillips

奥本大学

John M. Parr

艾温斯维尔大学

Eve A. Riskin

华盛顿大学

目 录

译者序
前言

第 1 章 导论	1
1.1 建模	1
1.2 连续时间系统	3
1.3 采样器和离散时间系统	9
1.4 关于 MATLAB 和 SIMULINK	15
参考文献	16
第 2 章 连续时间信号和系统	17
2.1 连续时间信号的变换	18
2.2 信号的性质	23
2.3 常见工程信号	28
2.4 奇异函数	32
2.5 信号的数学函数	38
2.6 连续时间系统	42
2.7 连续时间系统的性质	46
本章小结	54
参考文献	55
习题	55
第 3 章 连续时间线性时不变系统	63
3.1 连续时间信号的脉冲分量表示	63
3.2 连续时间 LTI 系统的卷积计算	64
3.3 卷积的性质	73
3.4 连续 LTI 系统的性质	75
3.5 微分方程式的模型	78
3.6 自由响应中的分量	82
3.7 复指数信号输入的系统响应	85
3.8 框图	89
本章小结	95
参考文献	96
习题	96
第 4 章 傅里叶级数	104
4.1 周期信号的最佳近似	105
4.2 傅里叶级数	108

4.3 傅里叶级数和频谱	111
4.4 傅里叶级数的性质	120
4.5 系统分析	122
4.6 傅里叶级数与变换	127
本章小结	130
参考文献	131
习题	131
第 5 章 傅里叶变换	137
5.1 傅里叶变换的定义	137
5.2 傅里叶变换的基本性质	143
5.3 时间函数的傅里叶变换	157
5.4 连续时间信号的采样	164
5.5 傅里叶变换的应用	169
5.6 能量密度谱和功率密度谱	177
本章小结	183
参考文献	184
习题	185
第 6 章 傅里叶变换的应用	191
6.1 理想滤波器	191
6.2 实际滤波器	195
6.3 带宽关系	205
6.4 从采样数据中重建信号	208
6.5 正弦信号振幅调制	213
6.6 脉冲振幅调制	221
本章小结	226
参考文献	227
习题	227
第 7 章 拉普拉斯变换	235
7.1 拉普拉斯变换的定义	236
7.2 实例分析	238
7.3 函数的拉普拉斯变换	241
7.4 拉普拉斯变换的性质	244
7.5 其他性质	250
7.6 LTI 系统的响应	254
7.7 LTI 系统的性质	263

7.8 双边拉普拉斯变换	266	11.3 函数的 z 变换	390
7.9 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	272	11.4 z 变换的性质	393
本章小结	272	11.5 其他性质	397
参考文献	273	11.6 LTI 系统的应用	399
习题	273	11.7 双边 z 变换	407
第 8 章 连续系统的状态变量	279	本章小结	415
8.1 状态变量模型的建立	279	参考文献	416
8.2 仿真框图	282	习题	416
8.3 状态方程的求解	287	第 12 章 离散时间信号的傅里叶	
8.4 状态转移矩阵的性质	293	变换	422
8.5 传递函数	294	12.1 离散时间序列傅里叶变换	422
8.6 相似变换	297	12.2 离散时间序列傅里叶变换的性质	426
本章小结	303	12.3 周期序列的离散时间序列傅里叶	
参考文献	304	变换	431
习题	304	12.4 离散傅里叶变换	435
第 9 章 离散时间信号和系统	311	12.5 快速傅里叶变换	442
9.1 离散时间信号和系统	312	12.6 离散傅里叶变换的应用	448
9.2 离散时间信号的变换	316	12.7 离散余弦变换	471
9.3 离散时间信号的特性	322	本章小结	474
9.4 常见离散时间信号	328	参考文献	476
9.5 离散时间系统	332	习题	476
9.6 离散时间系统的性质	334	第 13 章 离散时间系统的状态变量	481
本章小结	338	13.1 状态变量模型的建立	481
参考文献	339	13.2 仿真框图	484
习题	339	13.3 状态方程的求解	489
第 10 章 离散时间线性时不变系统	346	13.4 状态转移矩阵的性质	494
10.1 离散时间信号的冲激序列表示	346	13.5 传递函数	496
10.2 离散时间系统的卷积和	348	13.6 相似变换	498
10.3 离散 LTI 系统的性质	356	本章小结	501
10.4 差分方程式的建立与求解	359	参考文献	502
10.5 自由响应中的分量	365	习题	502
10.6 框图	366	附录 A 积分公式和三角函数关系式	508
10.7 复指数信号作用下系统的响应	371	附录 B 莱布尼兹和洛比达法则	509
本章小结	376	附录 C 几何级数的求和公式	510
参考文献	377	附录 D 复数和欧拉公式	511
习题	377	附录 E 微分方程的求解	516
第 11 章 z 变换	384	附录 F 部分分式展开	519
11.1 z 变换的定义	384	附录 G 矩阵理论	521
11.2 实例分析	386	附录 H 部分习题答案	526

第1章 导论

本书主要研究涉及工程方面的信号与系统问题。这些问题包括用数学函数对真实信号建模,用数学方程对真实系统建模,以及求解函数激励下的方程。

1.1 建模

工程师们必须对两类不同的真实现象建模。第一个,真实系统用数学方程来建模。对于不包含采样信号的系统(连续或模拟的系统),我们优先采用常系数微分方程来建模,以便于系统的分析和设计。当然,方程必须准确地对真实系统建模。图 1-1 所示线性电路模型便是一个真实系统模型的例子:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = v(t) \quad (1-1)$$

另一个例子是牛顿第二定律,

$$f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad (1-2)$$

式中, $f(t)$ 是加在质量 M 上的外力, $x(t)$ 为外力产生的位移。

第二个要建模的真实对象称为信号。真实信号用数学函数建模。收音机中扬声器的电压就是一个真实信号的例子。室内某指定点的温度值是另外一个真实信号的例子。

由于温度随着时间变化,这个信号是一个时间函数。这个温度可以表示为

$$\text{某点温度} = \theta(t) \quad (1-3)$$

式中,信号 $\theta(t)$ 的单位为 $^{\circ}\text{C}$ 。

仍考虑牛顿第二定律。方程(1-2)是一个真实系统的数学模型,而其中的 $f(t)$ 和 $x(t)$ 则是真实信号的模型。如果信号(亦称为函数) $f(t)$ 已确定,则可根据数学模型(1-2)解出信号 $x(t)$ 。在真实系统分析中,我们对系统和信号的模型而不是系统和信号本身进行数学分析。分析结果的有效性取决于数学模型的准确程度。

不失一般性,本书规定所讨论的信号只限于一个独立变量,即时间 t 。时间信号可以分为两大类。第一类信号表示为确定的时间函数,即在某一时间间隔内,对于一切时间值,该信号都有确定的函数值,则称信号为连续时间信号(continuous-time signal),简称连续信号,连续时间信号也称为模拟信号(analog signal)(不是严格定义的)。例如图 1-2a 所示的信号即为一个连续时间信号。

第二类信号称为离散时间信号(discrete-time signal),简称为离散信号。离散信号在时间上是离散的,只在某些不连续的规定瞬间给出函数值。例如,设想数字计算机要处理一个连续信号 $f(t)$ [这种操作称为数字信号处理(digital signal processing, DSP)]。由于计算机只能处理数字信号而不能处理连续信号,故必须对连续信号进行采样从而转换为数字序列。如果

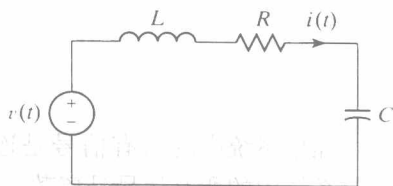


图 1-1 RLC 电路

对信号 $f(t)$ 的采样时间间隔为 T 秒, 计算机可以得到一个数字序列 $f(nT)$, $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ 。这个数字序列即为离散时间信号。只要涉及计算机范畴, 具有非整数 n 的 $f(nT)$ 是不存在的。离散时间信号如图 1-2b 所示。

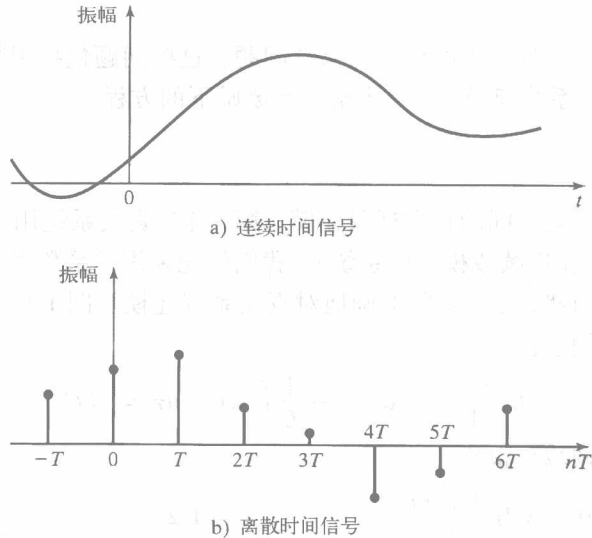


图 1-2 信号

如果系统中的所有信号是连续的, 则称系统为连续时间系统 (continuous-time system)。如果系统中的所有信号是离散的, 则称系统为离散时间系统 (discrete-time system)。在实际工作中, 连续时间信号和离散时间信号会在一些系统中同时出现。同时含有这两种信号的系统称为混合系统 (hybrid system), 或称为采样数据系统 (sampled-data system)。数字计算机控制的飞行器自动降落系统就是一个混合系统。

真实系统的数学分析过程如图 1-3 所示^[1]。为了能够对系统进行分析, 首先要求出所涉及的真实系统及信号的数学模型。在建立数学模型的过程中会涉及物理学定律, 例如, 在建立模型(1-1)时用到了电路的知识。一旦建立了数学模型, 就可以求解出在典型信号激励下系统模型的输出响应, 并将此解与同样激励下实际系统的输出响应相比较。若两个响应近似相等, 则可以使用该模型进行分析和设计。否则, 需进一步对数学模型进行改进。

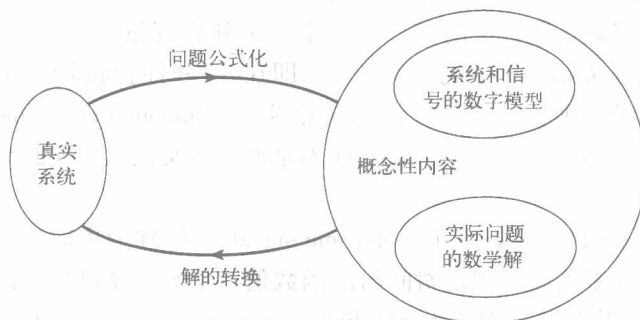


图 1-3 真实问题的数学求解

改进系统的数学模型并不是一件容易的事情,通常需要建立起更复杂的数学模型。在得到满意的模型精度之前,可能需要进行多次如图 1-3 所示的循环过程。对于简单的系统,可能几个小时就能完成数学建模。而对于非常复杂的系统,则可能需要数年才能建立合适的数学模型。例如, NASA 的航天飞机就是一个复杂的模型,这个数学模型将航天飞机的位置和飞行姿态与发动机推动力、风向、控制面的位置(如方向舵)等联系起来。另外提及一点,对于这种复杂的模型,通常要借助计算机才能进行方程的求解。

本书主要包括两个主题:连续时间信号和系统与离散时间信号和系统。第 2 章到第 8 章集中讨论连续时间信号和系统,而第 9 章到第 13 章则讨论离散时间信号和系统。可以按照书中章节顺序学习,即将连续时间内容和离散时间内容分开研究。也可交叉学习这两部分的内容,同步学习第 2 章和第 9 章,随后同步学习第 3 章和第 10 章。

1.2 连续时间系统

本节将介绍一些具体的连续时间真实系统。这里关于系统的描述较为简洁,详细内容可查阅有关参考文献。本节及随后几节所讨论的系统还将会在本书的以后章节中遇到。

我们在前面已给出无摩擦情形下质量为 M 的刚体的运动数学模型:

$$f(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

式中, $f(t)$ 为作用在物体上的外力, $x(t)$ 为外力 $f(t)$ 作用在物体上所产生的位移。这是一个二阶常系数线性微分方程(second-order linear differential equation with constant coefficients)。

关于线性系统和非线性系统的定义和区别将在 2.7 节予以详细讨论。简单地说,一个系统如果满足叠加性原理和齐次性原理,则是线性的,否则是非线性的。

下面讨论一些具体的真实系统。

电路

本节介绍一些电路元件的数学模型^[2]。首先给出电阻的数学模型如下:

$$v(t) = Ri(t) \quad \text{或} \quad i(t) = \frac{1}{R}v(t) \quad (1-4)$$

式中,电压 $v(t)$ 的单位为伏特(V),电流 $i(t)$ 的单位为安培(A),电阻 R 的单位为欧姆(Ω)。图 1-4 给出了这个模型的标准电路符号,图中虚线表示所画出的元件只是部分电路。电路除了电阻还要有其他部分,否则 $v(t)$ 将一直为零。

电感的数学模型为

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{或} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1-5)$$

式中, $v(t)$ 和 $i(t)$ 的单位如前述定义,电感 L 的单位为亨利(H)。电容的数学模型为

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad \text{或} \quad i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (1-6)$$

式中,电容的单位为法拉(F)。电感和电容的符号亦在图 1-4 中给出。

图 1-4 中的电压源为理想电压源,其作用在接线端上的电压为 $v(t)$,不受负载的影响。电压源上的电流 $i(t)$ 大小取决于负载电路。对于理想电流源来说,其电流 $i(t)$ 的大小不受负载的影响,而电流源上的电压 $v(t)$ 大小则取决于负载。

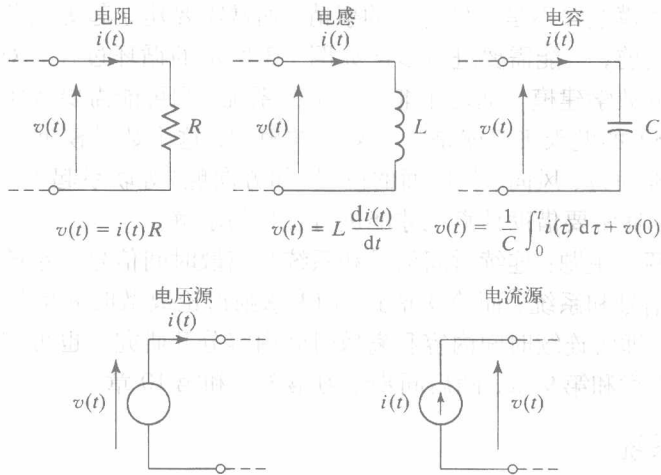


图 1-4 电路元件(摘自 C. L. Phillips 和 R. D. Harbor, 所著《Feedback Control Systems(第 3 版)》, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995。)

对于由图 1-4 中元件所组成的电路,利用各元件的模型并根据基尔霍夫电压和电流定律可以写出电路方程。基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's voltage law)表述如下:

在集总电路中,任何时刻,沿任一回路,所有支路电压的代数和恒等于零。

基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's current law)表述如下:

在集总电路中,任何时刻,对任一节点,所有支路电流的代数和恒等于零。

运算放大电路

运算放大器(operational amplifier)^[3]通常用来处理模拟电信号。这里只对运算放大器的接线端(输入输出端)特性加以讨论,而对其内部结构不作介绍。

本书采用图 1-5a 所示的电路符号表示运算放大器。小圆圈表示放大器接线端,虚线表示放大器与外部的连接。带有“-”符号的信号输入端为反相输入端,带有“+”符号的信号输入端为正相输入端。带有“ V^+ ”符号的电源接线端外接正电源,带有“ V^- ”符号的电源接线端外接负电源。电源接线端常常被忽略,而采用图 1-5b 所示的运算放大器。电路中的输入电压 $v_d(t)$ 为待放大的信号,输出电压 $v_o(t)$ 为放大后的信号。

运算放大器的输入阻抗非常高,导致图 1-5b 中的输入电流 $i^-(t)$ 和 $i^+(t)$ 非常小。此外,放大器增益(即输出电压与输入电压之比) $v_o(t)/v_d(t)$ 可以非常大,高达 10^5 甚至更大。如果运算放大器处于线性工作范围(未饱和),那么大增益可以使得输入电压非常小。

为便于讨论,我们将运算放大器视为理想器件。理

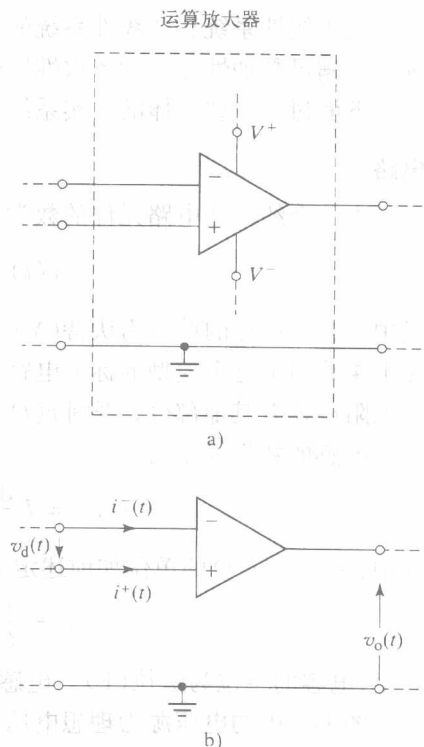


图 1-5 运算放大器

想运算放大器输入电流为零($i^-(t) = i^+(t) = 0$)。另外,增益趋于无穷大的理想运算放大器的输入电压 $v_d(t)$ 也可以视为零。

由于运算放大器是高增益器件,通常通过反馈环节来提高放大倍数的稳定性。反馈环节连接在输出端和反相输入端之间。这种连接称为负反馈,可以避免运算放大器的饱和。

图 1-6 给出了一个实际应用中的运算放大电路。其中 $v_i(t)$ 为输入电压, $v_o(t)$ 为输出电压。由于图 1-5b 中的 $v_d(t)$ 可看作为零,故描述图 1-6 电路中输入回路的方程式为

$$v_i(t) - i(t)R_i = 0 \Rightarrow i(t) = \frac{v_i(t)}{R_i} \quad (1-7)$$

另一方面,图 1-5b 中的 $i^-(t)$ 也可看作为零,流经图 1-6 中 R_f 的电流和流经 R_i 的电流相同。因而描述输出回路的方程为

$$v_i(t) - i(t)R_i - i(t)R_f - v_o(t) = 0$$

利用式(1-7),上式可改写为

$$v_i(t) - v_i(t) - \frac{v_i(t)}{R_i}R_f - v_o(t) = 0 \Rightarrow \frac{v_o(t)}{v_i(t)} = -\frac{R_f}{R_i} \quad (1-8)$$

这个电路是一个电压放大器。比值 R_f/R_i 是一个正的实数,因此放大器电压增益 $v_o(t)/v_i(t)$ 是一个负实数。所得到的模型(1-8)是一个线性代数方程。

图 1-7 给出了另外一个实际应用中的运算放大电路。这里仍采用前面的电路分析方法。由于输入电路未变,直接应用式(1-7), $R_i = R$ 。输出回路的方程为

$$v_i(t) - i(t)R - \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau - v_o(t) = 0 \quad (1-9)$$

将式(1-7)代入上式,有

$$v_i(t) - v_i(t) - \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_i(\tau) d\tau - v_o(t) = 0 \quad (1-10)$$

从而得到描述图 1-7 所示电路的方程

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_i(\tau) d\tau \quad (1-11)$$

该电路称为积分器或积分放大器,输出电压为输入电压的积分乘以一个负常数($-1/RC$)。这种积分器在模拟信号处理中有着广泛应用,在本书的其他例子中还会出现。

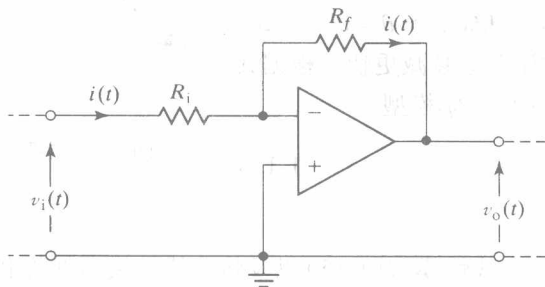


图 1-6 实际电压放大器

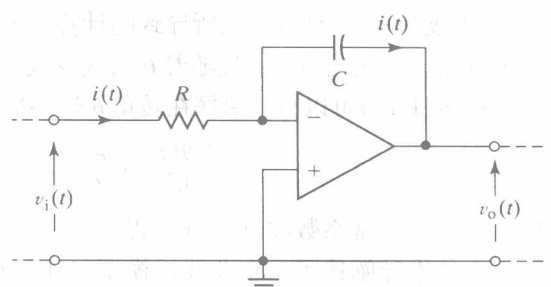


图 1-7 积分放大器

将图 1-7 中的电阻和电容位置互换,便得到如图 1-8 所示的电路。这里不加证明地给出该电路的数学模型如下:

$$v_o(t) = -RC \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (1-12)$$

(读者可自行按照上述的电路分析过程加以证明)。该电路称为微分器或微分放大器, 输出电压为输入电压的导数乘以一个负常数($-RC$)。由于变化急剧的信号导数很大, 信号中的高频噪声将会被放大, 这使得微分器在模拟信号处理中的应用受到了限制。但是, 一些实际应用需要微分器。在这些应用中, 常常在微分放大器的输入端前面放置一个低通滤波器来消除高频噪声。

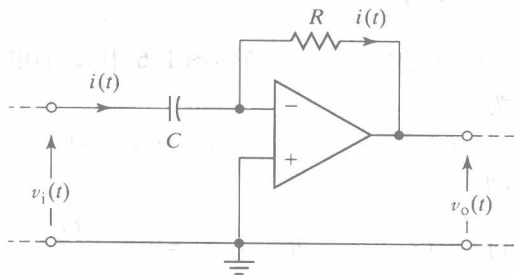


图 1-8 微分放大器

单摆系统

考虑图 1-9 所示单摆系统的微分方程模型。单摆的转角用 θ 表示, 摆锤的质量用 M 表示, 从旋转轴到摆锤中心的距离为摆臂 L 。作用在摆锤的重力为 Mg , 其中 g 为重力加速度, 如图 1-9 所示。根据物理学知识, 可写出单摆的运动方程:

$$ML \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -Mg \sin\theta(t) \quad (1-13)$$

由于 $\sin\theta(t)$ 是非线性的, 所以这个模型是一个二阶非线性微分方程。

直接求解非线性微分方程是非常困难的, 但可以对式(1-13)进行线性化。根据附录 D, 将 $\sin\theta$ 展开为幂级数形式:

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad (1-14)$$

当 θ 较小时, 可以忽略其高次项, 只保留第一项, 即 $\sin\theta \approx \theta$ 。当 $\theta = 45^\circ$ ($\pi/4$ 弧度) 时, 这种线性化所导致的计算误差小于 10%, 当 $\theta = 14^\circ$ (0.244 弧度) 时, 误差小于 1%, 且随着 θ 的减少线性化误差会衰减更快。根据式(1-13)和(1-14)可以得出单摆在转角 θ 较小情形下的数学模型

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta(t) = 0 \quad (1-15)$$

这是一个二阶常系数线性微分方程。

上述推导阐述了一个非线性模型(1-13)和一个线性模型(1-15)以及将非线性模型线性化的方法。模型(1-13)和(1-15)不符合一般情况, 原因在于忽略了摩擦因子。移动摆锤再松开, 赋予单摆原始能量, 能量会一直保持不变。这意味着摆锤一旦运动起来便不会停止。值得注意的是, 上述结论是从数学模型而不是真实系统中得出的。如果要对真实单摆建立更精确的数学模型, 至少要在式(1-13)和式(1-15)中添加摩擦项。

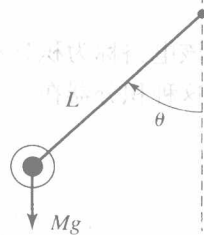


图 1-9 单摆

直流电源

几乎所有的电子设备都要用到直流电压源，它可把交流电压信号转换为直流电压信号^[3]。图 1-10 给出了直流电压源将交流电压转换为单极性电压(非负电压)后的两种电压波形。

图 1-10a 中电压信号称为半波整流信号(half-wave rectified signal)。这种信号由正弦信号产生，只不过用零代替正弦信号中的负半循环部分，正半循环部分保持不变。图中 T_0 代表波形的周期(一个循环的时间)。

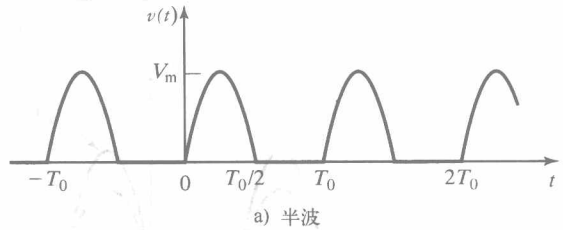


图 1-10b 中电压信号称为全波整流信号(full-wave rectified signal)。这种信号亦由正弦信号产生，只不过用其绝对值代替正弦信号中的负半循环部分，正半循环部分保持不变。注意，图中全波整流波形的周期 T_0 是正弦信号周期的一半，亦是半波整流信号周期的一半。

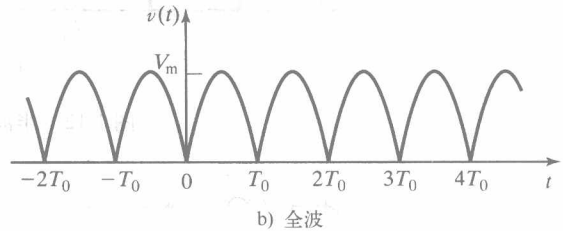


图 1-10 整流信号

这两种波形通常利用二极管产生。二极管的电路符号如图 1-11a 所示。理想二极管的伏安特性如图 1-11b 粗线所示。从图中可以看出，二极管具有单向导电性。因此，一个理想二极管在电压为正时相当于短路，在电压为负时相当于断路。由于二极管是一个非线性元件，所以含有二极管的电路都是非线性电路。

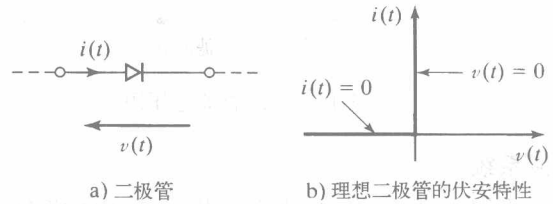


图 1-11

图 1-12a 给出了一个直流电压源的电路。负载 R_L 上的电压是一个半波整流信号，如图 1-12b 所示。负载电流 $i_L(t) = v_L(t)/R_L$ ，其波形亦在图 1-12b 中给出。容易看出，负载 R_L 上的电压是单极性的，但不是一个常数。

图 1-13 给出了一个实际直流电压源。电路中增加了一个由电感和电容所构成的低通滤波器，用来平缓电压变化以使负载电压 $v_L(t)$ 近似一个常数。

使用 4 个二极管所构成的全波整流电路如图 1-14 所示。当电压为正时，二极管 A 和 D 导通；当电压为负时，二极管 B 和 C 导通。但是，流经负载 R_L 的电流始终是单方向的，方向如图所标。因此，负载上的电压是一个波形如图 1-10b 所示的全波整流信号。类似于图 1-13 中的半波整流情形，全波整流电压源电路中常常也增加一个低通滤波器使得负载上电压近似于一个直流电压。

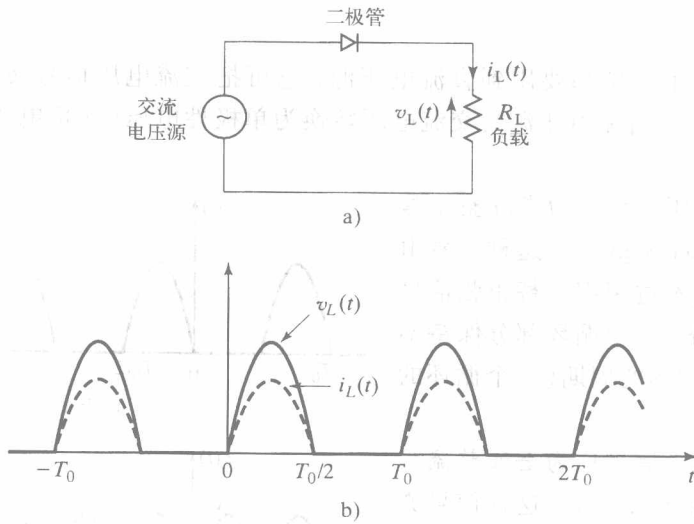


图 1-12 半波整流器

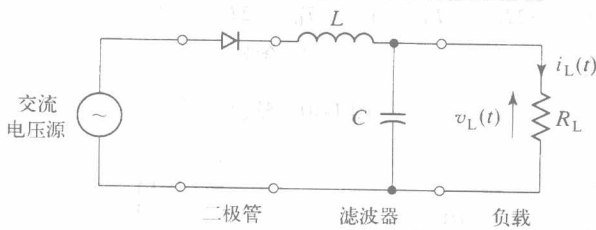


图 1-13 实际直流电压源

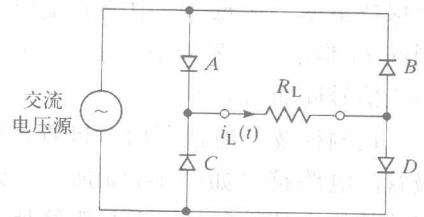


图 1-14 全波整流器

相似系统

我们通过两个例子来引入相似系统的概念。根据公式(1-2)，在无摩擦情况下，刚体 M 的运动模型为

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = f(t) \quad (1-16)$$

式中， $f(t)$ 为作用在刚体上的外力， $x(t)$ 为外力引起的位移。这个系统如图 1-15a 所示。

接下来考虑图 1-15b 中的电路。 $v(t)$ 为作用在电感上的电压。回路方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) \quad (1-17)$$

回想一下， $i(t) = dq(t)/dt$ ，其中 $q(t)$ 代表电荷。因而，回路方程(1-17)可改写为

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} = v(t) \quad (1-18)$$

可以看到，上述两个模型(1-16)和(1-18)有着统一的数学表达式，因此称它们为相似系统(analogous system)。有着相同数学模型的真实系统定义为相似系统。

作为另外一个例子，考虑图 1-16 中含有初始条件的 LC 电路。描述回路的方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = 0 \quad (1-19)$$