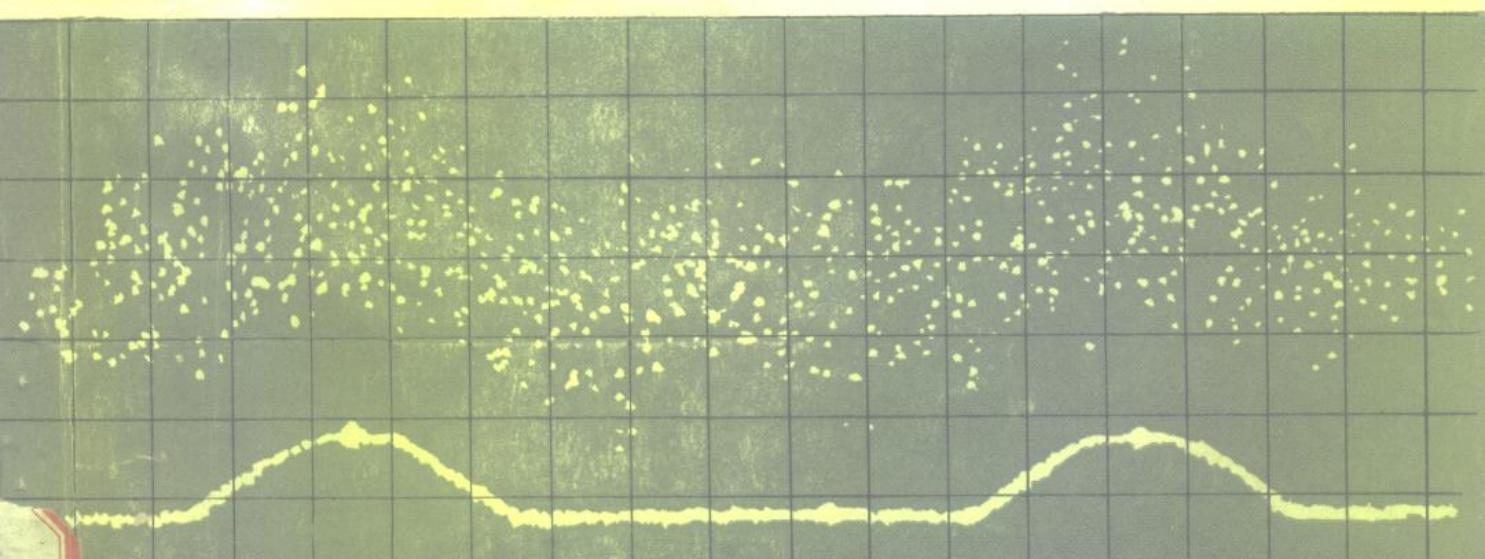


高等学校教学用书

微弱信号检测

曾庆勇 编著



浙江大学出版社

TN911.71

乙 05

257039

微弱信号检测

曾庆勇等 编著

浙江大学出版社

内 容 简 介

“微弱信号检测”是从应用角度出发，讨论有关检测微弱信号的理论和方法。全书分五章，内容包括：噪声的分类和统计特性，以及低噪声前置放大器的设计原则；同步相干检测的原理、锁定放大器的主要部件——相关器、同步积分器及应用；讨论从噪声中恢复信号波形的取样积分器和多点信号平均器；介绍光子计数的原理及应用；最后讨论具有广泛应用前景的光学多通道分析系统。

本书可作物理学、光学、化学、生物物理学、天文学和地震学及医学等专业的研究生和高年级本科生教材，以及供有关工程技术人员作参考书。

DZ 25/65

微 弱 信 号 检 测

曾庆勇等 编 著
责任编辑 陈子锐

浙江大学出版社出版
浙江大学印刷厂印刷
浙江省新华书店发行

787×1092 16开本 15.75印张 358千字
1986年11月第一版 1986年11月第一次印刷
印数：1—2000
统一书号：15337·027 定价：2.60元

前　　言

人类为揭示大自然的奥秘总是在寻求新的检测理论和方法。近三十年来，在研究宏观和微观世界的过程中，科学家们不断开发能把淹没在噪声中的大量有用信息检测出来的理论和方法，通过不断地系统化、完整化，从而形成了一门新的微弱信号检测的学科分支。

微弱信号检测是利用电子学、信息论、物理学和电子计算机的综合技术。它是在认识噪声、信号的物理特性和相关性的基础上，把被噪声淹没的有用信号提取出来的一门新兴技术学科。

本书从应用的角度出发，讨论有关检测微弱信号的理论和方法。全书分以下五章：噪声的分类和统计特性，以及低噪声前置放大器的设计原则，同步相干检测的原理及锁定放大器的主要部件——相关器、同步积分器；从噪声中恢复信号波形的取样积分器和多点信号平均器；光子计数原理和应用；讨论具有广泛应用前景的光学多通道分析系统。

本书可作物理学、光学、化学、生物物理学、天文学和地震学及医学等专业的研究生和高年级本科生教材，以及供有关工程技术人员作参考。

由于本人对光谱仪器的专业知识了解不够全面，因此第五章的第二～四节是约请曾广杰同志编写的。本书在编写过程中得到叶关荣、林中和辛学耕三位副教授的热情帮助，安徽光机所OSA研制组为本书提供了大量资料。书中还吸取了国内科技人员近几年的科研成果，在此向诸位一并表示感谢。

本书承蒙缪家鼎教授仔细审阅，并提出许多宝贵意见，本人表示衷心的感谢。

由于水平有限，书中谬误和不妥之处一定不少，敬请读者批评指正。

曾庆勇

1986年6月于浙江大学光仪系

目 录

第一章 噪声与低噪声设计	1
第一节 噪声的基本概念	1
第二节 电阻的热噪声和过剩噪声	8
第三节 有源器件的噪声特性.....	12
第四节 低噪声放大器设计.....	25
第二章 同步相干检测——锁定放大器工作原理	35
第一节 相关函数和相关接收.....	35
第二节 锁定放大器概述	42
第三节 锁定放大器中的相关器.....	45
第四节 锁定放大器中的同步积分器.....	56
第五节 几种典型的锁定放大器.....	66
第六节 锁定放大器的动态范围及动态协调.....	76
第七节 锁定放大器的应用.....	81
第三章 取样与取样积分原理	88
第一节 取样的物理过程.....	88
第二节 取样定理.....	90
第三节 实时取样与变换取样的基本概念.....	99
第四节 取样积分器原理和工作方式.....	104
第五节 门积分器的原理分析.....	110
第六节 几种典型的取样积分器.....	119
第七节 取样积分器的参数选择及应用.....	123
第八节 多点信号平均器.....	129
第四章 光子计数技术	141
第一节 光子计数器的原理概述.....	141
第二节 光子计数器中的光电倍增管.....	147
第三节 放大器——鉴别器.....	150
第四节 光子计数器的测量法.....	155
第五节 模拟输出的光子计数器.....	159
第六节 光子计数器中的脉冲堆积效应.....	163
第五章 光多通道分析系统(OMA)	166
第一节 概述	166
第二节 衍射光栅及其特性.....	197

第三节 光谱仪器的装置型式	174
第四节 多色仪	177
第五节 硅靶光电导摄像管	181
第六节 固态自扫描光电二极管线性阵列	187
第七节 象增强器工作原理	191
第八节 增强型硅靶摄像管及增强型光电二极管阵列	202
第九节 光学多通道分析系统摄像机	207
第十节 OMA 系统的数据采集	221
第十一节 数据处理	227
参考文献	244

第一章 噪声与低噪声设计

微弱信号检测是一门新兴的技术学科，它利用电子学、信息论和物理学的方法，分析噪声产生的原因和规律，研究被测信号的特点和相关性，检测被噪声淹没的微弱信号。

在检测系统、图象传输和通信设备中当出现噪声时，仪器的精度、稳定性及重复性就明显降低，由于噪声电报误码率增高，使通信无法正常进行，雷达无法跟踪目标，在电视荧光屏上呈现一片“雪花”，图象模糊不清。为此，在讨论微弱信号各种检测技术之前，必须对噪声的有关概念作全面的阐述。

本章的主要内容是对噪声的类型、噪声源的表示方法、等效噪声带宽、噪声功率谱密度，前置放大器的噪声系数，以及低噪声设计原则等基本概念作较详细的讨论。

第一节 噪声的基本概念

一、干扰与噪声

对有用信号来讲，干扰和噪声是讨厌的扰动。为了区别，常把可以减少或消除的外部扰动称为干扰，而把由于材料或器件的物理原因所产生的扰动称为噪声。

来自检测系统外部干扰，如市电50或100Hz交流干扰；电台的调幅广播信号或电源的开关火花干扰；脉冲激光、雷达发射或电路中高能窄脉冲引起的宽带干扰；元件或部件的机械振动产生颤噪效应等。这些干扰绝大多数是“人为的”，采取适当的屏蔽、滤波或元件合理配置等措施，干扰是可以减小和消除的。

材料、器件或部件的物理原因产生的噪声。如处于绝对零度以上的任何导电体均具有的热噪声；晶体管、电子管或光电器件中，因电子随机作用而产生的散粒噪声等，均属于这类噪声。这类噪声是由大量的短尖脉冲组成，其幅度和相位都是随机的，脉冲的形状（时间函数）也不一定相同。但任一噪声脉冲的能量只占总噪声能量的极微小部分。这些脉冲的叠加，即产生所谓的随机噪声。

在检测系统中，可以处理的最高信号电平受电路特性的限制，但最小可检测电平取决于噪声。也就是说，噪声限制了传感器的分辨率和系统的动态范围。

当一个系统的信号扰动很大，在无法区分是干扰还是噪声时，可先加以屏蔽。频率高于1000Hz或阻抗大于 1000Ω 时，一般采用金属导体屏蔽，如铝或铜等。对于低频扰动或低阻抗的情况，可采用磁屏蔽，如铁镍导磁合金等。此外，也可先给前置放大器单独供电，如有效果，说明噪声主要来自外部干扰，则可进一步采取屏蔽措施。如果还不能减少扰动，就应认为噪声主要是系统内部元部件的随机的基本噪声。

二、噪声的统计特性

在微弱信号检测技术中，需要处理的主要噪声是基本噪声，且绝大多数是随机噪声。

随机噪声是一种前后独立的平稳随机过程，在任何时刻它的幅度、波形及相位都是随机的。但每一种噪声还是服从于一定的统计分布规律，因此又是可统计的。例如，只要产生噪声过程的条件不变，噪声功率或给定时间区间内的能量就不变，它在时间域内的幅度平均值是零。大多数噪声瞬时幅度的概率分布是正态的，即符合高斯分布规律^[1,23]：

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-1)$$

式中 $\sigma = \sqrt{\bar{x}^2}$ ； $P(x)$ 为随机物理变量 x 的概率密度； a 为噪声电压平均值， $a = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x dt$ ，一般为零； σ^2 为噪声电压均方值， $\bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt = \sigma^2$ ， σ 为噪声电压均方根值。在低噪声设计和检测中，主要关心的是 σ ，它是衡量系统噪声大小的基本量。

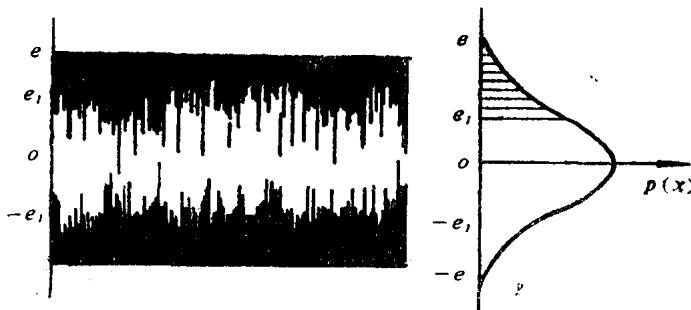


图1-1 噪声波形及幅度的高斯分布

图 1-1 为示波器上获得的电压噪声的照片及通用的高斯曲线。高斯曲线包围的面积代表不同噪声电压产生的概率。概率的取值在 0~1 之间，所以总面积代表 1。波形集中在零电平附近，高于或低于这个电平的噪声波形的瞬时值的概率等于 0.5，超过 e_1 电平值的概率如图中所示的影阴区面积。作为工程近似，一般认为电噪声都位于正负三倍的噪声均方根值之内，峰一峰电压在 99.7% 的时间内小于六倍的均方根值。

式 (1-1) 说明噪声电压可以取各种值，即使幅度很大，也有一定的概率。峰值越高，概率越小。表 1-1 表示对给定的 $|x_0|$ 峰值，超过 $|x_0|$ 值的概率 $P(|x| > x_0)$ 的百分数^[23]。

表1-1 峰值超过 $|X_0|$ 的概率 ($|X| < X_0$) 的百分数

$P(x > x_0)\%$	10.0	1.0	0.1	0.01	0.001
$ x_0 /\sigma$	1.645	2.576	3.291	3.890	4.417

由表 1-1 可知，瞬时噪声幅度基本上在 $\pm 3\sigma$ 之内。所以工程上常取噪声峰值电压为三倍的均方根值电压，并在测量噪声电压时用均方根响应电压表。正弦波全波整流的平均值是峰值的 0.636，而它的均方根值是峰值的 0.707。如用平均值电压表（常用的交流电压表）测量正弦波的均方根值，则要在平均值电压表的刻度上乘以修正系数 1.11。

高斯噪声电压由大量短尖脉冲组成，它的噪声电压均方根值为峰值的 0.798 倍，均方根值与平均值之比为 1.255。因此，在均方根值正弦响应的电压表上所读出的噪声电压，须

乘以1.13的修正系数才是噪声电压的均方根值^[7]。

三、随机噪声的功率谱密度及相关函数

研究周期信号和非周期信号时，信号在频域中的特征常用频谱（幅度或相位谱）描述，它反映信号所含各频率分量的幅度与相位随频率变化的情况。也可用能量谱（简称能谱）或功率谱描述信号。能谱或功率谱反映信号的能量或功率密度随频率变化的情况，在研究信号能量（或功率）的分布，决定它所占频带等问题中起重要作用。必须指出，随机信号既不能用确定的时间函数，也无法用幅度谱表示，只能用功率谱来描述它的频域特性。

如前所述，噪声电压不仅每一瞬间取值是随机的，且噪声电压随时间变化也是随机的，故称为随机过程。但系统处于稳态时，不同时刻噪声的概率分布规律是一样的，因此又称为平稳随机过程。这种平稳随机过程的时间统计特性用 \bar{x} 、 \bar{x}^2 和 $\sigma = \sqrt{\bar{x}^2}$ 等表示，它与反映噪声的统计特性，即平均值 $E(x)$ 、均方值 $D(x)$ 和均方根值 σ 是相同的。这样，噪声测试中可利用对时间求平均 \bar{x}^2 来测量噪声有效值。

分析讯号通过线性系统时，我们习惯采用傅里叶级数分析。在低噪声设计中，也必须研究噪声的传输性能，因而需要对噪声进行频谱分析。但我们关心的是噪声功率，因此用平稳随机过程理论所定义的噪声功率谱密度来讨论噪声的频谱分布^[23]。

$$S(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{P(f, \Delta f)}{\Delta f} \quad (1-2)$$

式中 $P(f, \Delta f)$ 是指频率 f 处，带宽为 Δf 的噪声平均功率。如已知噪声的功率谱密度，则在 f_1 到 f_2 的频域内的噪声功率（即均方值）为：

$$\bar{x}^2 = P_N = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df \quad (1-3)$$

可见噪声功率谱密度 $S(f)$ 表示单位频带内噪声功率随频率的变化情况。显然，噪声功率谱曲线 $S(f)$ 所复盖的面积在数值上等于噪声的总功率。

如果噪声在很宽的频率范围内具有恒定的功率谱密度，这种噪声称白噪声，如图1-2中a所示（注意，功率谱不包括相位信息）。反之，若噪声功率谱密度不是常数，则称为有色噪声；以后将要讨论到晶体管通常具有的低频 $1/f$ 噪声，它的谱密度随频率的减小而上升，相当于一种有色噪声（又名红噪声）如图1-2中b所示。如噪声谱密度随频率升高而增加，则称为蓝噪声如图中c所示。这些都是以光的颜色与频率的关系来比拟的。

平稳随机过程的另一个重要特征量是它的相关函数 $R(\tau)$ 。它表示随机过程二个不同时间上的相关性，其定义^[14, 23]为：

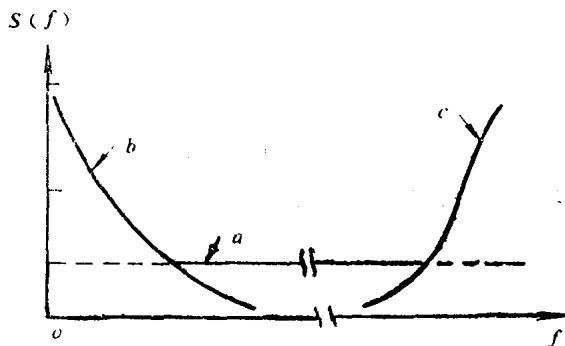


图1-2 噪声功率谱密图

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (1-4)$$

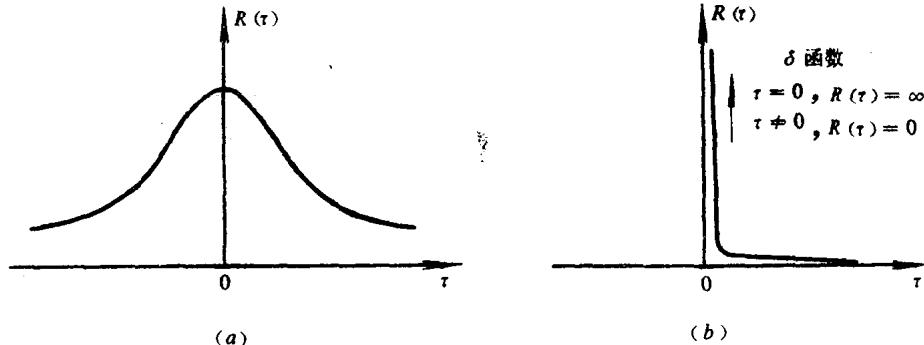
$R(\tau)$ 的重要特性是：

- (1) $R(\tau)$ 仅与时间差 (即时延 τ) 有关，而与计算的时间起点无关。
- (2) 由于绝大多数噪声相互独立 (或极少联系)，所以 $R(\tau)$ 随 τ 增加而衰减。衰减越快，表示随机过程在时间上相关性越小。可证明，对噪声而言， τ 趋近无穷大时， $R(\tau)$ 趋近零。
- (3) 当 $\tau = 0$ 时，即时间 t 产生的噪声与它自身相关。此时 $R(\tau)$ 具有最大值：

$$R(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2 dt = \bar{x}^2 \quad (1-5)$$

因而， $R(0)$ 实际上代表噪声的均方值。

通常噪声与 τ 的相关函数分布情况如图 1-3(a) 所示。对于白噪声之类的随机噪声，两随机噪声脉冲之间的时间相关性很小，其 $R(\tau)$ 呈现出 δ 函数形式，如图 1-3(b) 所示。



图(1-3) 噪声的相关函数

平稳随机过程中的功率谱函数 $S(f)$ 与其自相关函数还存在着一对傅里叶变换关系，即是维纳—欣辛 (Wiener—Khintchine) 关系^[14, 1, 23]：

$$\left. \begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ R(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式(1-6)是分析线性系统中平稳随机过程的基本定理。实际上，有些信号无法求它的傅里叶变换，但可通过求其自相关函数的方法，获得所需的功率谱。

四、放大器及线性网络的噪声带宽

线性放大器或调谐电路带宽的典型定义是半功率点之间的频率间隔。半功率点相当于电压等于中心频率处电压的 70.7%，它表明功率降低到 50%。

噪声带宽不同于普通放大器或线性网络采用的 3dB 带宽。噪声带宽 Δf_N 是一个矩形功率增益曲线的“底边”频率间隔。该矩形功率增益曲线的面积等于实际功率增益曲线的面积。因此，噪声带宽是功率增益曲线对频率的积分除以曲线的最大幅度。可表示为^[7, 22, 23]：

$$\Delta f_N = \frac{1}{G_0} \int_0^\infty G(f) df \quad (1-7)$$

式中 Δf_N 为噪声带宽; $G(f)$ 为功率增益的频率函数; G_0 为最大功率增益。

功率增益正比于网络电压增益的平方。所以噪声带宽又可写成:

$$\Delta f_N = \frac{1}{K_{V0}^2} \int_0^\infty [K_V^2(f)] df \quad (1-8)$$

式中 $K_V(f)$ 为电压增益频率函数,

K_{V0} 为最大电压增益。

图1-4表示一典型宽带放大器的频响曲线。以纵轴 $0 \sim K_{V0}^2$ 和横轴 $0 \sim \Delta f_N$ 为组成的虚线方框的面积等于 $K_V^2(f)$ 曲线下的面积。因而 Δf_N 是噪声带宽。

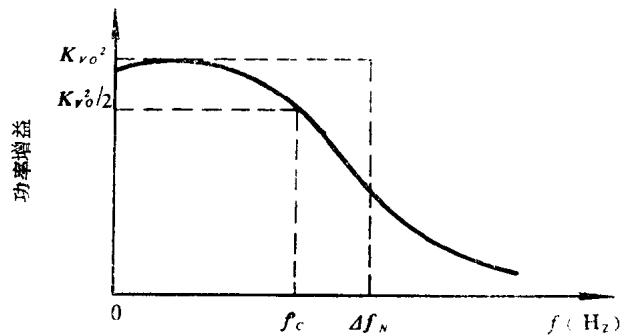
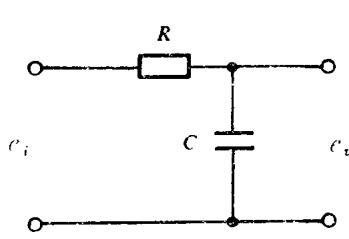


图1-4 噪声带宽的定义示图

例1 RC电路的噪声带宽

由RC组成的电路示于图1-5(a), 作电路分析后得 $K_V(f) = \frac{e_v}{e_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$, $|K_V(f)| = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}}$ 。由此式可知:当零频时,增益 $K_{V0} = 1$,随着频率的增高,则 K_V 逐渐减小,如图1-5(b)所示。对信号的半功率点带宽 $f_c = 1/(2\pi RC)$,而等效噪声带宽可用下式求出:

$$\Delta f_N = \frac{1}{K_{V0}^2} \int_0^\infty [K_V^2(f)] df = \int_0^\infty \frac{df}{1 + (2\pi RC)^2 f^2} = \frac{1}{4\pi RC} = \frac{\pi}{2} f_c$$



(a)

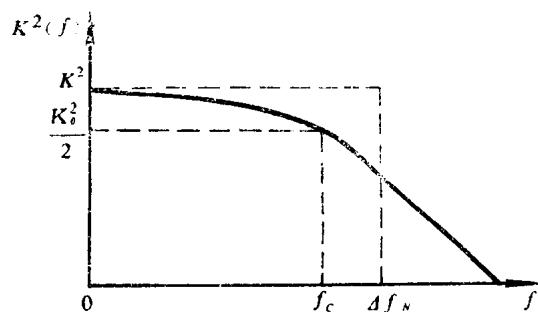


图1-5 RC 电路及噪声带宽

(b)

如果放大器的频率响应由时间常数相同的两级RC网络决定,则 $|K_V(f)| = |K_1(f)| \times |K_2(f)| = |K_1(f)^2|$,此时噪声带宽 $\Delta f_N = \pi/(8\pi RC)$,而信号半功率点带宽 $\Delta f_{0.7} = f_c = 0.64/(2\pi RC)$ 。因此 $\Delta f_N/\Delta f_{0.7} = 1.22$ 。

随着级数的增加，噪声带宽 Δf_N 越来越趋近信号带宽 $\Delta f_{0.7}$ ，如表1-2所示^[23]。

表1-2线性电路的级数N与噪声带宽的关系

N	1	2	3	4	5
$\Delta f_N/f_C$	1.57	1.22	1.15	1.13	1.11

例 2 谐振回路

单级LC谐振回路的信号带宽 $\Delta f_{0.7} = f_0/Q$ ， f_0 为中心频率， Q 为谐振回路的品质因素。它的噪声带宽同样是 $\Delta f_N = \frac{\pi}{2}\Delta f_{0.7}$ ，如图1-6所示。当两级回路时， $\Delta f_N = 1.22\Delta f_{0.7}$ ， N 的级数愈大， Δf_N 愈趋近于信号频带 $\Delta f_{0.7}$ 。

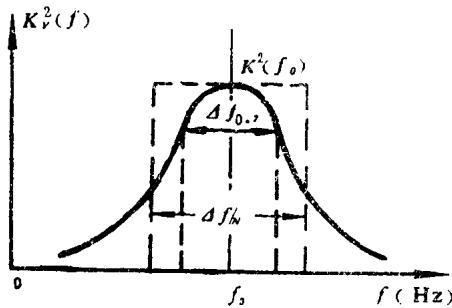


图1-6 谐振回路噪声带宽

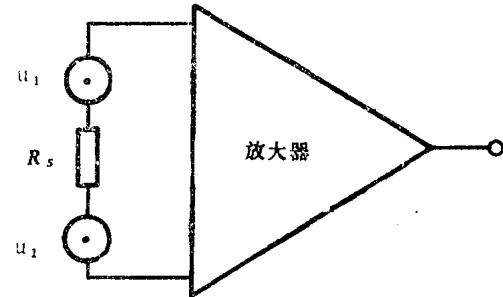


图1-7 放大器等效输入噪声源

五、噪声源的相关性

通常，相关的概念是研究随机信号的统计特性而引入的。研究放大器输出噪声时，经常会遇到几个噪声源同时干扰的情况，如图1-7所示。 u_1 表示电阻 R_s 的噪声电压源， u_2 表示放大器的等效输入噪声。在分析过程中，有时要求比较两个噪声源波形是否相似，为此引出一个相关系数 C ，作为二个噪声相似性（或线性相关性）的一种度量，定义为^[14,23]：

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_1(t) \cdot u_2(t) dt}{\left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_1^2(t) dt \cdot \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_2^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}}} \\ = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_1(t) \cdot u_2(t) dt}{\sqrt{\bar{u}_1^2 \cdot \bar{u}_2^2}} \quad (1-10)$$

如果二个噪声源不相关，则 $C = 0$ ；如噪声源之间存在相关性，则 $C \neq 0$ 。可以证明 $|C| \leq 1$ ，即 C 在-1到+1之间取值。 $C = 1$ 时，两相关噪声线性相加； $C = -1$ 时，两相关噪声相减。

对于二个互不相关的噪声源，则等效噪声的均方值等于各噪声源均方值之和，即

$$\bar{u}^2 = \bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 \quad (1-11)$$

当二个噪声源相关时，则

$$\begin{aligned}
\bar{u}^2 &= \overline{(u_1 + u_2)^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (u_1 + u_2)^2 dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left[\int_{-T}^T u_1^2 dt + \int_{-T}^T u_2^2 dt + 2 \int_{-T}^T u_1 \cdot u_2 dt \right] \\
&= \bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 + \lim_{T \rightarrow \infty} 2 \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_1 \cdot u_2 dt
\end{aligned}$$

由式(1-10)知。后一项为: $2C\sqrt{\bar{u}_1^2} \cdot \sqrt{\bar{u}_2^2}$ 因此,

$$\bar{u}^2 = \bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 + 2C\sqrt{\bar{u}_1^2} \cdot \sqrt{\bar{u}_2^2} \quad (1-12)$$

在放大器噪声分析中, 由于 C 值不易确定, 因此常忽略不计, 这样可能带来一定误差, 但误差不大, 因为大量的噪声源是不相关的。若设两个电压数值相等并完全相关的噪声电压, 相加后的均方根为原来的二倍, 而不相关的则为1.4倍。因此, 由此带来的最大误差为30%。若部分相关或一值远大于另一值, 则误差就更小了。

六、信号噪声比(SNR)及信噪改善比(SNIR)

“信号”这个名词往往是广义的概念。如果我们用示波器观察一复杂波形, 那么, 信号是什么呢? 是完整波形? 峰值、有效值、平均值还是直流信号成份? 是调制深度、频谱特性还是波形在幅度上的时间特性呢? 从广义讲, 这些都是信号。但是对于一个具体的系统来说, 信号又往往是指几个特定的所需要的波形参数。为了表征信号的优劣, 人们往往在“总信号”中, 把有用信号成份 S 的有效值与噪声成份 N 的有效值之比叫做信噪比:

$$\text{信噪比 (SNR)} = \frac{\text{信号}}{\text{噪声}} = \frac{S}{N} \quad (1-13)$$

$$\text{测量的不确定度或误差} = \frac{1}{\text{SNR}} \quad (1-13a)$$

所以信噪比越高, 测量误差越小。

信号通过一个放大器或者一个测试系统, 若信噪比得到改善, 其数量关系是用信噪改善比来衡量, 其定义为:

$$\text{SNIR} = \frac{\text{输出信噪比}}{\text{输入信噪比}} = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} \quad (1-13b)$$

对白噪声而言, 噪声电压正比于噪声带宽的平方根。所以, 当系统为单位增益(即 $S_o = S_i$)时, 信噪改善比又可表示为:

$$\text{SNIR} = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \sqrt{\frac{\Delta f_{N_i}}{\Delta f_{N_o}}} \quad (1-13c)$$

式中 Δf_{N_i} 为系统输入噪声带宽; Δf_{N_o} 为系统输出噪声带宽。

从式(1-13c)可知, 信道的输出噪声带宽越窄, 则信噪比改善越有效。因此, 为了提高信噪比, 在保证有用信号必要的通频带的情况下, 系统的带宽越窄越好。

第二节 电阻的热噪声和过剩噪声

检测系统的内部噪声主要由电阻和各种器件产生的。本节先讨论由电阻产生的噪声。

一、热噪声的特点及计算公式

电阻器如果不外加电动势，那么用普通电表去测量它的电流或端电压时，读数均为零。但是，如果把它接到一个放大量足够大的理想放大器输入端，并用示波器观察它的输出时，可看到一片“茅草”状的无规则杂波。这说明，即使没有外加电动势，电阻 R 的两端依然存在着一定的交变量电压，它就是电阻 R 所产生的热噪声电压。

众所周知，在绝对温度零度以上，导体内的自由电子和气体中的分子一样，处于“无规则的热运动状态，类似于布朗运动。这种热运动的方向和速度都是随机的，这就在导体内形成“无规则”的电流。这电流的大小随时间不断变化，随机起伏。而噪声是自由电子热运动所产生，故通常称它为热噪声。热噪声电流在电阻内流动时，电阻两端就产生噪声电压。因此在必须考虑热噪声的情况下，任何一个电阻器在电路中的作用，等效于一个无噪声电阻 R 和一个热噪声电压 $\sqrt{u_{nt}^2}$ 串联，见图1-8。

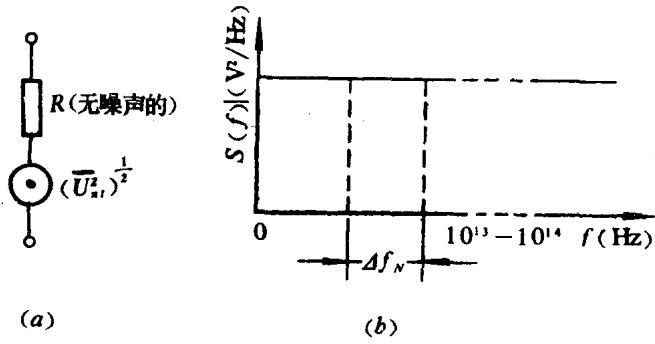


图1-8 (a)电阻器的噪声等效电路 (b)热噪声谱密度

人们从大量的实践和理论分析中获得了热噪声的规律性。热噪声电压 $\sqrt{u_{nt}^2}$ 具有很宽的频谱，它从零频开始，连续不断，一直延伸到 $10^{13}\sim 10^{14}\text{Hz}$ 以上的频率，而且它的各个频率分量的强度是相等的，如图1-8(b)所示。所以热噪声是一种白噪声。

实践和理论分析证明，在单位频带1Hz内热噪声电压 \bar{u}_{nt}^2 的均方值是^[10]：

$$S(f) = 4KTR \left(\frac{V^2}{\text{Hz}} \right) \quad (1-14)$$

式中 R 为电阻阻值； K 为玻耳兹曼常数，等于 $1.38 \times 10^{-23}\text{J/K}$ ； T 为电阻的绝对温度。

$S(f)$ 通常又称为热噪声谱密度。从式(1-14)可知，热噪声的谱密度 $S(f)$ 和电阻 R 、温度 T 成正比，但与工作频率 f 无关。还应指出， $S(f)$ 也与电阻的外加电压（或电流）无关，因为外加电压对电阻中的电子的热运动影响很小。

尽管热噪声的频谱很宽，但是，任何测试系统都具有一定的通频带，只有位于通频带内的那一部分噪声功率才能通过系统。假设系统的通频带是理想矩形，宽度为 Δf_N ，如图1-8(b)所示，则热噪声电压的均方值是：

$$\bar{u}_{nt}^2 = S(f)\Delta f_N = 4KTR\Delta f_N \quad (1-15)$$

若 $\Delta f_N = 100\text{kHz}$, $R = 1\text{k}\Omega$, 在室温 $T = 300\text{K}$ 情况下，则 $\sqrt{\bar{u}_{nt}^2} = 1.25\mu\text{V}$, 这个热噪声电压

对于大信号而言是无关紧要的。但在弱信号的检测系统中，它却是个影响很大的干扰信号。

式(1-15)是计算热噪声的基本公式。由式可见，热噪声电压均方值与绝对温度 T 成正比。温度越高，导体内自由电子热运动越激烈，噪声电压就越高；反之温度降低，噪声就随之减小。现代的低噪声电子设备，如卫星通信高灵敏度接收机，有时采用超低温的办法来减小设备的内部噪声。此方法在微弱信号的检测中也常用到。

从式(1-15)还可看出，热噪声电压和系统的通频带 Δf_N 成正比。因此在保证有用信号无失真地通过的条件下，测试系统的通频带应尽量窄，以减小内部噪声。如光电器件、热电器件等传感器的负载电阻应尽量小，并避免接入额外的串联电阻。

二、电阻噪声的等效电路及热噪声的计算

一个实际的电阻器在电路中可等效为一个无噪声的电阻 R 和一个均方值为 \bar{u}_{n1}^2 的热噪声电压源相串联的电路，如图1-9(a)所示。

电阻噪声的等效电路，也可用一无噪声电阻 R 和一热噪声电流源 \bar{i}_{n1} 相并联的电路表示，如图1-9(b)所示。根据等效电路原理，可求出通带 Δf_N 内，热噪声电流的均方值：

$$\bar{i}_{n1}^2 = \frac{\bar{u}_{n1}^2}{R^2} = \frac{4KTR\Delta f_N}{R^2} = 4KTG\Delta f_N \quad (1-16)$$

其中 $G = 1/R$ 是电导。

当几个电阻串联时，用噪声电压源等效电路比较方便。几个电阻并联时用噪声电流源等效电路比较方便。图1-10中电阻 R_1 和 R_2 构成串联电路。假设它们的温度相同，它们的噪声电压的均方值分别为：

$$\bar{u}_{n1}^2 = 4KTR_1\Delta f_N; \quad \bar{u}_{n2}^2 = 4KTR_2\Delta f_N$$

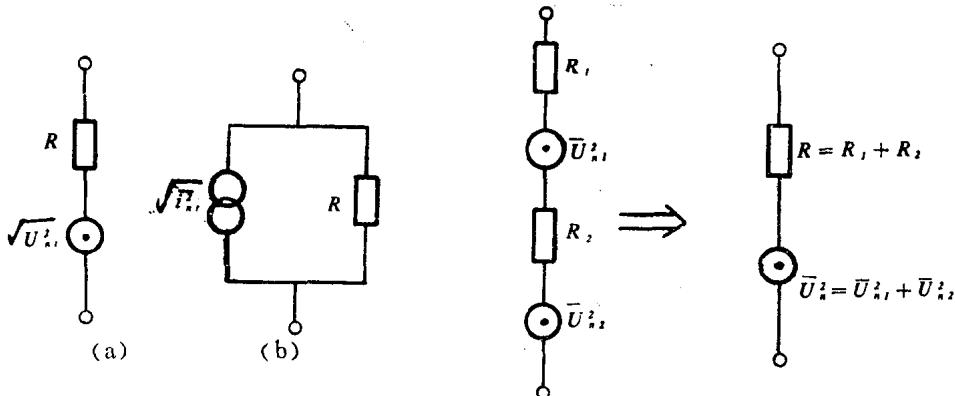


图1-9 电阻谱声等效电路

图1-10 串联电阻的路声等效电路

理论分析证明，几个互不相关的噪声源作用在同一电路时所消耗的功率，等于各个噪声源单独作用在该电路时所消耗功率的总和。电阻 R_1 和 R_2 的噪声源是互不相关的，因而它们串联时，总噪声电压的均方值 \bar{u}_n^2 应等于各电阻的噪声电压均方值之和为：

$$\bar{u}_n^2 = \bar{u}_{n1}^2 + \bar{u}_{n2}^2 = 4KT(R_1 + R_2)\Delta f_N = 4KTR\Delta f_N \quad (1-17)$$

式中 $R = R_1 + R_2$ 是串联总电阻。由式(1-11)也可直接得到上式结果。

由此得出一个重要的结论：两个电阻（可推广到多个电阻，即： R_1, R_2, \dots, R_n ）串联时，总噪声电压等于阻值为 $R = R_1 + R_2$ （在多个电阻时为 $R = \sum_{i=1}^n R_i$ ）的电阻所产生的噪声电压。上面的讨论只限于所有电阻温度相同的情况。如果各电阻温度不同，应利用原来的功率相加的办法来计算。同样可证明，当若干个温度相同的电阻并联时，其噪声等于并联电阻的总电阻所产生的噪声。

应该指出，理想的（无损耗的）电抗元件（电感或电容）不产生热噪声。这是因为如果电抗元件也产生热噪声，那么将电抗元件和电阻并联时，电阻的热噪声电动势不会在电抗元件上消耗功率，而电抗元件的热噪声电动势则将在电阻中产生功率。这样，电阻将由于不断得到能量而升高温度，电抗元件则因不断供给能量而使其本身的温度下降。实际上这是不可能的，因而理想的电抗元件不应该产生热噪声。但在非理想电抗元件中，其阻抗的实部也要产生热噪声电压。如电感中的涡流损耗和导线的铜损，电容器中的解质损耗等，因此，非理想电抗元件中也存在热噪声。

三、电阻的过剩噪声

当电阻中流过直流电流时，往往产生过剩噪声。过剩噪声是指在电阻的基本热噪声之外多余出来的噪声。由于它是电流通过电阻时产生的噪声，所以又称电流噪声。在电流流过不连续的导体，如电阻器时，即产生这种噪声。合成碳质电阻是碳粒同粘合剂的混合物压制而成的，由于电导率是不均匀的，直流电流不是均匀地流过电阻器，在碳粒之间有一些象微弧跳变的东西，因而产生电流尖峰或脉冲。这些电流尖峰或脉冲即是过剩噪声。电阻器越均匀，过剩噪声越小。合成碳质电阻器噪声最大，金属膜和线绕电阻器的噪声较小。过剩噪声通常有 $1/f$ 噪声频谱密度，因此，均方噪声电压随着频率的下降而增大。

对频率为 f ，带宽为 1Hz 的电阻过剩噪声电压均方值 $\bar{u}_{ex}^2(f)$ 的经验公式是^[23,7]：

$$\bar{u}_{ex}^2(f) = \frac{KI_{DC}^2 R^2}{f} \quad (1-18)$$

式中： K 为与制作工艺有关的常数； I_{DC} 为流过电阻器的直流电流。由式 (1-18) 可求得频率为 $f_1 \sim f_2$ 频段内的均方值噪声电压：

$$\bar{u}_{ex}^2 = \int_{f_1}^{f_2} [\bar{u}_{ex}^2(f)] df = \int_{f_1}^{f_2} \frac{KI_{DC}^2 R^2}{f} df = KI_{DC}^2 R^2 \ln(f_2/f_1) \quad (1-18a)$$

由式可知，当 $f_2/f_1 = 10$ （十倍频程）时，其噪声均方值电压都相等，如 10~100Hz 频段内的过剩噪声电压等于 0.01~0.1Hz 频段内的噪声电压。

图 1-11 是典型电阻中产生的总噪声。在高频时（大于 1kHz）热噪声分量占优势，在低频时， $1/f$ 噪声分量占优势。

过剩噪声的噪声指数。从式(1-18)可知，过剩噪声功率谱与 f 成反比；过剩噪声电压与流过电阻的直流电流成正比。为表征噪声的大小，引入术语噪声指数(NI)，噪声指数就是电阻两端每一伏的直流压降在十倍频程内产生的均方根噪声微伏值。

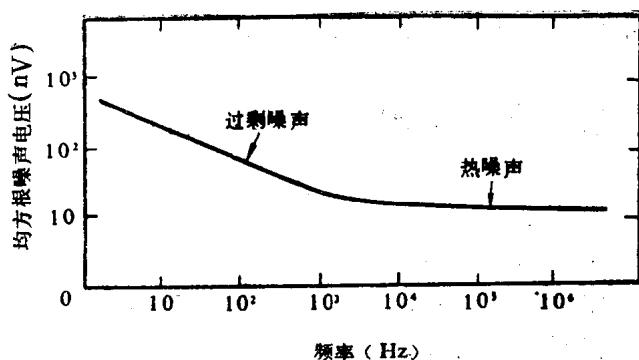


图1-11 典型电阻器的总噪声

因而，即使噪声是由直流引起的，利用噪声指数的定义也会导出一个与 I_{DC} ， R 无关的表达式^[7]。即：

$$NI = \frac{\sqrt{u_{ex}^2} \times 10^6}{V_{DC}} = -\frac{K}{f^{\frac{1}{2}}} (\mu V/V) \quad (1-19a)$$

一般噪声指数都是用dB表示：

$$NI = 20 \log \left(\frac{\sqrt{u_{ex}^2}}{V_{DC}} \right) (\text{dB}) \quad (\text{十倍频程内}) \quad (1-19b)$$

利用这个算式时，噪声电压 $(\bar{u}_{ex}^2)^{1/2}$ 必须是每十倍频程内多少 μV 数。当 $\sqrt{u_{ex}^2}/V_{DC} = 1$ 时， $NI = 0\text{dB}$ ，这表示每十倍频程内有 $1\mu\text{V}$ 的噪声电压。对绝大多数实用电阻来说， $\sqrt{u_{ex}^2}/V_{DC}$ 小于 1。过剩噪声小的电阻噪声指数约在 -20dB 以下。图1-12所示为一般商品电阻的噪声指数^[7]。

国内有些厂家在产品手册上用每伏直流电压产生的噪声电动势（单位： $\mu\text{V}/\text{V}$ ）来表示电阻器过剩噪声的大小，并采用测试系统的带宽，而不是十倍程带宽。

过剩噪声的变化范围与生产过程等因素有关。变化范围越大，可靠性越差。对同一型号的

各种阻值，过剩噪声有 20 分贝的变化范围，而阻值大的电阻器比阻值小的噪声要大。从图可知，合成碳质电阻器的噪声最大，噪声电动势一般在十几至几十 $\mu\text{V}/\text{V}$ 以上。金属膜电阻器的噪声电动势可小于 $1\sim 5\mu\text{V}/\text{V}$ ，如 RJ 型金属膜电阻器的噪声电动势 A 组 $\leq 1\mu\text{V}/\text{V}$ ，B 组 $\leq 4\mu\text{V}/\text{V}$ 。精密金属膜电阻器可小于 $0.2\sim 1\mu\text{V}/\text{V}$ ，而线绕电阻器噪声最小。大功率电阻的膜层厚，噪声也较小。综上可知，金属膜电阻则是低噪声应用中最好的一种电阻。

碳膜电位器和实心电位器的过剩噪声都比线绕电位器大得多。在一个低噪声的放大器

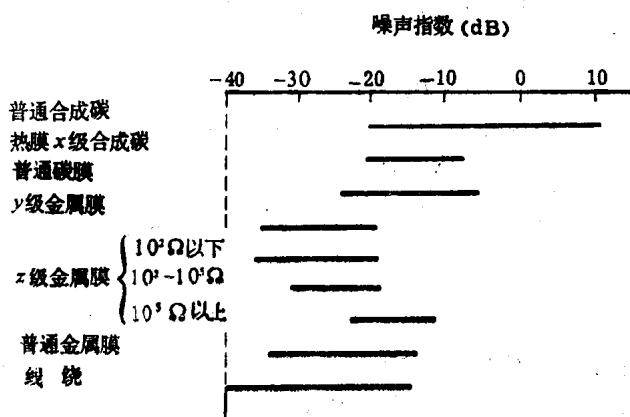


图1-12 各种电阻的噪声指数