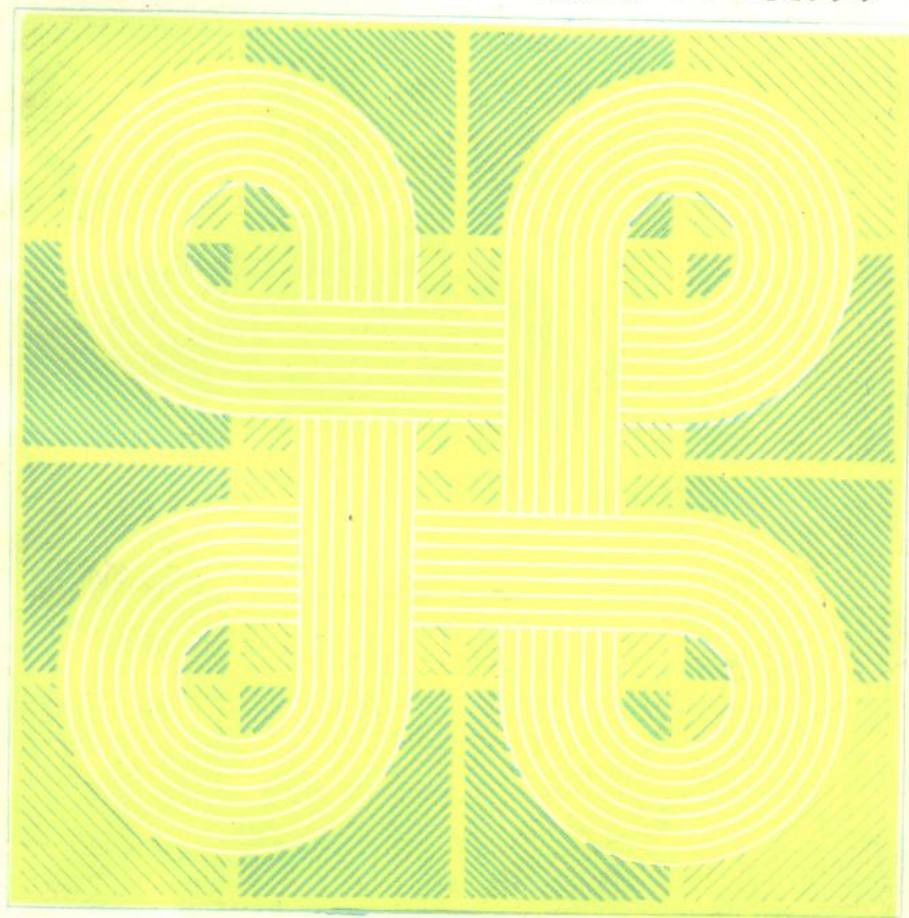


現代管理译丛

应用数学规划

〔美〕 S.P. 勃雷达兰 A.C. 哈克斯 T.L. 曼内蒂



机械工业出版社

现代管理译丛

应用数学规划

[美] S.P. 勃雷达兰 A.C. 哈克斯 T.L. 曼内蒂

同济大学 翟立林等 译

北京邮电学院 诸幼依 校



机械工业出版社

APPLIED MATHEMATICAL PROGRAMMING

STEPHEN P. BRADLEY

ARNOLDO C. HAX

THOMAS L. MAGNANTI

Addison-Wesley

Publishing Company. 1977

* * *

现代管理译丛

应用数学规划

S. P. 勃雷达兰

[美] A. C. 哈克斯 著

T. L. 曼内蒂

同济大学 翟立林等 译

北京邮电学院 诸幼依 校

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $25 \frac{1}{4}$ · 插页 2 · 字数 558 千字

1983年8月北京第一版·1983年8月北京第一次印刷

印数 00,001—14,000 · 定价 3.90 元

*

统一书号: 15033 · 5529

《现代管理译丛》出版说明

第二次世界大战后，特别是六十年代以来，随着科学技术的迅速发展，管理这门科学也有很大的发展，大大地改变了社会的生产面貌。国外的现代管理是在科学管理的基础上发展起来的。现代管理的特点是：重视人的因素；利用现代数学方法和计算机手段，强调经营决策和系统观念；以及采用动态的组织结构来适应国内外市场的多变和跨国生产。

现代科学技术和现代管理是推动经济发展的两个车轮。我们在进行社会主义建设时，不仅需要先进的科学技术，而且还需要现代的管理技术。学习和研究国外的现代管理，取其精华，去其糟粕，结合我国的实际，发展具有我国特点的社会主义现代管理的理论和方法，这是我国各级管理工作者和管理科学研究工作者的光荣任务。

为了使我国读者对国外现代管理的现状和发展有所了解，以资借鉴，我们组织翻译和出版这套《现代管理译丛》。这套译丛包括现代管理的理论、方法、手段及其具体应用。其中有些管理手段虽然不是新出现的，但近年来有新的发展，同时又是现代管理的基础，故也收入本译丛。这套译丛基本上选自国外七十年代后期的著作。这些著作多被作为高等管理学校的教科书或教学参考书，内容比较系统而全面，概括了现代管理的新发展，在理论上和实践上有较高水平。原著的作者多为各国著名学者，或在著名的高等院校任教。但由于条件和水平的限制，这里所选的不尽是国外最优秀的

IV

著作，译校工作也难免有不妥之处，希望读者提出宝贵意见，使之更臻完善。

本译丛适合于高等学校管理专业的教师、高年级学生、研究生以及管理人员和研究人员阅读。

译者的话

本书是现代管理译丛之一，是一本介绍数学规划基本知识的美国教科书，由美国哈佛大学工商管理研究生院 S. P. 勃雷达兰，麻省理工学院斯隆管理学院 A. C. 哈克斯和 T. L. 曼内蒂合著，于1977年出版。

数学规划是运用数学模型解决经济管理决策问题的有效工具和灵活手段，近一、二十年来，在国外获得了迅速发展和广泛应用。

本书的特点是内容全面，叙述通俗，不作繁琐的数学引证和推导，而着重从实际引出问题，进而分析模型的建立和求解的方法，最后，又回到实际的应用中来。

原书共14章，现选译其中10章。未译出的四章，大都为数学规划在美国具体工业或企业部门的应用实例，对学习和了解数学规划的基本内容并无影响。本书的参考文献及索引，从略未译。

参加本书翻译工作的有：同济大学翟立林（序言和第一章）、虞筱玉（第二章）、邢爱芳（第三章）、官世荣（第四章）、陈炳权（第五章和附录A）、周士富（第六章）、沈荣芳（第七章）、黄渝祥（第八、九和十章）、丁克（附录C）和华南工学院王剑琴（附录B）等同志。全书译文由王剑琴同志作了统稿，并由北京邮电学院诸幼依同志进行了认真校订。

由于译者水平及时间仓促，如有错误，望读者批评指正。

1982年3月

原 序 (节 译)

本书是作为数学规划的初级教材而编写的，目的在于把方法和应用结合起来。

今天，数学规划是最广泛运用的模型形式的一种。自从它出现以后，就受到管理人员、工程师、经济学家、社会科学家的注意，并被看作是可以用来帮助决策的一种最有力的和最灵活的工具。结果，数学规划得到大量而广泛的应用。本书试图为大学学生以及实际工作者对数学规划的主要内容提供广泛的知识，把方法论和应用密切地结合起来。

本书以初级的水平介绍数学规划的最重要的方法论。对线性规划则略为深入加以阐述，包括：问题的识别和公式化问题的解法、灵敏度分析、参数方法、对偶理论以及有关的内容等等。特殊的线性模型，如对策、网络、大系统等等，也加以介绍。基本的线性优化方法还扩大到包括整数规划、混合整数规划、动态规划、非线性规划等方面的一般性的讨论。全书注重使读者容易理解，而不是详尽无遗地阐述理论。我们在选择材料时十分注意，把一些通常初级教材中可能没有的重要内容包括进去。我们始终都是着重于使那些并不是主要对数学有兴趣的广大读者能够使用这些方法。

本书可供企业、经济、工程各科的高年级大学生或低年级的研究生使用，也可供应用数学的低年级大学生使用。更明确地说，本书应该成为所有从事于管理科学（运筹学）的大学生以及实际工作者的基本知识。学习本书不需要什么先

修课程，不一定需要学生熟习线性代数和微积分。大致掌握大学一、二年级数学课程的水平就足够了。本书准备作为一学期或二学期的课程《数学规划导论》或《线性规划》的教科书使用，也可作为两学期的课程《管理科学》或《运筹学》的第一学期教科书使用。

本书在各章的方法论中没有使用向量及矩阵等工具。我们尽量不使用某些读者感到困难的或不习惯的符号而把复杂的问题有效地推导出来。另外一些使用向量和矩阵以及比较困难的材料，作为三个专门的附录列在书末。把附录加在一起，本书可以供一学期或两学期更高级的“数学规划”课程使用。全书的重点一直放在对管理科学工作者来说是最需要懂得和能够运用的那些内容。

本书具有三点突出的特色：

第一，我们的叙述方式反映出在教室中经多年试验的教学方法，其重点是归纳的方法，即从着手于具体问题的概念和方法的简单例子，推向一般性的原理和方法。在这一过程中，我们使教学的处理尽可能地比较简单。

第二，我们把本书很大的一部分篇幅用来讨论实际的运用问题。

第三，每章之末，我们收集列举了丰富的习题，以便使读者检验自己对基本概念和方法的理解程度。这些习题涉及到广泛的领域，难易程度不同。

1976年10月于剑桥

目 录

译者的话

原序 (节译)

第一章 数学规划总论	1
§ 1-1 管理科学导论	2
§ 1-2 模型的分类	4
§ 1-3 一些实例的公式	9
§ 1-4 几何上的初步探讨	20
§ 1-5 数学规划模型的分类	37
第二章 线性规划的求解	63
§ 2-1 单纯形法——初步探讨	64
§ 2-2 化成标准形式	73
§ 2-3 单纯形法——一个完整的例题	78
§ 2-4 规范的方法	85
§ 2-5 从阶段 I 转变到阶段 II	96
§ 2-6 具有有界变量的线性规划	103
第三章 灵敏度分析	119
§ 3-1 一个分析的例题	120
§ 3-2 影子价格、检验数和新的活动	122
§ 3-3 目标函数系数的变动	128
§ 3-4 右端值的变动	134
§ 3-5 备选的最优解和影子价格	142
§ 3-6 计算机输出——一个例题	146
§ 3-7 范围内的同时变动	150
§ 3-8 参数规划	155

第四章 线性规划的对偶性	213
§ 4-1 对偶性的初步探讨	213
§ 4-2 对偶问题的定义	220
§ 4-3 对偶的一般求法	225
§ 4-4 对偶的基本性质	231
§ 4-5 互补松弛性	238
§ 4-6 对偶单纯形法	242
§ 4-7 原对偶算法	247
§ 4-8 数理经济学	249
§ 4-9 对策论	254
第五章 数学规划的应用	285
§ 5-1 决策过程	285
§ 5-2 建立公式、求解和实施阶段	293
§ 5-3 计算机的作用	299
§ 5-4 一个简单的例题	310
第六章 网络模型	328
§ 6-1 一般网络流问题	328
§ 6-2 特殊网络模型	332
§ 6-3 关键路线法	340
§ 6-4 受能力制约的生产——一个隐含的网络	345
§ 6-5 运输问题的求解	349
§ 6-6 另外的运输情况	362
§ 6-7 网络的单纯形法	367
§ 6-8 最小费用流问题的求解	375
第七章 整数规划	401
§ 7-1 几个整数规划模型	402
§ 7-2 用公式表示整数规划	410
§ 7-3 实例模式	424
§ 7-4 整数规划的若干性质——简例	426

§ 7-5 分枝和估界	428
§ 7-6 混合整数规划的分枝估界法	441
§ 7-7 蕴涵枚举	445
§ 7-8 截面	450
第八章 动态规划	482
§ 8-1 一个简单的例题	482
§ 8-2 动态规划方法的模式化	491
§ 8-3 最优发电量增长问题	498
§ 8-4 未来收益的贴现	505
§ 8-5 网络中的最短路线	509
§ 8-6 连续的状态空间问题	515
§ 8-7 不肯定型的动态规划	520
第九章 大系统问题	548
§ 9-1 大型问题	549
§ 9-2 分解方法——初步探讨	558
§ 9-3 分解方法的几何解释	563
§ 9-4 分解方法	565
§ 9-5 分解方法的一个实例	572
§ 9-6 分解方法的经济解释	579
§ 9-7 分解理论	584
§ 9-8 列构成	597
第十章 非线性规划	625
§ 10-1 非线性规划问题	625
§ 10-2 局部最优与全局最优	630
§ 10-3 凸函数与凹函数	634
§ 10-4 问题的分类	639
§ 10-5 可分离规划	641
§ 10-6 非线性规划的线性逼近	649
§ 10-7 二次规划	661

§ 10-8	无约束最小化和系列无约束最大化方法(SUMT) …	667
§ 10-9	一维优化 …	679
附录 A	向量和矩阵 …	711
§ A-1	向量 …	711
§ A-2	矩阵 …	713
§ A-3	矩阵形式的线性规划 …	718
§ A-4	矩阵的逆 …	720
§ A-5	基及其表达式 …	726
§ A-6	线性规划的极点 …	733
附录 B	矩阵形式的线性规划 …	739
§ B-1	改进单纯形法的初步探讨 …	739
§ B-2	方法的形成 …	746
§ B-3	改进单纯形法——一个例题 …	751
§ B-4	从计算机考虑及乘积形式 …	757
§ B-5	再谈灵敏度分析 …	760
§ B-6	参数规划 …	765
§ B-7	矩阵形式的对偶性原理 …	772
§ B-8	单纯形法中退化问题的解决 …	777
附录 C	最大流网络问题的标记法 …	782
§ C-1	最大流问题 …	782
§ C-2	最大流法——规范的说明 …	787
§ C-3	实例解法 …	788
§ C-4	方法的检验——最大流/最小截 …	791

第一章 数学规划总论

管理科学的特点是用科学的方法来探讨经营管理方面的决策问题。它试图把数学方法和现代计算机的能力运用到现代管理人员所面临的既困难又错综复杂的问题上去。它是一门年青而新颖的学科。虽然它的根源可以追溯到古老文化所提出的问题，但是直到第二次世界大战以后，它才被人们公认为是一套宝贵的确切的知识。从此以后，它以惊人的速度成长起来，这种速度对于大多数科学成就来说是没有前例的。它正在改变着我们对于决策的看法，而且正在运用到一切可以想象到的领域中去，包括商业、工业、军事、公用事业等方面的多种多样的问题。

管理科学还有许多其他名称。在美国，运筹学是同义词，今天也在广泛地使用；而在英国，运筹学似乎是使用得更为广泛的名称。有些人倾向于把解决经营管理问题的科学叫作其他名称，如系统分析、成本效益分析、成本效果分析等等。本书则始终采用管理科学这个名称。

数学规划，尤其是线性规划，是管理科学最成熟和最有用的分枝之一。由所探讨的问题的性质所决定的一系列约束条件之下，如何把有限的资源在许多竞争性活动之间进行最优分配，这就是线性规划所要解决的问题。这些约束条件可以反映在财务上、工艺上、市场上、组织上以及其他方面的要求。广义地说，数学规划可以定义为一种数学的表示方法，其目的是对于不足的资源进行规划，使其得到最好的可

能的分配方案。当数学的表示方法只用线性函数时，我们就可得到线性规划模型。

1947年乔治·但泽，其后美国空军的一个研究小组，SCOOP (Scientific Computation of Optimum Programs 最优规划科学计算) 小组，研究提出单纯形法 (Simplex method)，用来求解一般线性规划问题。单纯形法在计算上具有极高的效率，再加上使用高速数字计算机，于是线性规划就成为当前最强有力的优化方法，它在企业中使用最广泛。

此后，又研究提出许多其他的方法，这些方法放宽了线性规划模型的假定，并且扩大了数学规划的应用范围。本书所探讨的就是这些方法以及其在实际工作中的有效运用。

§ 1-1 管理科学导论

由于数学规划只是范围广阔的管理科学的工具，首先让我们了解一下管理科学的研究方法，然后阐明数学规划在这种研究方法中的作用。

很难对管理科学作出一个大家都一致公认的定义。如前所述，这是一个相当新的领域，它正在不断地更新和变化。它从社会科学、自然科学、计量经济学、数学等学科的成就中吸取了许多有益的东西，而这些学科大都是很难给以严格的定义的。但是无论如何对于管理科学的基本原理还是可以提出一个一般的表述，即：

管理科学的特点是利用数学模型为管理人员提供方针，以便在现有信息的情况下去作出有效的决策；或者当现有信息不足以做出一个适当的决策时，而去搜集更多的信息。

这种表述强调了几个要素：第一，管理科学的核心是建立模型，即运用数学的抽象，抓住所要探讨的决策问题的最

主要特点。模型是现实的简化表示。为了使模型在管理决策中起作用，它就必须简单易懂，便于使用；同时，它要对决策环境提供一个完整的现实的图象。这就要求它把所有的重要因素都考虑进来，使之能反映所探讨的问题的本质。这不是一件轻而易举的工作，但是如果做得合适，它就可以为管理工作者提供一种用来解决复杂的决策问题的工具。

第二，通过模型设计，管理科学试图给管理工作者提供方针。换句话说，使得管理工作者对他们行动的效果有更多的了解。这绝不是代替管理工作者的个人作用，而只是为管理行动找到可靠的依据。因此，管理工作者和模型之间存在着相互作用，认识这一点是十分重要的。模型可以很方便地，有效地说明所考察的许多备选方案之间，可能存在的各种相互关系；可以清楚地评价管理工作者所采取的各种方案的经济效果；而且这些方案必须不超出现有资源和运用这些资源时的需求这两方面的制约。另一方面，管理工作者建立模型要概括基本问题，并根据自己的经验阐明模型的效果。同时要看到模型的局限性。要使模型提供的卓越地运算能力和决策人的高级判断能力，两者相辅相成，这是管理科学研究方法成功的关键。

最后，进行有效决策所需信息的多少，是决定于所要探讨决策问题的复杂程度，而不决定于研究决策过程所使用的工具。模型要求过多的信息，它就不是好的模型，实际上也是不必要的。恰恰相反，完全可以在现有信息的范围之内建立模型，并可以用它来衡量收集更多的信息在经济上是否合算。

关于如何恰当地设计和使用模型，将在第五章中详细讨论。

§ 1-2 模型的分类

对管理科学的模型有几种分类方法。首先按表述给定问题的真实程度，可以把模型划分为几个大类。模型的分类如图 1-1 所示。

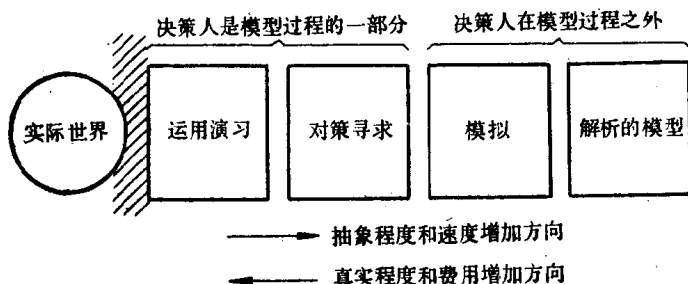


图1-1 模型表述的类型

一、运行演习 (Operational Exercise)

第一类模型是运行演习。这种模型的研究方法是直接同决策所处的现实环境打交道。这种模型工作只不过是设计出一组实验，直接在那种环境中进行实验，经过量测并说明这些实验的结果。例如，我们要为一个炼油厂确定几种原油的混合比例，保证该厂最有效地满足市场的需求。我们进行运行演习，以便为决策找到科学的依据，我们可以直接在实际的精炼过程中对几种原油的不同的混合比例进行试验，并观察各个比例方案所得到的最终收入和成本数据。要不了几次试验，我们就可以了解到原油输入与从精炼过程所得到的净收入之间的关系，就可帮助我们确定一个合适的比例。

为了使这种研究方法得到成功，就一定要仔细地设计所要进行的实验，并根据量测时引起的误差去评价实验的结果，最后依据有限次数的观察所能达到的数据做出结论。有

许多统计方法和优化方法可以用来很好地完成上述工作。运用演习的核心是一种归纳的学习过程，这是研究自然科学的典型的方法，是经验的研究方法，也就是从对某种现象的若干次特殊观察中，归纳抽出一般性原理。

在各种形式的模型研究方法中，运行演习的真实程度最高，因为除了有关观察结果的解释说明和从中引出的一般性结论的因素之外，几乎没有渗入任何外部的抽象和简化。但是这种方法，实行起来是非常费钱的，因此通常很少被采用。此外，在大多数情况下，也不可能把可供决策者采用的所有的方案都一一详尽地加以实验。这可能使得所得到的结论充其量，不过是一种准优化（suboptimization）。因此，运行演习很少用来作为模型实际工作的一种纯粹的形式。但是必须注意，对实际环境的直接观察是大多数模型概念形成的基础，也是数据的最重要的来源之一。因此，尽管运行演习很少单独地使用；但它对于管理决策还是有显著的作用的。

二、对策寻求（Gaming）

按照这种分类方法，第二种模型是对策寻求。在这种情况下，所建立的模型是现实环境抽象后的简化的表述。这种模型为评价所提出的许多备选方案的效果提供一种方法。这些备选方案必须由决策人有条不紊地顺序提供出来。这种模型只是保证决策人能够对他认为值得采用的各种不同的备选方案的效果进行试验的一种方法。此外，在对策寻求的情况下，凡是会影响到决策环境的所有人的相互作用，都许可积极地参加进来，这就要求把他们通常实际活动时，所能起的作用输入。如果在上例中运用对策寻求的研究方法，那就要把原油精炼过程用计算机模型或数学模型代表，这种模型可以采取任何一种形式。