PUTONGGAODENGJIAOYU GAOJIYINGYONGXING RENCAI PEIYANGGUIHUAJIAOCAI

普通高等教育高级应用型人才培养规划教材

经济应用数学（上册）

主编　赵善基　龚力强

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

普通高等教育高级应用型人才培养规划教材

经济应用数学

（上册）

主　编　赵善基　龚力强
副主编　赵付营　刘利智
罗纤维　熊　颖
参　编　田　检　陈妙龄
高　卓

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是为普通高等教育高级经济应用型人才培养而编写的本科经济应用数学教材，本书在取材上汲取了同类教材的优点，力求体现"数学为本，经济为用"的经济数学的特点. 在内容上贯彻"以应用为目的，以必需够用为度"，既保持教材内容的科学性和系统的完整性，又使之具有特色性与通俗性，适当降低起点，减少难度，突出基本概念和基本运算技能的训练，培养学生运用数学的思想方法解决经济方面问题的能力.

本书分为上、下两册. 上册内容为：函数与极限，一元函数微积分学，多元函数微积分学，常微分方程初步；下册的内容有：矩阵，n 维向量，线性方程组与基础概率等.

本书适用于应用型本科的经济管理类专业，也可作为大专、高职高专和成人教育的相关专业的经济应用数学教材或教学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学. 上册/赵善基，龚力强主编. —上海：同济大学出版社，2008.7

普通高等教育高级应用型人才培养规划教材

ISBN 978-7-5608-3910-3

Ⅰ. 经… Ⅱ. ①赵…②龚… Ⅲ. 经济数学—高等学校—教材 Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 100292 号

普通高等教育高级应用型人才培养规划教材

经济应用数学(上册)

主编 赵善基 龚力强

责任编辑 凌 岚 责任校对 杨江淮 封面设计 潘向蓁

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787 mm×960 mm 1/16

印 张 16.25

字 数 325 000

印 数 1—4100

版 次 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-3910-3/F·365

定 价 28.90 元

序　　言

为顺应我国高等教育事业跨越式发展的需要，更好地满足社会对学校应用型人才培养的各种需求，必然需要一批具有特色的、质量较高的教材作为支持和基础．探索、建设适应新世纪我国应用型人才培养体系需要的教材体系势必成为当前教材建设工作的一项重要任务．目前由同济大学出版社出版的一批以公共基础课为主的有特色的、适应性强的高级应用型人才培养规划教材，确实是一项独具慧眼的做法，它必将会进一步推动教材建设工作的开展．

数学与社会经济的发展、科学技术的进步历来就有着不解之缘．随着社会主义市场经济的发展和经济全球化，高等数学对经济领域的渗透与日俱增，现代的经济管理正朝着定性和定量相结合的数学化方向发展．我们将会看到，本世纪的经济文献少不了严谨的数学推理和形象化的经济数学模型的描述．普通高等教育高级应用型人才培养规划教材之一的《经济应用数学》，是经济管理方面所用的高等数学教材．参编者是来自于多所院校具有多年的本科"经济应用数学"的教学经历的教师，他们的编写工作从不同的层面上体现了当前经济应用数学教学的特色和水平．

本书的特色之一是面向经济管理类数学课程的教学，密切联系当前经济社会发展对高级经济应用型人才培养的需求，具有时代的特色．随着社会经济活动的发展，经济规模的扩大，数学显得更为重要．将数学应用于经济领域，可以深刻揭示现代经济错综复杂的相互关系及其变化发展的趋势、明确经济决策的方向和预测经济决策的效果．本教材的编写将是围绕着如何为经济活动服务这一宗旨而展开的，同时又要把握住经济数学课程的定位和学科的发展，针对经济管理类专业学生的特点，确定教材内容的起点和难度．

本教材的另一特色是体现"数学为本，经济为用"的经济数学的特点，既保持本课程的学科体系的合理性和数学内容的系统性，同时在应用上又不惜加以浓墨重彩．本教材全书分为上下两册，上册的基本内容是：一元及多元微积分、常微分方程；下册的基本内容为：线性代数及其应用、基础概率．全书内容力求贯彻"以应用为目的，以必需够用为度"的指导思想，不过分追求理论推导的严谨和过多的数学运算技巧，力求内容精炼．在引例上多联系与经济有关的问题．通过对这些内容的学习，一方面使学生掌握经济数学的基本知识、基本理论和基本技能，培养学生的数学思维方法和基本运算能力；另一方面又使学生具有分析和解决经济管理问题的能力，为他们今后从事经济管理工作打下必要的数学基础．在

叙述方法上，本书的参编者采用了通俗易懂的叙述方法，概念和定理的引入常常以实例为先导，以便于学生理解，从而降低了起点，减少了难度. 纵观全书，内容体系的模块较小，便于实际操作，可以解决内容较多而学时较少的矛盾.

诚然，由于时间的仓促、经验和水平的限制，本书的缺点和错误实属难免，请读者们不吝指正，使本教材不断得以充实和完善. 同时，我们也衷心希望今后有更多的高质量、高品位的应用型人才培养的教材问世.

黄友谦

2008 年 5 月

前　　言

改革开放以来，伴随着我国的国民经济、科学技术的迅速发展，我国的高等教育事业的发展变化日新月异，高校实现了从以前的精英教育向大众化教育的重大转变．随着社会主义市场经济的发展和全球经济化时代的到来，高等数学的概念、知识以及它的语言和思维方法正显著渗透到经济领域．因为现代经济管理正朝着定性与定量相结合的数学化方向发展，将数学用于经济学可以深刻地揭示仅靠定性分析难以表达的现代经济错综复杂的相互关系及其变化过程，可以指出经济决策的方向并预测这些决策的直接及间接的效果．在经济管理工作中，常有用大量的文字也难以表达的事情如果改用数学语言来描述却只需寥寥数语．另外，也正是在这种知识经济社会中，社会对高校培养的具有一定数学知识的经济类专业的应用型人才，需求量越来越大，而且更重要的是对其要求越来越高．

数学是一门历史悠久但又不断发展、不断增添新内容的科学．经济应用数学是经济管理中所用的高等数学．显而易见，经济应用数学这门课程与通常的高等数学课程相比有其特殊性，因此需要正确认识经济与数学的关系．

通过对若干经济管理部门和企业的考察，了解了其对经济类专业应用型人才的要求．并对往届毕业生的工作状况进行跟踪调查．同时综合我们多年来讲授经济应用数学这门课程的经验和体会，编写出了这本教材．

我们编写本教材的指导思想是“以应用为目的，以必需够用为度”，使其体现“数学为本，经济为用”的经济数学特点．在这种思想指导下，本教材特别重视基本概念、基本运算技能的训练．重视培养学生运用数学分析和解决经济管理问题的能力，而不拘泥于数学理论的推导和较繁杂的运算技巧．在引例、解释及应用等方面尽量多联系与经济有关的问题．书中对概念、定理和方法等等用学生容易理解和接受的方法进行叙述，减少了难度，精简了内容．

本书分上下两册，共 14 章．上册基本内容为函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微积分，常微分方程初步；下册的基本内容为：矩阵、n 维向量、线性方程组、随机事件与概率，随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征．分章具体撰写人员是：第 1，6 章为罗纤维，第 2，8 章为熊颖，第 3，7 章为陈妙龄，第 4，5 章为赵付营，第 9，10 章为田检，第 11，12 章为高卓，第 13，14 章为刘利智．全书由龚力强、赵善基和赵付营统稿．

在本书编写过程中，中山大学教授黄友谦、徆启沃教授对本书的编写工作提出了许多宝贵的意见，对本书的最终定稿起到了指导性的作用，黄友谦教授还欣然为本书命序.在统稿过程中，广州大学华软软件学院袁燕、周志轩两位老师给予了热情的帮助，在此一并表示诚挚的感谢.由于编者水平有限，时间仓促，书中错漏不妥之处在所难免，敬请读者和同行批评指正.

编　者

2008年5月

目　　录

1　函数与极限

函数是数学最基本的概念，它几乎贯穿现代数学的每一分支. 微积分(甚至整个高等数学)就是以函数作为研究对象、以极限方法作为基本研究手段的数学学科.

本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念以及它们的一些性质.

1.1　函　　数

1.1.1　集合与区间

1. 集　合

在日常生活中，我们常常谈论一组事物. 例如，一箱苹果、一组自然数、一群羊等. 一般地，把具有某种共同属性的事物的全体叫做集合(或集). 组成集合的各个个体叫做这个集合的元素.

我们常用大写的拉丁字母 $A, B, C, \cdots$ 表示集合，用小写的拉丁字母 $a, b, c, \cdots$ 表示元素.

如果 a 是集合 A 的元素，则说 a 属于 A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，则说 a 不属于 A，记作 $a \notin A$.

例如，若已知 A 是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根所组成的集合，那么，$1 \in A$ 而 $0 \notin A$.

含有有限个元素的集合叫做有限集. 例如，一个学校里全体学生的集合；一批产品中的次品集合；不超过 100 的奇数集合等都是有限集. 含有无限个元素的集合叫做无限集. 例如，全体正整数的集合；直线 $y = 2x$ 上所有点的集合等都是无限集. 不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\varnothing$. 例如，平方等于 -1 的全体实数集合是空集.

集合有 3 种表示法：

(1) 列举法. 将集合的所有元素不重复、不遗漏、不计次序地一一列出，写在大括号内.

例如，由方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根所组成的集合 A 可表示为

$$A = \{1, 2\}.$$

又如,前 5 个自然数的集合记作$\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

(2) 描述法. 把集合中元素的共同属性描述出来,写在大括号内.

例如,若集合 M 是一切具有性质 P 的元素 x 所组成,就可表示为

$$M = \{x \mid x \text{ 具有性质 } P\}.$$

例如,由方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根所组成的集合 A,可表示为

$$A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}.$$

(3) 字母法. 用大写字母表示集合. 常用的有实数集 **R**,自然数集 **N**,整数集 **Z**,有理数集 **Q**,复数集 **C**.

设 A, B 是两个集合. 如果 A 的每一元素都是 B 的元素,那么,称 A 是 B 的子集,记作 $A \subseteq B$(读作 A 包含于 B)或 $B \supseteq A$(读作 B 包含 A).

我们约定,空集是任何集合的子集.

根据定义,任何一个集合 A 总是它自己的子集,即

$$A \subseteq A.$$

下列事实是显然的:

若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

如果 $A \subseteq B$,同时,$B \subseteq A$,则称 A 与 B 相等,记作 $A = B$.

集合的基本运算有以下几种:

定义 1 设 A, B 是两个集合. 由 A 的一切元素和 B 的一切元素所组成的集合,称为 A 与 B 的并,记作 $A \cup B$. 即

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$, 如图 1-1 所示.

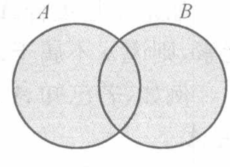

图 1-1

容易知道,

(1) $A \subseteq A \cup B$, $B \subseteq A \cup B$.

(2) 对任何集合 A,有

$$A \cup \varnothing = A, \ A \cup A = A.$$

例如, $A = \{a, e, f\}$, $B = \{a, b, e\}$, 则 $A \cup B = \{a, b, e, f\}$.

定义 2 设 A, B 是 2 个集合. 由 A 与 B 的公共元素所组成的集合,称为 A 与 B 的交, 记作 $A \cap B$. 即

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$,如图 1-2 所示.

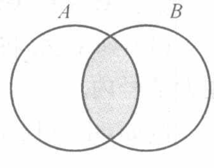

图 1-2

例如, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则

$$A \cap B = \{2, 3\}.$$

容易知道,(1) $A\cap B\subseteq A$, $A\cap B\subseteq B$.

(2) 对任何集合A,有

$$A\cap\varnothing=\varnothing,\ A\cap A=A.$$

定义 3 设 A, B 是 2 个集合. 由所有属于集合 A 而不属于 B 的元素所组成的集合,称为 A 与 B 的差,记作 $A-B$. 即

$A-B=\{x\mid x\in A \text{ 但 } x\notin B\}$,如图 1-3 所示.

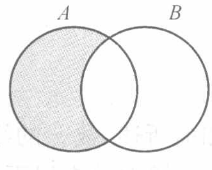

图 1-3

例如,$\mathbf{R}-\mathbf{Q}$ 就是一切无理数所组成的集合.

又如,若 $A=\{2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 2, 4, 7\}$,则

$$A-B=\{3, 5\},\ B-A=\{1, 7\}.$$

定义 4 由所研究的一切事物组成的集合称为全集,记作 U. 设 A 是一个集合,$A\subseteq U$. 由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,称为 A 在 U 中的补集,记作 $\overline{A}$. 即

$\overline{A}=\{x\mid x\in U \text{ 且 } x\notin A\}$,如图 1-4 所示.

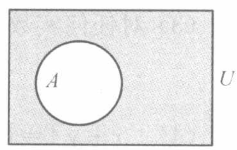

图 1-4

例如,若 $A=\{x\mid x\in\mathbf{R},\ x\leqslant 0\}$,则 A 在 $\mathbf{R}$ 中的补集

$$\overline{A}=\{x\mid x\in\mathbf{R},\ x>0\}.$$

容易知道,$A\cup\overline{A}=U$, $A\cap\overline{A}=\varnothing$.

设 A, B, C 为任意 3 个集合,则集合的交、并、补满足以下算律:

(1) 交换律. $A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$.

(2) 结合律. $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$, $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

(3) 分配律. $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$, $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.

(4) 摩根律. $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

2. 实数集

实数由有理数和无理数两大类组成. 任一有理数都能表示为无限十进循环小数,无限十进不循环小数称为无理数. 于是,任一实数都可用无限十进小数形式来表示.

实数具有如下特性:

(1) 实数是有序的——任意两个实数 a, b 必满足以下 3 个关系之一:

$$a<b,\ a=b,\ a>b.$$

(2) 实数对加、减、乘、除(除数不为零)四则运算是封闭的——对任意两个

实数实行加、减、乘、除(除数不为零)运算后仍得实数.

(3) 实数全体具有稠密性——任意两个不相等的实数之间既有有理数,又有无理数.

(4) 实数与数轴上的点一一对应.

实数 x 的绝对值定义为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

如前所述,数 x 的绝对值 $|x|$ 表示点 x 到原点的距离.

绝对值有以下性质:

(1) $-|x| \leqslant x \leqslant |x|$.

(2) $|x| \leqslant a$ 当且仅当 $-a \leqslant x \leqslant a$.

$|x| \geqslant a$ 当且仅当 $x \geqslant a$ 或 $x \leqslant -a$.

(3) 对任何实数 x 和 y,有不等式

$$|x| - |y| \leqslant |x \pm y| \leqslant |x| + |y|.$$

(4) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.

(5) $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|} (y \neq 0)$.

3. 区　间

区间是一类数集. 设 a, b 为实数,且 $a < b$,称数集 $\{x \mid a < x < b\}$ 为开区间,记作 (a, b). 称数集 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 为闭区间,记作 $[a, b]$. 称数集 $\{x \mid a \leqslant x < b\}$ 或 $\{x \mid a < x \leqslant b\}$ 为半开区间,分别记作 $[a, b)$ 或 $(a, b]$.

以上区间均为有限区间. 有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b - a$ 称为区间的长度.

此外,还有下面几类无限区间:

$$[a, +\infty) = \{x \mid x \geqslant a\}, (-\infty, b] = \{x \mid x \leqslant b\}, (-\infty, +\infty) = \mathbf{R}.$$

邻域是一类特殊的区间. 数轴上以点 x_0 为中心,长度为 $2\delta (\delta > 0)$ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$,称为点 x_0 的 δ 邻域. 记作 $U(x_0, \delta)$. 其中,x_0 称为邻域的中心,δ 称为邻域的半径. 即

$$U(x_0, \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta\}.$$

在点 x_0 的 δ 邻域中去掉中心 x_0 后的集合称为点 x_0 的空心 δ 邻域,记作 $\mathring{U}(x_0, \delta)$.

即 $$\mathring{U}(x_0, \delta) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\}.$$

1.1.2 函数概念与函数特性

1. 函数的概念

定义 5 给定非空数集 D,若按照某一确定的对应规则 f, D 内每一个数 x 都有唯一一个确定的实数 y 与之相对应,则称 f 为定义在数集 D 上的函数. 记作

$$y = f(x),\ x \in D.$$

其中,x 称为自变量,y 称为因变量,D 称为函数的定义域,全体函数值的集合

$$\{y \mid y = f(x),\ x \in D\}$$

称为函数的值域.

由上述定义可知,定义域 D 和对应规则 f 是确定函数的 2 个要素. 2 个函数相同,是指它们的定义域和对应法则分别相同. 例如,$f(x) = 1$, $x \in \mathbf{R}$ 和 $g(x) = \dfrac{x}{x}$, $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 是不相同的函数.

例 1 确定函数 $y = \dfrac{x}{x^2 - 3x + 2}$ 的定义域.

解 当 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 即 $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$ 时,函数式有意义,因此,所求函数 $y = \dfrac{x}{x^2 - 3x + 2}$ 的定义域为

$$D = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty).$$

表示函数的主要方法有列表法、解析法(公式法)和图像法.

注 一个函数也可以在其定义域的不同部分用不同的解析式表示,如

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x, & x \leqslant 0, \\ 2 - x, & x > 0. \end{cases}$$

这种用分段形式表示的函数,称为分段函数.

又如,函数

$$y = f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

称为符号函数. 通常记作 sgn x. 它的定义域为$(-\infty, +\infty)$,值域为$\{1, 0, -1\}$.