

高等学校统编教材

动力机械强度

王明武 主编

国防工业出版社

TK05
W31

425303

动力机械强度

王明武 主编

国防工业出版社

田宝荣

内 容 简 介

本书系统而综合地介绍了动力机械强度方面的基本理论、计算方法以及实验应力分析等。主要内容有：动力机械力学，动力机械振动，疲劳强度计算，可靠性设计，动力机械主要零部件的有限元分析和实验应力分析等。

本书可作为高等院校动力机械工程专业、船舶动力机械专业和通用机械工程专业本科生的教材或参考书，也可作为内燃机、涡轮机和船舶动力装置等专业本科生和研究生的参考书，并可供从事上述各专业的工程技术人员参考。

动力机械强度

王明武 主编

国防工业出版社出版

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张16³/₄ 384千字

1990年10月第一版 1990年10月第一次印刷 印数：001—620册

ISBN 7-118-00691-2/TK·16 定价：3.35元

出版说明

根据国务院国发[1978]23号文件批转试行的“关于高等学校教材编审出版若干问题的暂行规定”，中国船舶工业总公司承担了全国高等学校船舶类专业教材的编审、出版的组织工作。自1978年以来，完成了两轮教材的编审、出版任务，共出版船舶类专业教材116种，对解决教学急需，稳定教学秩序，提高教学质量起到了积极作用。

为了进一步做好这一工作，中国船舶工业总公司成立了“船舶工程”、“船舶动力”两个教材委员会和“船电自动化”、“惯性导航及仪器”、“水声电子工程”、“液压”四个教材小组。船舶类教材委员会（小组）是有关船舶类专业教材建设的研究、指导、规划和评审方面的业务指导机构，其任务是为作好高校船舶类教材的编审工作，并为提高教材质量而努力。

中国船舶工业总公司在总结前两轮教材编审出版工作的基础上，于1986年制订了《1986年—1990年全国高等学校船舶类专业教材选题规划》。列入规划的教材、教学参考书等共166种。本规划在教材的种类和数量上有了很大增长，以适应多层次多规格办学形式的需要。在教材内容方面力求做到两个相适应：一是与教学改革相适应；二是与现代科学技术发展相适应。为此，教材编审除贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则以外，还注意了加强实践性教学环节，拓宽知识面，注重能力的培养，以适应社会主义现代化建设的需要。

这批教材由各有关院校推荐，同行专家评阅，教材委员会（小组）评议，完稿后又经主审人审阅，教材委员会（小组）复审。本规划所属教材分别由国防工业出版社、人民交通出版社以及各有关高等学校的出版社出版。

限于水平和经验，这批教材的编审出版工作还会有许多缺点和不足，希望使用教材的单位和广大师生积极提出宝贵意见，以便改进工作。

中国船舶工业总公司教材编审室

1988年3月

前 言

动力机械零部件的设计,越来越要求结构轻巧、安全可靠和经久耐用。为此,若沿用以往传统的经验设计方法是很难达到的,急待采用建立在新理论、新方法和新的实验技术基础之上的现代化设计方法才能完满的得以实现。

为适应机械产品逐步由传统的合格设计向现代设计过渡,近年来机械强度学科的发展相当迅速。对于机械产品的设计和结构强度方面的研究,无论在深度和广度方面都达到了一个新的水平。本书涉及的,诸如动力机械振动的基本理论和振型模式、机械零部件的疲劳裂纹理论及其疲劳寿命预测、可靠性设计和安全系数统计分析、零部件结构强度的有限元法分析以及激光光弹全息干涉法分析等,均系现代设计的重要方面。

本书是作者在近几年教学和科研工作中积累的一些实践经验和技术资料的基础上撰写而成的。在成书过程中努力做到如下几个方面:

1. 力求全书结构严谨,文字简练,物理概念清晰,深入浅出,理论联系实际。
2. 在全书的编排中摒弃了由具体结构到计算模型和计算方法,代之以由基本理论到典型结构和实例的分析应用,加强了理论性和系统性,将动力机械中的内燃机、涡轮机及其装置的结构强度问题有机地联系起来。
3. 全书在加强系统性和完整性的前提下,各章又具有一定的独立性,便于读者自学。

4. 全书内容主要针对动力机械的结构强度特点,又顾及通用机械方面的要求。因此本书的知识面颇宽,内容颇丰,不仅可作为动力机械工程专业的教材和参考书,而且可作为船舶动力机械专业和通用机械工程专业的参考书,以及可供从事上述各专业的工程技术人员参考。

参加本书撰写的共三人,王明武撰写第2至第4章,张锡良撰写第1章和第5章,黄大朗撰写第6章。

本书由华南理工大学丘必达教授主审,参加审稿的还有上海交通大学陈大荣教授和北京理工大学吴兆汉教授。借此机会,向上述同志致以衷心的感谢。

由于国内外目前尚未见到系统论述动力机械强度的专著可供编写时参考,加之作者水平有限,书中缺点和漏误在所难免,恳望广大读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 动力机械力学	1
§ 1-1 回转机的力学分析	1
§ 1-2 往复机的力学分析	11
第二章 动力机械振动	18
§ 2-1 振动的基本理论	18
§ 2-2 轴系振动	30
§ 2-3 叶片振动	44
§ 2-4 内燃机的机体振动	59
第三章 疲劳强度计算	70
§ 3-1 疲劳破坏的特征及断口分析	70
§ 3-2 疲劳裂纹的扩展	79
§ 3-3 金属材料的疲劳极限	87
§ 3-4 影响疲劳强度的一些主要因素	94
§ 3-5 稳定变应力下的疲劳强度计算	101
§ 3-6 非稳定变应力下的疲劳强度计算	104
§ 3-7 疲劳寿命计算	112
§ 3-8 低周疲劳计算	117
第四章 机械强度的可靠性设计	125
§ 4-1 可靠性的基本概念	125
§ 4-2 可靠性设计的常用分布形式	131
§ 4-3 机械强度的可靠性设计	144
§ 4-4 可靠性设计的几个实例	173
第五章 应用有限元法分析动力机械主要零部件的结构强度	183
§ 5-1 平面应力分析	183
§ 5-2 轴对称应力分析	197
§ 5-3 透平叶根和轮缘的强度计算	203
§ 5-4 透平转子计算	209
§ 5-5 内燃机曲轴的强度计算	210
§ 5-6 内燃机连杆的有限元计算	214
§ 5-7 内燃机活塞的有限元计算	219
第六章 动力机械的实验应力分析	223
§ 6-1 电阻应变分析法	223
§ 6-2 光弹性试验方法	240
§ 6-3 激光光弹全息干涉法	250
参考文献	258

第一章 动力机械力学

§ 1-1 回转机的力学分析

叶片是回转动力机——汽轮机的主要零件之一。它的作用是将高速气流所含的能量转变为机械能。为了保证能量顺利并最大限度地转变为有用功，要求叶片具有良好的气动力学特性。同时，叶片工作的安全性或可靠性关系到整个汽轮机装置的安全性。为此，本节从力学角度对回转机的叶片作一力学分析。

一、叶片的受力

当叶片工作时，作用在叶片上的力主要有两种，一是由于叶轮高速旋转时叶片自身和围带、拉金产生的离心力；二是气流流过叶片时产生的气流作用力。

离心力与转速平方成正比，因此，变转速涡轮机应以最高转速计算其离心力。

作用在叶片上的气流力是随时间变化的。当气流流过每对叶片间的曲线流道时，沿叶片压力面（凹面）作用着一个离心力。因为流体受到限制，沿离心力作用方向不能自由运动，所以必然建立一个静压来平衡离心力，并使流体拐弯流过曲线通道。压力方向垂直于流动的流体，指向吸力面（凸面）。于是流道内的压力在压力面最高，吸力面最低。

叶片表面所形成的静压分布如图1-1所示。图中表示了叶片表面压力沿轴向距离的分布规律。叶片进气边或在它的附近有一个滞止点。在滞止点，气流速度为零，而静压强达到滞止值。滞止点是流体绕叶片两侧流动的分界点。从滞止点开始，压强沿叶片表面朝出汽边逐渐下降。吸力面的压强常下降到低于出口压强，而后又增加并恢复到出口压强。图1-1所示的压强分布曲线称为叶片负荷图，两曲线间的面积代表作用在切线方

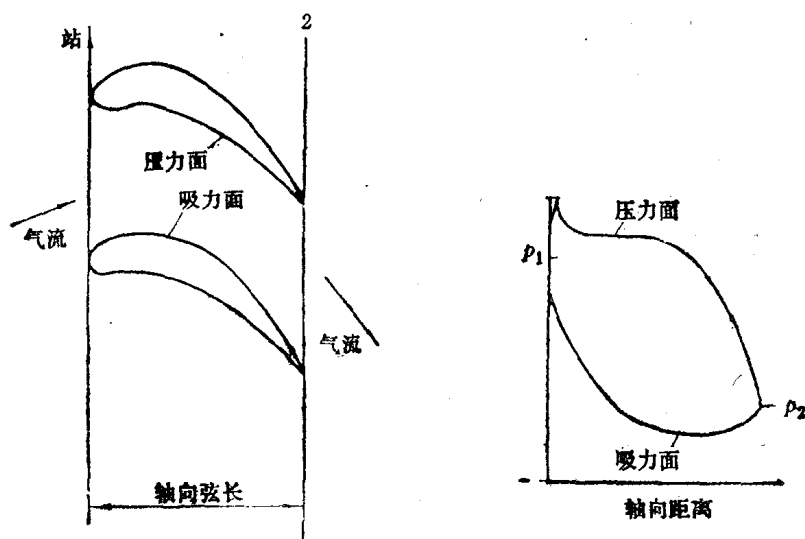


图1-1 叶列及其表面的静压分布

向的叶片力。它可以看作是不随时间变化的平均值分量和随时间变化的分量所组成。平均值分量在叶片中产生静弯曲应力，而变化的分量引起叶片的振动。由于气流力是随涡轮机工况变化的，所以当计算叶片弯曲时，应选择气流力最大的工况作为计算工况。

离心力和气流力也可能使叶片产生扭转并引起扭转应力。另外，叶片受热不均匀会引起热应力。但是，在一般情况下，扭转应力和热应力数值都较小，往往忽略不计。

二、叶片的离心力

1. 等截面叶片

等截面叶片沿叶高的各个截面所受的离心力是不相同的。因为作用在各个截面上的离心力由叶顶向底部逐渐增大，叶片底部截面承受了整个叶片型线部分产生的离心力。如图1-2所示，叶片底部截面所受的离心力为

$$C = \gamma F l \omega^2 R_p \quad (1-1)$$

式中 C ——叶片离心力，N；
 F ——叶片的横截面积， cm^2 ；
 l ——叶片工作部分高度，cm；
 γ ——叶片材料密度， kg/cm^3 ；
 R_p ——叶片型线部分的平均半径，m；
 ω ——叶轮旋转角速度 ($\omega = \pi n / 30$ ， n 为转速， r/min)。

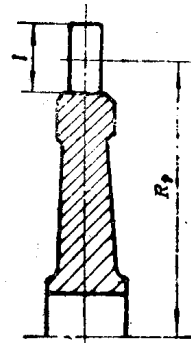


图1-2 等截面叶片

叶片装有围带和拉金时，如图1-3(a)、1-3(b)所示，围带和拉金的离心力在叶

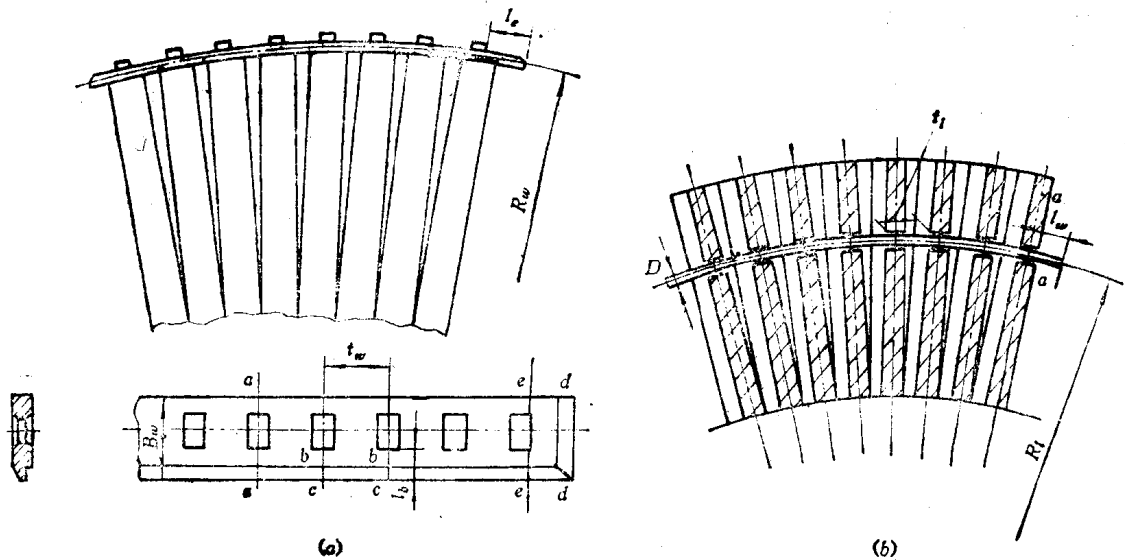


图1-3 装有围带及拉金的叶片组

(a) 装有围带的叶片组；(b) 装有拉金的叶片组。

片型线底部也产生相同的拉力效应。围带和拉金的离心力分别为

$$C_w = \gamma \omega^2 F_w t_w R_w \quad (1-2)$$

$$C_l = \gamma \omega^2 F_l t_l R_l \quad (1-3)$$

式中 F_w, F_l ——围带和拉金的横截面积,

t_w, t_l ——围带和拉金的节距;

R_w, R_l ——围带和拉金的重心回转半径。

作用在叶片型线底部的离心力之和为

$$\Sigma C_0 = C + C_w + \Sigma C_l \quad (1-4)$$

式中 ΣC_l ——多排拉金的离心力之和。

2. 变截面叶片

对于 $D_p/l < 10$ 的级, 由于叶片较长, 叶型顶部和叶型底部圆周速度相差较大, 沿叶高反动度迅速增加, 叶片进气角沿叶高也急剧增大。因此, 无论从提高气动效率方面考虑, 还是从强度方面着眼, 都需要采用变截面叶片。从气动力学方面考虑, 应该使叶型沿叶高变化; 从强度方面看, 也应使叶片截面积由叶顶向叶底逐渐增大。因为叶片离心力是由叶顶向叶底逐渐增加的。在等截面的情况下, 其底部截面将承受最大的离心力, 而叶片上部截面所承受的离心力较小, 其叶顶材料将得不到充分利用。当叶片较长时, 离心力变化较大, 矛盾更加突出。为此, 叶片应设计成沿叶高截面面积和宽度逐渐减小的变截面叶片, 从而使叶片拉应力沿叶高基本上是相等的, 即所谓的等强度。这时, 也可以减小叶根、轮缘以及叶轮所承受的离心力载荷。

对于变截面叶片, 其各截面上的离心力可按下述方法求得。

如图1-4所示, 在距离叶片底部截面 x 处取一微段 dx , 设其截面积为 $F(x)$, 则微段 dx 的离心力为

$$dC = \gamma \omega^2 F(x) (R_g + x) dx$$

式中 R_g ——叶片底部截面的回转半径。

作用在距离叶片底部截面为 x 的截面上的叶片离心力为

$$C_x = \int_x^l \gamma \omega^2 F(x) (R_g + x) dx$$

在叶型底部截面上, 作用着整个叶片型线部分的离心力, 其值为

$$C = \gamma \omega^2 \int_0^l F(x) (R_g + x) dx \quad (1-5)$$

由上式可知, 离心力与叶片材料的密度 γ 、叶轮旋转角速度 ω 的平方及截面沿叶高的变化规律 $F(x)$ 有关。

叶片型线沿叶高的变化规律是从气动力学角度考虑而设计的。当已知相应的叶片型线截面沿叶高的变化规律时, 亦往往难以用数学解析式表达并进行相应的积分运算。这时, 可根据截面积沿叶高的变化曲线, 采用数值积分近似计算各截面所承受的离心力。为此, 可将叶片沿叶高等分为若干段 (一般可取5~10段), 设每段长度为 Δx , 若以 j 表示段号, 以 i 表示截面号, 如图1-5所示, 则任意一段的离心力为

$$\Delta C = \gamma \omega^2 \Delta V_j R_j = \gamma \omega^2 F_j(x) \cdot \Delta x \cdot R_j \quad (1-6)$$

式中 ΔV_j ——第 j 段的体积, $\Delta V_j = F_j(x) \cdot \Delta x$;

$F_j(x)$ ——第 j 段的平均截面积, 即 $F_j(x) = \frac{1}{2} (F_i + F_{i+1})$;

R_j ——该段重心的回转半径 (如图1-5所示)。

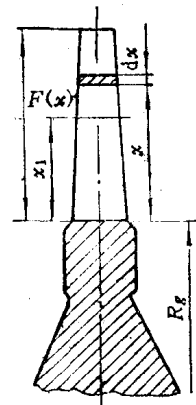


图1-4 变截面叶片

在距叶片型线底部为 x_i 的 i 截面上, 其承受的离心力应为该截面以上各段 (j 至 n) 叶片离心力之和, 即

$$C_i = \gamma \omega^2 \sum_j^n F_j(x) \cdot \Delta x \cdot R_j \quad (1-7)$$

式中 n —— 分段总数。

$$\text{令} \quad V_j = \sum_j^n F_j(x) \cdot \Delta x \quad (1-8)$$

为 i 截面以上部分叶型的体积, 并以 R_b 表示该体积重心的回转半径, 则式 (1-7) 可改写为

$$C_i = \gamma \omega^2 \sum_j^n F_j(x) \cdot \Delta x \cdot R_j = \gamma \omega^2 V_j R_b \quad (1-9)$$

则

$$R_b = \frac{\sum_j^n F_j(x) \cdot \Delta x \cdot R_j}{V_j} = \frac{\sum_j^n F_j(x) R_j}{\sum_j^n F_j(x)} \quad (1-10)$$

式中, R_j 为各小段重心的回转半径, 由图1-5可知, $R_j = R_g + x_j$, 故式 (1-10) 可改写为

$$R_b = R_g + \frac{\sum_j^n F_j(x) x_j}{\sum_j^n F_j(x)} \quad (1-11)$$

而 x_j 为 j 段重心至叶片底部截面的距离, 可由下式表示

$$x_j = S_j + \sum_0^{j-1} \Delta x \quad (1-12)$$

其中, S_j 为 j 段重心至下底之距离。由梯形重心公式可知

$$S_j = \frac{(F_j + 2F_{j+1}) \cdot \Delta x}{3(F_j + F_{j+1})} \quad (1-13)$$

根据式 (1-7)~(1-13) 即可计算叶片型线高度方向任意截面上所承受的离心力。

三、由气流产生的叶片弯矩

作用在叶片上的气流力可以分解为圆周分力 P_u 和轴向分力 P_a 。圆周力 P_u 可由动量方程或级的轮周功率确定, 并由此得到气流对每个叶片的周向力为

$$P_u = \frac{G}{Z_2 e} (C_{1u} - C_{2u}) \quad (1-14)$$

或

$$P_u = \frac{G h_0 \eta_u}{u Z_2 e} = \frac{1000 N_u}{u Z_2 e} \quad (1-15)$$

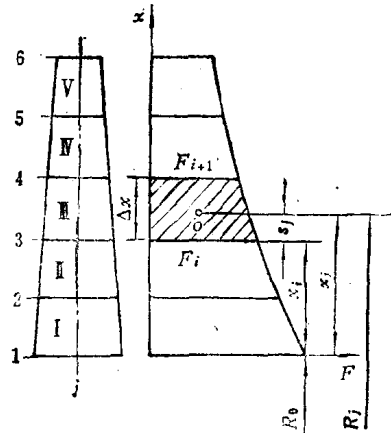


图1-5 变截面叶片分段图

式中 P_u ——气流周向力, N;
 G ——通过级的气体质量流量, kg/s;
 N_u ——级的轮周功率, kW;
 h_0 ——级的绝热焓降, J/kg;
 C_{1u} , C_{2u} ——进出口气流周向速度, m/s;
 η_u ——级的轮周效率;
 e ——部分进气度;
 Z_2 ——动叶片数目;
 u ——平均圆周速度, m/s。

应用式 (1-14) 计算叶片的周向力 P_u 时, 应注意圆周速度 C_{2u} 的方向, 当 C_{2u} 的方向与 C_{1u} 的方向相反即在级的速度三角形中 $\alpha_2 < 90^\circ$ 时, C_{2u} 应以负值代入 (如图 1-6 所示)。

叶片所受的轴向力可由轴向分量的气体动量变化和叶片前后的静压差确定。每个叶片所受的轴向力为

$$P_a = \frac{G}{\varepsilon Z_2} (C_{1a} - C_{2a}) + (p_1 - p_2) t l \quad (1-16)$$

式中 C_{1a} , C_{2a} ——叶片进出口气流轴向分速度, m/s;
 p_1 , p_2 ——叶片前后气体静压力, MPa;
 t ——叶片节距, m;
 l ——叶型高度, m。

作用在叶片上的气流力是随透平工况而变化的。按上述公式计算周向力 P_u 和轴向力 P_a 时, 应选择气流力达最大值的工况, 通常该工况是透平的最大负荷工况。但对喷嘴调节的调节级, 危险工况是当第一个气阀全开而其余调节阀全关的工况, 此时, 该级的焓降最大, 部分进气度则为最小。

作用在叶片上的气流力是周向力 P_u 和轴向力 P_a 的合力, 其表达式为

$$P = \sqrt{P_a^2 + P_u^2}$$

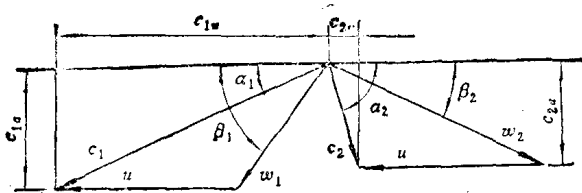


图1-6 级的速度三角形

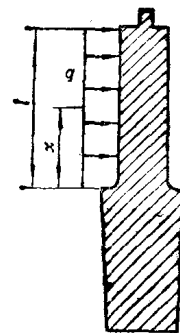


图1-7 叶片承受的气流力

实际上, 作用在叶片上的气流力是一种分布载荷。当 $D_p/l > 10$ 时, 由于叶片较短, 气流压力和速度沿叶高变化不大, 通常可认为气流力是均匀分布的。此时, 可将叶片看成是承受均布横向载荷而一端固定的悬臂梁, 如图 1-7 所示。其分布载荷集度为

$$q = P/l$$

离叶片底部截面距离为 x 处截面上的弯矩为

$$M(x) = \frac{q(l-x)^2}{2}$$

叶片底部截面 ($x=0$) 的弯矩为最大, 其值为

$$M_0 = ql^2/2 = Pl/2$$

通常, 为了决定截面中的最大弯曲应力, 必须找出通过截面形心 C 的最小主惯性轴 $I-I$ 以及与最小主惯性轴垂直的最大主惯性轴 $II-II$, 并计算在相应平面内的弯矩大小。实践证明, 对大多数叶片来说, 可以认为 $I-I$ 轴平行于叶片进出气边的连线 $m-n$, 如图1-8所示。于是, 力 P 在这两个主惯性轴方向的分力为

$$P_1 = P \cdot \cos \varphi$$

$$P_2 = P \cdot \sin \varphi$$

式中, φ 为合力 P 与 $II-II$ 轴之间的夹角, 其值为

$$\varphi = \beta - \arctan(P_u/P_v)$$

其中, β 角为 $II-II$ 轴与叶轮平面 (圆周方向) 的夹角。当叶片的安装角为 β_b 时, $\beta = 90^\circ - \beta_b$, 如图1-8所示。

在叶片底部截面, 二个主惯性轴平面内的弯矩分别为

$$M_1 = M_0 \cdot \cos \varphi = \frac{1}{2} Pl \cos \varphi$$

$$M_2 = M_0 \cdot \sin \varphi = \frac{1}{2} Pl \sin \varphi$$

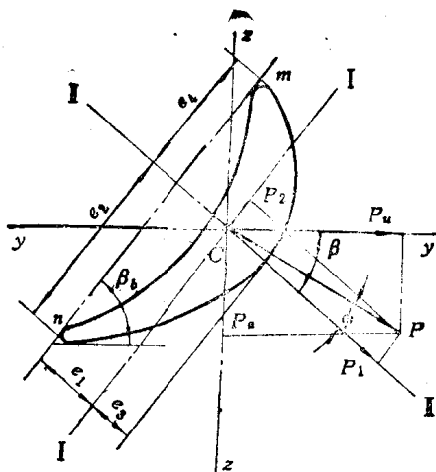


图1-8 气流对叶片的弯曲

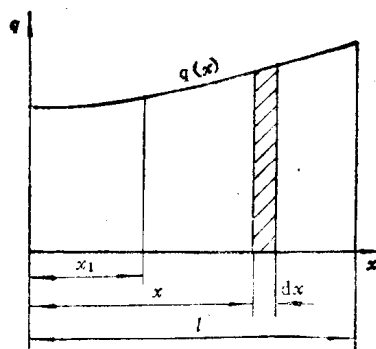


图1-9 气流载荷集度沿叶高的变化

对于冲击式叶片, 由于叶片较长, 通常应考虑气流力沿叶高的变化。这种变化是由于气体流量、反动度以及圆周速度沿叶高变化引起的。此时, 气流力作用在离叶片底部截面 x_1 处截面上的弯矩为 (参看图1-9)

$$M(x_1) = \int_{x_1}^l q(x)(x-x_1) dx$$

一种较简单的情况是载荷集度 $q(x)$ 沿叶高呈线性变化, 即

$$q(x) = \frac{q_1 - q_0}{l} x + q_0$$

式中, q_0 、 q_1 分别为叶片底部截面和顶部截面处的气流载荷集度。据此, 叶片底部截面处所承受的弯矩为

$$M_0 = \frac{q_0 + 2q_1}{6} l^2$$

当气流载荷集度沿叶高的变化规律无法用数学式表达时, $q(x)$ 、 $M(x)$ 通常可由数值积分法确定。

四、离心力对叶片产生的弯曲

离心力不但在叶片中产生拉伸, 而且当某一截面以上部分的叶片重心和叶轮旋转中心的连线不通过该截面的形心时, 离心力对该截面就是偏心拉伸, 即将对该截面产生由于偏心拉伸所产生的弯曲。

如图1-10所示, $a-a$ 截面的形心为 C , $a-a$ 截面以上部分叶片的重心位置为 G , 则 G 与叶轮旋转中心 S 的连线 SG 为离心力 C_i 的辐射线, 它与 $a-a$ 截面的交点为 E , C 与 E 不重合, 即离心力作用点 E 与 $a-a$ 截面的形心 C 不重合, $a-a$ 截面以上部分叶片产生的离心力 C_i 对 $a-a$ 截面就形成了偏心拉伸。离心力 C_i 引起的弯矩将使叶片背部受压, 使叶片进出气边受拉, 它所产生的弯曲应力与气流力引起的弯曲应力一致, 因而使总的弯曲应力增加。如果使叶片在反旋转方向平行移动一段距离, 使离心力的作用点 E 移到形心 C 的另一侧, 那么它所引起的弯矩刚好使叶片背部受拉, 使进出气边受压, 可以部分抵消气流力引起的弯曲应力。叶片合适的安装位置可以通过计算决定, 其主要内容是计算叶片在各种安装位置时离心力引起的附加弯曲应力, 并据此确定叶片的最佳安装位置。

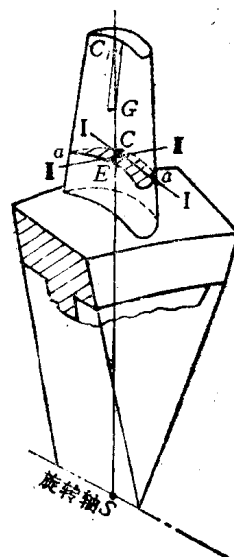


图1-10 叶片离心力产生的偏心拉伸

对于等截面叶片, 由于各截面形心的连线是一条直线, 如果使这条直线与叶片离心力的辐射线重合, 则离心力引起的附加弯曲应力等于零。在变截面叶片中, 由于截面积沿叶高方向是逐渐减小的, 根据气动力学要求, 沿叶片高度, 叶型的进出口角、安装角也是变化的。因此, 叶片各截面形心的连线沿叶高通常是一条空间曲线。事实上不可能使这条空间曲线的所有点都与离心力的辐射线重合。这就必然在叶片截面中产生由离心力偏心拉伸引起的弯曲应力。在较长的叶片中, 这种弯曲应力可能达到很大的数值。

对于任一截面, 由于离心力引起的弯矩可由计算决定。

五、围带、拉金对叶片弯矩的影响

叶片通常要由围带或拉金联成叶片组, 这会使叶片中由气流力造成的弯曲应力减小。这是因为叶片在气流力作用下产生变形时, 同时也迫使围带或拉金产生变形, 围带或拉

金抵抗变形必然会产生一反弯矩。围带或拉金的反弯矩可以抵消气流力对叶片弯矩的一部分，因而有减小气流力在叶片中产生弯曲应力的作用。只要求出反弯矩，就可求出叶片组中叶片所承受弯矩的相应弯曲应力。反弯矩可通过叶片及围带的变形求出。以下以围带为例，说明反弯矩的求法。

与分析单个叶片相类似，对于由围带联成的叶片组，近似认为气流力是作用在叶片截面的最大主惯性轴 I-I 平面内，即气流力与 I-I 轴的夹角 φ 等于零，因而叶片的弯曲平面就是 I-I 平面，即气流力的作用平面和弯曲平面都是 I-I 平面。这样叶片的弯曲变形只发生在最大主惯性轴 I-I 方向上。

在气流力作用下，叶片在过 I-I 轴而垂直于 I-I 轴的平面内的弯曲变形用 y 表示，叶轮平面与 I-I 轴间的夹角为 $\beta = 90^\circ - \beta_b$ ， β_b 为安装角，如图 1-8 所示。因此，可将叶片在 I-I 平面内的变形分解为叶轮平面内即 y_1 轴方向的变形 y_1 和垂直于叶轮平面即 z 轴方向的变形 y_2 ，如图 1-11(a) 所示。其中， y_1 、 y_2 与 y 的关系为

$$y_1 = y \cos \beta$$

$$y_2 = y \sin \beta$$

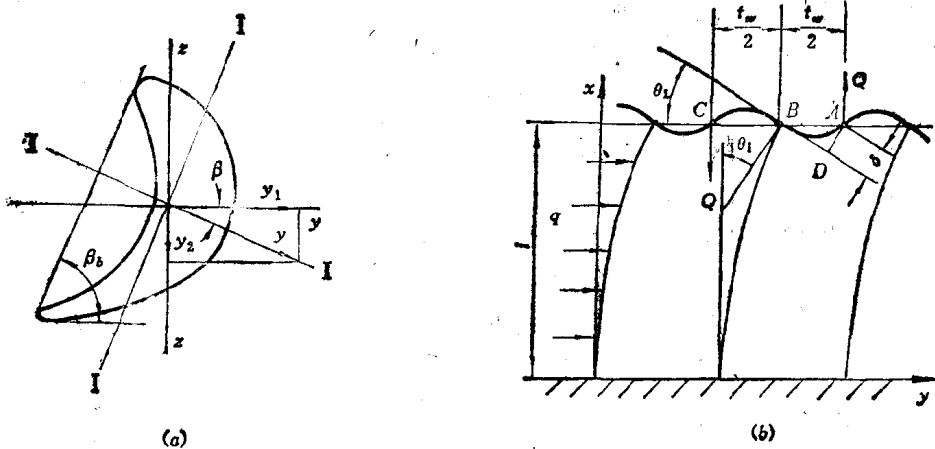


图1-11 叶片与围带的弯曲变形

围带固定处，叶片挠度曲线在 I-I 平面内的转角 θ 为

$$\theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{dy(l)}{dx}$$

同样，转角 θ 也可以分解为叶轮平面内的转角 θ_1 和轴向平面内的转角 θ_2 ，即

$$\theta_1 = \frac{dy(l)}{dx} \cos \beta \quad (1-17)$$

$$\theta_2 = \frac{dy(l)}{dx} \sin \beta \quad (1-18)$$

叶片在叶轮平面内的变形将使围带沿圆周方向有弯曲成波浪形的变形， θ_1 决定了围带的弯曲程度，如图 1-11(b) 所示。叶片在垂直于叶轮平面的平面内的变形以及叶顶的转角 θ_2 只引起整个围带在轴向倾斜一个角度，并不在围带中引起变形和产生相应的应力。

在整个围带上取一段分离体，其两端为围带弯曲变形的转折点 A 和 C，如图 1-11(b) 所示。分离体的长度为一个节距 t_w 。在围带弯曲的转折点 A、C，其挠度曲线的二

阶导数 $\frac{d^2x}{dy^2} = 0$, 故 A 、 C 两点沿圆周方向的弯矩 $M = EJ \frac{d^2x}{dy^2} = 0$, 在 A 、 C 两点上只作用有剪力 Q 。显然, 在叶轮平面内, 围带作用在叶片上的反弯矩 M_{w1} 等于 A 和 C 点的切力 Q 对叶顶 B 点的力矩之和, 即

$$M_{w1} = 2Qt_w/2 = Qt_w \quad (1-19)$$

式中, Qt_w 的值可通过围带的变形求出。为此, 假定叶片与围带为刚性连接, 并将 AB 段视为 B 端固定的悬臂梁, 则作用有集中力 Q 的端点 A 的挠度为

$$\delta = \frac{Q(t_w/2)^3}{3E_w I_w} = \frac{Qt_w^3}{24E_w I_w} \quad (1-20)$$

式中 E_w ——围带材料的弹性模量;

I_w ——围带横截面的惯性矩。

根据几何关系, 在 $\triangle ABD$ 中, 有

$$\delta = (t_w/2) \cdot \sin\theta_1 \approx t_w\theta_1/2 \quad (1-21)$$

由式(1-19)和式(1-21)可得, 在叶轮平面内围带作用在叶片上的反弯矩为

$$M_{w1} = Qt_w = 12E_w I_w \theta_1 / t_w \quad (1-22)$$

该力矩在弯曲平面 I-I 上的分量为

$$M_{w2} = M_{w1} \cdot \cos\beta \quad (1-23)$$

由式(1-17)、(1-22)和(1-23) 可得在叶片弯曲平面 I-I 内围带作用在叶片上的弯矩为

$$M_{w2} = \frac{12E_w I_w}{t_w} \cdot \cos^2\beta \cdot \frac{dy(l)}{dx} \quad (1-24)$$

围带与叶片间的联结并不是绝对刚性的, 悬臂梁 AB 的固定端支点取在 B 处没有考虑叶片本身厚度的影响, 为此, 引入修正系数 H_w , 修正上述原因所造成的弯矩误差。经过联结刚性修正后的围带弯矩为

$$M_{w2} = H_w \cdot M_{w2} \quad (1-25)$$

式中, H_w 为围带与叶片联结的牢固系数。不同的联结方式, H_w 有不同的数值。对于铆接围带, $H_w = 0.1 \sim 0.3$; 对于铆接又焊接围带, $H_w = 0.6 \sim 1.0$; 对于焊接拉金, $H_w = 0.25 \sim 1.5$ 。

叶片组中的叶片数目是有限的, 且组内各叶片的受力也不相等。在叶片组两端的围带是自由的, 没有切力作用, 故端部叶片的一边没有弯矩作用, 而中间叶片两边都有弯矩作用。当叶片组内叶片数为 z_g 时, 作用在叶片组上的弯矩个数为 $z_g - 1$ 。因此, 作用在每个叶片上弯矩的平均值为

$$M_w = (z_g - 1) \cdot H_w \cdot M_{w2} / z_g$$

即

$$M_w = 12E_w I_w H_w \cdot \cos^2\beta (z_g - 1) \cdot \frac{dy(l)}{dx} / (t_w \cdot z_g) \quad (1-26)$$

上式中, β 是 I-I 平面与叶轮平面间的夹角。对于等截面叶片, β 角沿叶高是常数。对于变截面叶片, β 沿叶高是变化的, 应考虑叶片扭转的影响。通常 β 角可按下列近似公式计算

$$\beta = 2\beta_0/3 + \beta_1/3 \quad (1-27)$$

式中 β_0 ——叶片底部截面的 β 角；

β_1 ——叶片顶部截面的 β 角。

至于式 (1-26) 中的 $dy(l)/dx$ ，它是叶片顶部围带固定处叶片挠度曲线在 I-I 平面内的转角，可由气流弯矩和围带反弯矩决定。为此，将围带联结的叶片当作叶片顶部承受围带弯矩 M_w 而沿叶高承受均布气流力 q 的悬臂梁看待，如图 1-12 所示。在这些载荷的作用下，叶片弯曲的挠度曲线方程为

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = q(l-x)^2/2 - M_w \quad (1-28)$$

式中 E ——叶片材料的弹性模数；

I ——叶片截面的最小惯性矩；

q ——均布气流力的载荷集度。

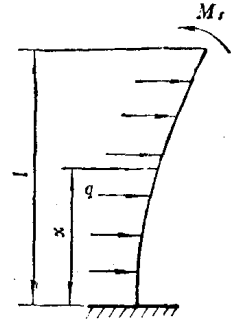


图1-12 叶片受力状态

对于等截面叶片，对上述微分方程积分一次，得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{(q-x)^3}{6} - M_w x \right] + C_1 \quad (1-29)$$

式中， C_1 为积分常数，可由叶片底部固定端的转角边界条件决定。在固定端， $x=0$ ，

其转角 $\frac{dy}{dx} = 0$ 。由此可得积分常数 C_1 为

$$C_1 = ql^3/6EI \quad (1-30)$$

于是由式 (1-29) 和式 (1-30) 可得转角表达式为

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{q(l-x)^3}{6} - M_w x \right] + ql^3/6EI$$

在叶片顶部， $x=l$ ，顶部截面转角 $\theta = \frac{dy(l)}{dx}$ 即为

$$\frac{dy(l)}{dx} = -\frac{M_w}{EI} l + \frac{ql^3}{6EI}$$

以 M_w 代入上式，有

$$\frac{dy(l)}{dx} = \frac{12E_w I_w H_w \cos^2 \beta}{t_w} \cdot \frac{z_g - 1}{z_g} \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{dy(l)}{dx} + \frac{ql^3}{6EI} \quad (1-31)$$

令

$$\pi_w = \frac{12H_w I_w \cos^2 \beta}{I t_w} \cdot \frac{z_g - 1}{z_g}$$

π_w 称为叶片组的刚性系数。考虑到叶片底部截面的气流力弯矩为 $M_0 = ql^2/2$ ，而围带和叶片材料的弹性模数近似相等，即 $E_w = E$ ，则式 (1-31) 可写成

$$\frac{dy(l)}{dx} = \frac{1}{1 + \pi_w} \cdot \frac{l}{3EI} M_0$$

将上式代入式 (1-30)，即得到等截面叶片上作用的围带反弯矩为

$$M_w = \frac{\pi_w}{3(1 + \pi_w)} M_0$$

§ 1-2 往复机的力学分析

在动力机械中，作为往复式动力机的内燃机占有极重要的地位。往复式内燃机的主要件包括活塞、连杆、曲轴等运动件及气缸盖、气缸套、机体、机座等固定件。研究运动件及固定件的受力情况，是往复式内燃机力学的主要内容。在内燃机中，作为力源，除了气缸内的燃烧气体（工质）压力外，尚有由于运动零件本身所产生的惯性力等。而惯性力则与运动零件的加速度有关。对于作往复运动的活塞而言，也就是与其往复运动的加速度有关。

一、活塞往复运动惯性力

1. 活塞运动加速度

对于正置式直列内燃机的曲柄连杆机构（图1-13），以活塞位于上止点位置 O_1 为活塞位移的坐标原点，则当曲柄自活塞位于上止点位置转过曲柄角 α 时，活塞将下行至 A 点，相应的位移为 x 。由几何关系可得

$$x = R(1 - \cos \alpha) + L(1 - \cos \beta) \quad (1-32)$$

式中 R ——曲柄半径；

L ——连杆长度；

α ——曲柄转角；

β ——连杆摆角。

由

$$R \sin \alpha = L \sin \beta$$

得

$$\sin \beta = (R/L) \sin \alpha = \lambda \sin \alpha$$

$$\beta = \arcsin(\lambda \sin \alpha)$$

及

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}$$

所以

$$x = R(1 - \cos \alpha) + L(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}) \quad (1-33)$$

上式中， $\lambda = R/L$ ，为曲柄半径与连杆长度之比。而式(1-32)、(1-33)就是活塞位移随 α 的变化公式，即活塞位移公式。

曲柄转角 α 是随时间而变化的。当曲轴以恒定角速度 ω 旋转时，有

$$\alpha = \omega t$$

而

$$\omega = 2\pi n/60 = \pi n/30$$

式中 n ——曲轴转速，r/min。

由式(1-32)或式(1-33)对时间 t 求导，则得活塞运动速度随 α 、 β 的变化公式，

即

$$v = dx/dt = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = R\omega \left(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \cdot \sec \beta \right) \quad (1-34)$$

或

$$v = R\omega \sin(\alpha + \beta) / \cos \beta \quad (1-35)$$

式(1-34)、(1-35)就是活塞运动的速度计算式。

由式(1-34)或式(1-35)，对 t 再求一次导数，即得活塞运动的加速度，经简化为

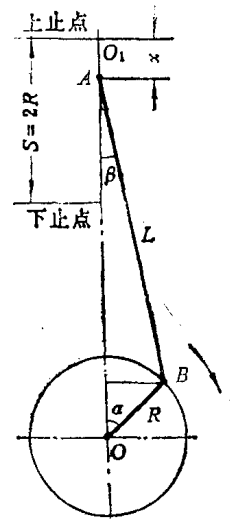


图1-13 曲柄连杆机构的几何关系