21 世纪高等院校教材

# 微积分

钟友明 王平平 柳 键 编著

科学出版社
www.sciencep.com

21世纪高等院校教材

# 微 积 分

钟友明　王平平　柳　键　编著

科 学 出 版 社
北 京

## 内 容 简 介

本书共有9章，介绍了函数、极限与连续、一元函数微分学、导数的应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、无穷级数以及微分方程初步. 每节后附有练习题，每章后附有综合性的复习题，供课后巩固知识使用；书末附有习题参考答案，便于学生检查学习效果.

本书通俗浅显，例题较多，便于自学，适用于经济、管理类等专业的高等院校学生、高职高专学生、成人教育学生和参加国家自学考试的学生.

**图书在版编目(CIP)数据**

微积分/钟友明，王平平，柳键编著. —北京：科学出版社，2008
21世纪高等院校教材
ISBN 978-7-03-022866-6
Ⅰ. 微… Ⅱ. ①钟…②王…③柳… Ⅲ. 微积分-高等学校-教材 Ⅳ. O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第131893号

责任编辑：李鹏奇 李晓鹏 / 责任校对：郑金红
责任印制：张克忠 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2008年8月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2008年8月第一次印刷 印张：17 1/2
印数：1—6 500 字数：342 000

定价：29.00元

# 前　　言

本书是根据教育部颁布的高等财经类专业“经济数学基础”大纲编写的.本着“打好基础，够用为度”的原则，我们在编写中着重介绍基本概念和基本方法，力求通俗易懂，兼顾数学体系；从实际出发，突出重点，做到难易适当，深入浅出，避免冗长，繁杂的数学论证.

本书由江西财经大学信息管理学院部分教师编写，其中第1～3章由柳键编写，第4～6章由钟友明编写，第7～9章由王平平编写.

由于编者水平有限，缺点与错误在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2008年7月

# 目　　录

# 第 1 章　函　　数

## 1.1　实　　数

### 1.1.1　实数

由于是在实数范围内研究微积分，所以首先对实数作一简要的讨论.

实数包括有理数和无理数，其中有理数包括一切整数和分数(有限小数和无限循环小数)；无理数包括一切无限不循环小数.

由于数轴上的全体点与全体实数一一对应，于是把数轴作为实数的几何表示. 因此在以后的讨论中，我们把数轴上的点与实数不加区别，实数 $x$ 常称作点 $x$.

全体实数充满了整个数轴而无空隙，这就是实数的连续性. 自然，任何两个相异实数之间，总还存在着无穷多个实数.

实数 $x$ 的绝对值是一个非负实数，记作 $|x|$，其定义为

$$| x | = \begin{cases} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

根据绝对值的定义，可知当 $|x| \leqslant a(a>0)$ 时，又可以把它写作

$$-a \leqslant x \leqslant a.$$

一些数放在一起，称为数的集合，简称数集，通常用大写字母 $A,B,C$ 等表示. 构成数集的数称为元素，通常用小写字母 $a,b,c$ 等表示. 若 $a$ 是集 $A$ 的元素，则记作 $a \in A$；若 $a$ 不是集 $A$ 的元素，则记作 $a \overline{\in} A$. 数集的表示方法有两种：

1. 列举法

按任意顺序列出数集的所有元素，对于相同的元素不重复列出，并用花括号{}括起来.

例如，由 1,3,5,7 四个数组成的集合，记作

$$A = \{1,3,5,7\}.$$

2. 描述法

先写出数集中表示元素的一般符号，再写出元素满足的条件，中间用直杠隔

开,并用花括号{}括起来.

例如由满足不等式 $1<x<4$ 的一切实数组成的集合,记作

$$B=\{x \mid 1<x<4\}.$$

没有任何元素的集合称为空集,记作 $\Phi$. 一切自然数的集合称作自然数集,记作 $\mathbf{N}$;一切整数的集合称作整数集,记作 $\mathbf{Z}$;一切实数的集合称作实数集,记作 $\mathbf{R}$.

若数集 $A$ 的元素与集 $B$ 的元素都相同,则称集 $A$ 与集 $B$ 相等,记作 $A=B$.

在数集的运算中,最重要的有两种:

(1) 集 $A$ 与集 $B$ 所有元素构成的集称作 $A$ 与 $B$ 的并集,记作 $A\cup B$.

(2) 集 $A$ 与集 $B$ 所有公共元素构成的集称作 $A$ 与 $B$ 的交集,记作 $A\cap B$.

**例 1.1** 已知集 $A=\{x|1<x<3\}$, $B=\{x|2<x<6\}$,求 $A\cup B$, $A\cap B$.

**解** $A\cup B=\{x|1<x<3\}\cup\{x|2<x<6\}=\{x|1<x<6\}$,

$A\cap B=\{x|1<x<3\}\cap\{x|2<x<6\}=\{x|2<x<3\}$.

### 1.1.2 区间

设 $a\in\mathbf{R}$, $b\in\mathbf{R}$,且 $a<b$,则把介于 $a$, $b$ 两点之间的全体实数称作区间,$a$、$b$ 称为区间的端点. 区间有以下几种:

集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间,记作 $[a,b]$;

集 $\{x|a<x<b\}$ 称为开区间,记作 $(a,b)$;

集 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 和 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 称为半开区间,分别记作 $[a,b)$ 和 $(a,b]$.

以上区间称为有限区间,$b-a$ 称为区间长度,以上各种有限区间在数轴上都可以用一条线段表示,包括在区间内的端点用实心点表示,不包括在区间内的端点用空心点表示. 例如,半开区间 $(a,b]$ 如图 1.1 所示.


图 1.1

除了有限区间外,还有无限区间:

$$[a,+\infty)=\{x \mid x\geqslant a\},\quad (a,+\infty)=\{x \mid x>a\},$$
$$(-\infty,b]=\{x \mid x\leqslant b\},\quad (-\infty,b)=\{x \mid x<b\},$$
$$(-\infty,+\infty)=\{x \mid x\in\mathbf{R}\}.$$

符号"$-\infty$","$+\infty$"分别读作"负无穷大"与"正无穷大",它们不是数,仅仅是记号.

区间是数集的一种表示形式,所以数集的运算对它是适用的. 例如,

$$[2,5)\cup(3,6]=[2,6],$$
$$[2,5)\cap(3,6]=(3,5).$$

### 1.1.3 邻域

设 $a\in\mathbf{R}$,$\delta\in\mathbf{R}$,且 $\delta>0$,则集合

$$\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

称作点 $a$ 的 $\delta$ 邻域,点 $a$ 称为邻域的中心,$\delta$ 称为邻域的半径.

由绝对值的概念可知,不等式 $|x-a|<\delta$ 与不等式 $-\delta<x-a<\delta$ 是等价的,因此有

$$a-\delta<x<a+\delta.$$

从而点 $a$ 的 $\delta$ 邻域可以表示为区间 $(a-\delta, a+\delta)$,如图 1.2 所示.

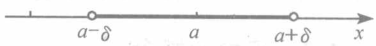


图 1.2

**例 1.2** 用区间表示点 2 的 0.01 邻域.

**解** 由 $|x-2|<0.01$ 解得

$$-0.01<x-2<0.01,$$

即 $1.99<x<2.01$ 为点 2 的 0.01 邻域,其区间表示形式是 $(1.99,2.01)$.

在微积分中常用到点 $a$ 的 $\delta$ 去心邻域

$$\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta).$$

#### 练 习 1.1

1. 用区间表示 $x$ 的允许值:

(1) $x^2\leqslant 16$;

(2) $|2x-1|<2$;

(3) $\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x}\geqslant 0$;

(4) $|x+1|>3$;

(5) $\begin{cases} x+3\geqslant 2, \\ x\neq 0. \end{cases}$

2. 用区间表示点 1 的 0.02 邻域.

## 1.2 函数概念

### 1.2.1 常量与变量

在研究各种自然现象与经济问题时,会遇到各种各样的量,其中有些量是变化的,也就是可以取不同的数值;而有的量则在整个变化过程中保持一个固定的值不变. 例如,飞机由南昌飞往北京的途中,飞机上的乘客人数一直保持不变,而飞机与

北京的距离却在不断地改变. 又例如，在讨论某种产品的总成本时，我们把总成本分成两部分，一部分是固定成本，它是由折旧费、车间经费及企业管理费等构成，这些费用不随产品产量的增减而变化；另一部分是变动成本，它是由原材料费，动力费和工人工资等构成，这些费用随着产品产量的增减而变化.

在某一过程中，始终保持同一数值的量称作常量；可以取不同数值的量称作变量.

常量通常用字母 $a,b,c,\cdots$ 表示，变量通常用字母 $x,y,z,\cdots$ 表示.

必须注意，一个量是常量还是变量，是相对于某一过程而言的. 因此一个量在某种情况下可以认为是常量，而在另一种情况下，就有可能是变量.

### 1.2.2 函数的概念

1. 函数的定义

在同一个实际问题中，往往同时有几个变量在变化，而且它们之间存在着确定的依赖关系，具有一定的变化规律. 例如，

圆的面积 $S$ 与它的半径 $R$ 的关系是

$$S=\pi R^2.$$

当半径 $R$ 在 $(0,+\infty)$ 内任取一个具体数值，根据上面的依赖关系，$S$ 就可以得到一个确定的值与之对应.

**定义 1.1** 设 $x$ 与 $y$ 是两个变量，当变量 $x$ 在范围 $D$ 内任取一个确定的值时，变量 $y$ 按照一定的对应规则 $f$，总有唯一确定的值与之对应，则称变量 $y$ 是变量 $x$ 的函数，记作

$$y=f(x),\quad x\in D,$$

其中 $x$ 称为自变量，自变量 $x$ 的取值范围 $D$ 称为函数的定义域，$y$ 称为因变量，$f$ 称为函数关系或对应关系.

对于自变量在定义域内取定某一值 $x_0$，应变量 $y$ 按照函数关系 $f$ 的对应值称为函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的函数值，记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$.

当 $x$ 取遍定义域中每个值时，所有函数值的全体称为函数的值域，记作 $Z$.

定义域与对应关系是构成函数的两个基本要素，只有定义域与对应关系都相同的两个函数才是相同的函数. 当然，定义域不能是空集.

2. 函数的定义域

函数的定义域就是自变量的取值范围，它是由两个方面来确定的.

对于由实际问题得到的函数，其定义域由实际问题的条件来确定.

**例 1.3** 圆面积 $S$ 为圆半径 $R$ 的函数 $S=\pi R^2$，因半径必须为正数，所以函数

的定义域为

$$D=(0,+\infty).$$

对于未说明实际背景的函数表达式，如不作特别说明，那么函数的定义域就是使 $f(x)$ 有意义的全体 $x$ 的集合，通常称其为自然定义域。

自然定义域考察以下几种情况：

(1) 分母不等于零；

(2) 负数不能开偶次方；

(3) 对数的真数大于零；

(4) $\tan x$ 中的 $x$ 必须 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，$\cot x$ 中的 $x$ 必须 $x\neq k\pi$（$k$ 为整数）；

(5) 反正弦函数 $y=\arcsin x$ 和反余弦函数 $y=\arccos x$ 中的 $x$ 必须满足 $-1\leqslant x\leqslant 1$.

**例 1.4** 确定 $y=\arcsin\frac{x-1}{2}$ 的定义域.

**解** 由 $-1\leqslant\frac{x-1}{2}\leqslant 1$，得 $-1\leqslant x\leqslant 3$，所以函数的定义域为 $[-1,3]$.

**例 1.5** 确定 $y=\frac{1}{\lg(x-1)}+\sqrt{4-x}$ 的定义域.

**解** 由 $\begin{cases}\lg(x-1)\neq 0,\\ x-1>0,\\ 4-x\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq 2,\\ x>1,\\ x\leqslant 4.\end{cases}$ 所以函数的定义域为 $(1,2)\cup(2,4]$.

**例 1.6** 判断 $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$ 是否为相同的函数.

**解** $y=x$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，而 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，因为它们定义域不同，所以不是相同的函数(图 1.3，图 1.4).

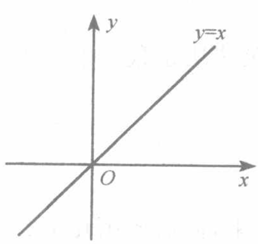


图 1.3

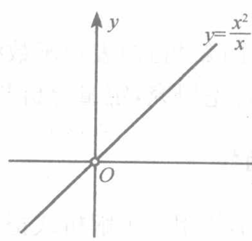


图 1.4

3. 函数关系 $f$

函数 $y=f(x)$ 中的符号“$f$”表示给定的对应规则，如果给定的是某个具体的

运算规则，则对 $y=f(\quad)$ 的括号中的数值、字母、数学式子(在定义域之内)施行这个给定的运算.

例如，设 $f(x)=x^2-x$，其运算规则看成是

$$f(\quad)=(\quad)^2-(\quad).$$

于是

$$f(2)=2^2-2=2,$$
$$f(a^2)=(a^2)^2-a^2=a^4-a^2,$$
$$f(-x)=(-x)^2-(-x)=x^2+x,$$
$$f[f(x)]=f(x^2-x)=(x^2-x)^2-(x^2-x)=x^4-2x^3+x.$$

如果在一个问题中同时讨论几个不同的函数，常用不同的符号来表示，如 $g(x)$，$\phi(x)$ 等.

### 1.2.3　函数的表示法

函数的表示方法有以下三种：

1. 表格法

把自变量的一系列值与对应的函数值列成表格. 如对数表、三角函数表.

2. 图示法

在坐标系中用图形表示函数的方法. 在直角坐标系下，$y=f(x)$ 的图形是以 $x$ 的值为横坐标，$y$ 的对应值为纵坐标的一个平面点集，通常为曲线. 如函数 $y=x^2$ 就是一条抛物线的图形.

3. 公式法

用数学式子(解析式)表示函数的一种方法. 公式法是数学中的主要方法，它便于对函数进行理论研究，定量分析和运算.

### 1.2.4　分段函数

有的函数不能用一个解析式把它全部表示出来，而需要用几个解析式表示，这种函数称为分段函数. 如(图 1.5)

$$f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ x^2, & x<0.\end{cases}$$

分段函数是一个函数，所以它只有一个定义域. 其中定义域所分成的区间称为分

段区间,分段区间的端点称为分段点.在计算分段函数的函数值时,应根据自变量取值所属分段区间对应的解析式来计算函数值.

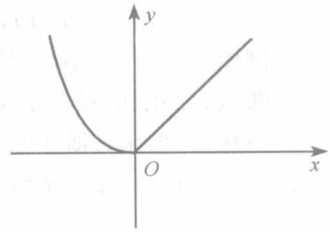

图 1.5

**例 1.7**

$$f(x)=\begin{cases}x+1, & -1<x<0,\\ 0, & x=0,\\ x-1, & 0<x<1.\end{cases}$$

求 $f(x)$的定义域,$f\left(-\frac{1}{2}\right)$,$f(0)$,$f\left(\frac{1}{2}\right)$,并画出函数的图形.

**解** $f(x)$的定义域是$(-1,1)$,

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2},$$
$$f(0)=0,$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}.$$

函数图形如图 1.6 所示.

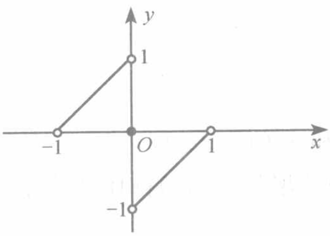

图 1.6

## 练 习 1.2

1. 确定下列函数定义域:

(1) $y=\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$;　(2) $y=\frac{x-1}{x^2-3x+2}$;

(3) $y=\sqrt{1-x}+\arccos\frac{x-2}{3}$;　(4) $y=\sin\frac{1}{x}-2^{\sqrt{x+1}}$;

(5) $y=\frac{\sqrt{4-x}}{\lg(x-2)}$.

2. 已知 $f(x)=x^2-x+1$,求 $f(0)$,$f(-2)$,$f(-x)$,$f\left(\frac{1}{x}\right)$,$f(x+1)$.

3. 已知 $f(x)=x^2$,求 $f(x+\Delta x)-f(x)$.

4. $f(x)=\begin{cases}2x+1, & -1\leqslant x<1,\\ \frac{1}{x}, & 1<x<4,\end{cases}$ 确定 $f(x)$的定义域,并求 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$,$f(0)$,$f(3)$.

# 1.3 函数的基本性质

## 1.3.1 奇偶性

**定义 1.2** 如果函数 $f(x)$对定义域内所有 $x$,

(1) $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$为偶函数;

(2) $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

例如，$y=x^2$，$y=\cos x$ 是偶函数；$y=x^3$，$y=\sin x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$ 都是奇函数.

偶函数的图形对称于 $y$ 轴，奇函数的图形对称于原点.

当然，许多函数既不是奇函数，也不是偶函数，我们称其为非奇非偶函数. 例如，$y=x^3+1$，$y=\lg x$ 等都是非奇非偶函数.

**例 1.8**　判别函数 $y=\dfrac{a^x+1}{a^x-1}$ 的奇偶性.

**解**　因为 $f(-x)=\dfrac{a^{-x}+1}{a^{-x}-1}=\dfrac{1+a^x}{1-a^x}=-\dfrac{a^x+1}{a^x-1}=-f(x)$，所以函数 $y=\dfrac{a^x+1}{a^x-1}$ 是奇函数.

### 1.3.2　单调性

**定义 1.3**　函数 $f(x)$ 对区间 $(a,b)$ 的任意两点 $x_1$ 和 $x_2(x_1<x_2)$，

(1) 如果 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 单调增加，$(a,b)$ 称作 $f(x)$ 的单调增加区间；

(2) 如果 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 单调减少，$(a,b)$ 称作 $f(x)$ 的单调减少区间.

单调增加函数的图形沿 $x$ 轴正向上升(图 1.7)；单调减少函数的图形沿 $x$ 轴正向下降(图 1.8).

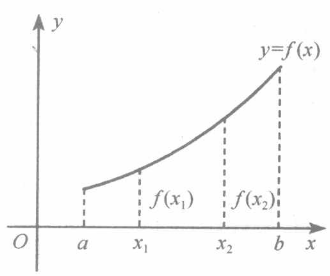


图 1.7

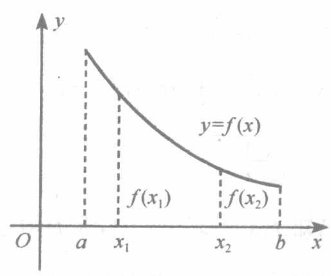


图 1.8

**例 1.9**　证明 $f(x)=2x+3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调增加.

**证**　在 $(-\infty,+\infty)$ 内任取两点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，

$$f(x_2)-f(x_1)=(2x_2+3)-(2x_1+3)=2(x_2-x_1)>0,$$

即 $f(x_1)<f(x_2)$，所以 $f(x)=2x+3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调增加.

函数只有在整个定义域都是单调增加(减少)，才能称其为单调函数，否则它不是单调函数. 例如，函数 $y=x^2$ 在 $(-\infty,0)$ 是单调减少的，在 $(0,+\infty)$ 是单调增加的，但它在整个定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调函数.

### 1.3.3 有界性

**定义 1.4** 设函数 $f(x)$在区间$(a,b)$内有定义，如果存在一个正数 $M$，使得对$(a,b)$内的一切 $x$，恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$在$(a,b)$内有界. 否则称为无界.

例如，函数 $y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$是有界的，因对任意实数 $x$，都有$|\sin x|\leqslant 1$成立.

又如函数 $y=\dfrac{1}{x}$，当$1<x<+\infty$时，$\left|\dfrac{1}{x}\right|<1$，所以函数 $y=\dfrac{1}{x}$在$(1,+\infty)$有界；当 $0<x<1$ 时，$1<\left|\dfrac{1}{x}\right|<+\infty$，所以函数 $y=\dfrac{1}{x}$在$(0,1)$无界.

### 1.3.4 周期性

**定义 1.5** 如果存在正数 $T$，使得函数 $f(x)$对定义域内任意 $x$，恒有

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $f(x)$为周期函数，满足这个等式的最小正数 $T$ 称为函数的周期.

$y=\sin x$，$y=\cos x$ 都是以 $2\pi$ 为周期的周期函数；$y=\tan x$，$y=\cot x$ 都是以 $\pi$ 为周期的周期函数.

周期函数的图形沿 $x$ 轴方向周期性地重复出现.

#### 练 习 1.3

1. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $y=\mathrm{e}^{-x^2}$；　　(2) $y=x^3+x+1$；

(3) $y=x^4\sin x$；　　(4) $y=\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$.

2. 设下面所考虑的函数的定义域都是$(-L,L)(L>0)$，证明：

(1) 两个偶函数之和是偶函数；两个奇函数之和是奇函数.

(2) 两个偶函数之积是偶函数；两个奇函数之积是偶函数；偶函数与奇函数之积是奇函数.

3. 判断函数 $y=x^3$ 在定义域内是否单调，是否有界.

## 1.4 反 函 数

函数关系中的两个变量，一个是自变量，另一个是因变量，但在实际问题中，两个变量中哪个作自变量，哪个作因变量，不是绝对的.

例如，正方体体积 $V$ 与边长 $x$ 的函数关系是 $V=x^3(x>0)$；而边长 $x$ 与正方

体体积的函数关系是 $x=\sqrt[3]{V}$，这两个函数自变量与因变量互换，函数关系可逆，那么我们称它们互为反函数.

**定义 1.6**　设函数 $y=f(x)$，$y\in \mathbf{Z}$，如果 $\mathbf{Z}$ 中每一个 $y$ 值，都可以从 $y=f(x)$ 唯一确定一个 $x$ 的值，那么这个以 $y$ 为自变量，$x$ 为因变量的函数就称作 $y=f(x)$，$x\in D$，$y\in \mathbf{Z}$ 的反函数，记作

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in \mathbf{Z}, x\in D.$$

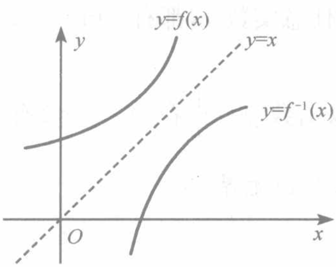


图 1.9

相应地，$y=f(x)$ 称作直接函数，显而易见，$y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 互为反函数.

习惯上以 $x$ 表示自变量，以 $y$ 表示因变量，因此 $y=f(x)$ 的反函数常写作 $y=f^{-1}(x)$. 在同一直角坐标系中，反函数 $y=f^{-1}(x)$ 与直接函数 $y=f(x)$ 的图形是关于直线 $y=x$ 对称的(图 1.9).

**例 1.10**　求 $y=2^{x+1}$ 的反函数.

**解**　由 $y=2^{x+1}$ 得到

$$x+1=\log_2 y \quad 即\ x=\log_2 y-1.$$

将 $x$ 与 $y$ 字母互换，则 $y=2^{x+1}$ 的反函数是 $y=\log_2 x-1$.

一个函数如果有反函数，它们必定是一一对应的函数关系. 也就是说，一一对应的函数才有反函数. 例如，$y=x^2$，$x\in(-\infty,+\infty)$ 不是一一对应的函数关系，所以它没有反函数；而在 $(0,+\infty)$ 内，$y=x^2$ 有反函数 $y=\sqrt{x}$；在 $(-\infty,0)$，$y=x^2$ 有反函数 $y=-\sqrt{x}$.

正弦函数 $y=\sin x$，$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，$y\in[-1,1]$ 的反函数是反正弦函数 $y=\arcsin x$，$x\in[-1,1]$，$y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$；余弦函数 $y=\cos x$，$x\in[0,\pi]$，$y\in[-1,1]$ 的反函数是反余弦函数 $y=\arccos x$，$x\in[-1,1]$，$y\in[0,\pi]$；正切函数 $y=\tan x$，$x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$y\in(-\infty,\infty)$ 的反函数是反正切函数 $y=\arctan x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$；$y=\cot x$，$x\in(0,\pi)$，$y\in(-\infty,+\infty)$ 的反函数是反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,\pi)$.

## 练　习　1.4

求下列函数的反函数：

(1) $y=x^3+2$；　　　　(2) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$；