

# 流体润滑数值分析

Numerical Analysis of Fluid Lubrication

杨冲然 著



国防工业出版社

415373

# 流体润滑数值分析

Numerical Analysis of Fluid Lubrication

杨沛然 著



00415373

国防工业出版社

· 北京 ·

**图书在版编目(CIP)数据**

流体润滑数值分析/杨沛然著. —北京: 国防工业出版社, 1998. 10

ISBN 7-118-01852-X

I. 流… II. 杨… III. 流体动力润滑-计算方法 IV. TH  
117.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 27193 号

2310/3

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 印张 12 $\frac{3}{4}$  328 千字  
1998 年 10 月第 1 版 1998 年 10 月北京第 1 次印刷  
印数: 1—1000 册 定价: 23.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。

4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会

# 国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允

曾 铎

秘 书 长 崔士义

委 员 于景元 王小谟 尤子平

(以姓氏笔划为序) 冯允成 刘 仁 朱森元

朵英贤 宋家树 杨星豪

吴有生 何庆芝 何国伟

何新贵 张立同 张汝果

张均武 张涵信 陈火旺

范学虹 柯有安 侯正明

莫梧生 崔尔杰

## 前 言

在这个世界上,上至航天器,下至潜水艇,几乎所有国防工业的产品都需要适当的润滑才能发挥其威力;大至超级油轮,小至怀表手表,几乎所有人类使用的机械装置都需要合理的润滑才能正常地工作。润滑油、润滑脂,这些貌不惊人的物质,以其特有的规律和方式,正在静悄悄地影响着人类文明的进程。

任何机器都必须运动,运动的零部件之间必定会发生摩擦和磨损,而润滑是减小摩擦、减轻以至避免磨损的直接措施。人类进入工业社会以后,润滑已逐渐发展成为一门重要的技术,并已成为工业部门和学术机构重要的研究领域。19世纪末流体润滑现象被首次发现,几乎同时流体润滑理论也被提出来了。二战期间军事装备的需求促使润滑技术高速发展,也对润滑理论,特别是流体润滑理论提出了更高的要求。战后各工业国立即投入大量人力物力,开展有关方面的研究。

电子计算机的飞速进步是润滑理论得以迅速发展的关键。1960年前后英国 Leeds 大学的 Dowson 教授是在简陋的台式计算机上完成其著名的弹流润滑逆解法的,而现在西方学者已在使用巨型计算机来研究润滑现象了。机械零件润滑、磨损和失效的计算机仿真技术相信在不久的将来就可能成为现实。

本书<sup>①</sup> 作者是1979年在山东工业大学攻读硕士学位期间开始接触润滑理论的,毕业后开始在国内杂志上发表论文。1986年进入清华大学攻读博士学位,在温诗铸教授指导下从事非稳态热弹流研究,毕业后开始在国外杂志上发表论文,并于1992年与温

---

<sup>①</sup> 本书有关研究由国家自然科学基金资助。

诗铸教授联名出版了《弹性流体动力润滑》一书。1990年以来本书作者先后得到国家教委资助优秀年轻教师基金和国家自然科学基金等五项资助,继续从事流体润滑方面的研究,并于1992年和1994年两次应邀前往加拿大 Alberta 大学讲学和进行合作研究。本书关于矩形滑块润滑的专题就是在第二次赴加讲学期间与 Alberta大学的 Rodkiewicz 教授合作完成的。

流体润滑理论与数值分析是密不可分的。现代润滑理论已要求在分析中把发热和传热、零部件的变形、润滑剂的流变性、工件表面的粗糙度等很多因素都考虑进去,这就使得润滑理论成为计算数学、流体力学、传热量、固体力学等多种学科互相交叉的边缘理论。这种多学科交叉的特点有时会使初涉这一领域的研究者感到困惑茫然,无从下手。

虽然现在世界上每年都要发表上百篇有关流体润滑数值分析的论文,但限于篇幅这些论文的内容常常是跳跃式的,对方法的论述常常是概括性的,所以要切实地掌握这些论文中的方法并非易事。鉴于这种状况,在本书作者还是硕士研究生时,就感到非常需要一本关于润滑理论数值分析的专著,在不失先进性和新颖性的前提下,该书应该是围绕几个精选的专题,深入浅出、毫无保留地论述几种实用的算法,使得读者在读懂了该书之后,能够实实在在地掌握书中的理论和方法,将其应用到自己的研究中去,并且可以以此为出发点去开拓新的研究领域。这便是本书写作的初衷和写作中孜孜以求的目标。

润滑理论是一门博大精深的学问,笔者所熟悉的仅是其一、两个侧面而已。所以在写作本书时不敢奢望面面俱到,而是立足于熟悉的侧面,力求由表及里,由浅入深。按照这样的想法,从结构上把全书分为四个部分。第一部分为第一至第六章,尽可能简明地讲述必须的基础知识;第二部分是第七章,论述线接触弹流润滑的多重网格法,这种解法是弹流理论研究人员必须掌握的;第三部分是第八至第十五章,其中第八至第十三章是一个完整的专题,即矩形滑块的稳态广义热弹流润滑,而第十四、十五两章是该专题的补充和



扩展；第四部分是第十六章，论述了另一个完整的专题，即线接触粗糙表面的非 Newton 流体热弹性流体动力润滑问题。在知识层次上，写作时力求把难点分散开来，因此与时变效应、流体惯性力、非 Newton 流动、表面粗糙度等有关的方程和算法是逐渐引入各章节的。为了使读者能够掌握有关算法的技巧，书末以附录的形式提供了最后一个专题的 FORTRAN 程序，该程序可在微型计算机上运行。

本书可以认为是作者获得博士学位以后在润滑理论方面主要研究成果的阶段性的总结。本书算式繁杂、符号众多，若有错误与不当之处，尚祈读者能予以指正。

在此向 Alberta 大学的 C. M. Rodkiewicz 教授、清华大学温诗铸教授、北京理工大学毛谦德教授、国防科技图书出版基金评审委员会有关专家、本书的责任编辑崔晓莉同志，及一切支持和帮助过有关研究及本书的写作和出版的部门和个人表示诚挚的谢意。

杨沛然

1996 年 3 月完成第一稿

1997 年 6 月完成修改稿

# 目 录

第一章	润滑理论基础知识	1
1.1	概述	1
1.2	润滑油的粘度和密度	4
第二章	Reynolds 方程	9
2.1	Reynolds 方程的推导	9
2.2	润滑膜压力的形成机理	15
2.3	Reynolds 方程的应用	17
第三章	无限长楔形滑块的解析解	20
3.1	建立数学模型	20
3.2	压力分布	22
3.3	承载量和摩擦系数	24
3.4	流量和支承中心	26
第四章	刚性圆柱的润滑理论	29
4.1	几何关系	29
4.2	压力分布	30
4.3	边界条件	32
4.4	承载量	36
4.5	变粘度理论	37
第五章	短轴承理论	39
5.1	无限短近似方法	39
5.2	径向滑动轴承	40
第六章	弹性流体动力润滑基础	48
6.1	概述	48
6.2	Hertz 接触理论	49
6.3	Грубин 入口区分析解	50
6.4	分布压力下的弹性变形	52

6.5	基本方程及其数值解 .....	55
6.6	弹流润滑的特点 .....	56
第七章	弹流润滑的多重网格解法 .....	60
7.1	多重网格法的基本原理 .....	60
7.2	弹流润滑基本方程的离散 .....	69
7.3	原方程的缺陷方程 .....	71
7.4	压力的松弛迭代 .....	74
7.5	算法的实施 .....	77
7.6	实践的检验 .....	79
7.7	多重网格积分法 .....	84
第八章	矩形滑块稳态热弹流润滑的数学模型 .....	95
8.1	数学模型的建立 .....	95
8.2	微分方程的边界条件 .....	104
第九章	数学模型的无量纲化 .....	110
9.1	能量方程的无量纲化方法 .....	110
9.2	无量纲数学模型 .....	116
第十章	温度场的解法 .....	121
10.1	离散网格和计算方案 .....	121
10.2	油膜温度的差分方程 .....	123
10.3	界面温度的差分方程 .....	129
10.4	滑块温度的差分方程 .....	129
10.5	计算流程 .....	136
第十一章	变形矩阵 .....	139
11.1	差分格式 .....	140
11.2	双调和算子的差分公式 .....	142
11.3	变形矩阵的建立 .....	159
第十二章	压力分析 .....	164
12.1	Newton-Raphson 算法的原理 .....	164
12.2	增广压力方程组 .....	168
12.3	方程组的 Jacobi 矩阵 .....	172
12.4	压力计算过程 .....	178
第十三章	程序设计和计算结果 .....	183

13.1	程序设计 .....	183
13.2	压力分布和油膜形状 .....	187
13.3	温度分布规律 .....	190
13.4	载荷对润滑性能的影响 .....	193
13.5	速度对润滑性能的影响 .....	195
<b>第十四章 复杂的无限长滑块润滑 .....</b>		<b>198</b>
14.1	滑块前缘压力 .....	198
14.2	复杂问题的数值解 .....	201
14.3	表面变形 .....	208
14.4	数值方法简述 .....	214
14.5	主要计算结果 .....	215
14.6	非 Newton 润滑 .....	229
<b>第十五章 时变润滑问题的解答 .....</b>		<b>239</b>
15.1	时变润滑问题概述 .....	239
15.2	矩形滑块时变热弹流润滑的数学模型 .....	242
15.3	无量纲数学模型 .....	251
15.4	数值方法和技巧 .....	257
15.5	柱面支承滑块的解答 .....	268
15.6	球面支承正方滑块的解答 .....	282
<b>第十六章 非 Newton 时变微观热弹流理论 .....</b>		<b>291</b>
16.1	概述 .....	291
16.2	数学模型 .....	293
16.3	无量纲化 .....	301
16.4	压力分析 .....	306
16.5	温度分析 .....	313
16.6	变形矩阵 .....	317
16.7	计算流程 .....	321
16.8	稳态和准稳态解 .....	323
16.9	时变问题的主要计算结果 .....	330
本章结束语 .....		336
附录 非 Newton 流体时变微观热弹流润滑源程序 .....		339
参考文献 .....		386

# Contents

1	FUNDAMENTAL KNOWLEDGE OF LUBRICATION	
	THEORIES .....	1
1.1	Introduction .....	1
1.2	Viscosity and Density of Lubricating Oil .....	4
2	REYNOLDS EQUATION .....	9
2.1	Derivation of Reynolds Equation .....	9
2.2	Pressure Generated Mechanism in Lubricating Film .....	15
2.3	Applications of Reynolds Equation .....	17
3	CLOSED FORM SOLUTIONS OF INFINITELY LONG	
	WEDGE PADS .....	20
3.1	Establishment of Mathematical Model .....	20
3.2	Pressure Distribution .....	22
3.3	Load Supporting Capacity and Frictional Coefficient .....	24
3.4	Flow Rate and Supporting Center .....	26
4	LUBRICATION THEORY OF RIGID CYLINDERS .....	29
4.1	Geometirc Relations .....	29
4.2	Pressure Distribution .....	30
4.3	Boundary Conditions .....	32
4.4	Load Supporting Capacity .....	36
4.5	Theory with Varied Viscosity .....	37
5	SHORT-BEARING THEORY .....	39
5.1	Model of Infinitely Short Approximation .....	39
5.2	Journal Sliding Bearings .....	40
6	FOUNDATION OF ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICA-	
	TION .....	48
6.1	Introduction .....	48

6.2	Hertzian Contact Theory .....	49
6.3	Grubin's Inlet-Zone Analytical Solution .....	50
6.4	Elastic Deformation Under Distributed Pressure .....	52
6.5	Basic Equations and Their Numerical Solutions .....	55
6.6	Characteristics of Elastohydrodynamic Lubrication .....	56
7	<b>MULTI-GRID METHOD FOR ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION</b> .....	60
7.1	Principles of Multi-Grid Method .....	60
7.2	Dispersal of Basic Equations of Elastohydrodynamic Lubrication ...	69
7.3	Deficit Equations of Original Equations .....	71
7.4	Iterative Relaxation of Pressure .....	74
7.5	Performance of Algorithm .....	77
7.6	Examination in Practices .....	79
7.7	Multi-Level Multi-Integration Method .....	84
8	<b>MATHEMATICAL MODEL FOR STEADY THERMOEL- ASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION OF RECTANGULAR PADS</b> .....	95
8.1	Establishment of Mathematical Model .....	95
8.2	Boundary Conditions of Differential Equations .....	104
9	<b>DIMENSIONLESS TREATMENT OF MATHEMATICAL METHOD</b> .....	110
9.1	Dimensionless Method for Energy Equation .....	110
9.2	Dimensionless Mathematical Model .....	116
10	<b>ALGORITHM FOR TEMPERATURE FIELD</b> .....	121
10.1	Dispersed Mesh and Computational Approach .....	121
10.2	Difference Equations of Film Temperature .....	123
10.3	Difference Equations of Interface Temperature .....	129
10.4	Difference Equations of Pad Temperature .....	129
10.5	Computational Process .....	136
11	<b>DEFORMATION MATRIX</b> .....	139
11.1	Difference Scheme .....	140
11.2	Difference Formulae of Bi-Harmonic Operator .....	142

11.3	Establishment of Deformation Matrix .....	159
12	PRESSURE ANALYSIS .....	164
12.1	Principle of Newton-Raphson Method .....	164
12.2	Extended Pressure Equation Set .....	168
12.3	Jacobian Matrix of Equation Set .....	172
12.4	Process of Pressure Calculation .....	178
13	PROGRAM DESIGN AND NUMERICAL RESULTS .....	183
13.1	Program Design .....	183
13.2	Pressure Distribution and Film Profile .....	187
13.3	Characteristics of Temperature Distribution .....	190
13.4	Influence of Load on Lubrication Performance .....	193
13.5	Influence of Velocity on Lubrication Performance .....	195
14	COMPLICATED LUBRICATION THEORY OF INFINITELY LONG PADS .....	198
14.1	Pad Inlet Pressure .....	198
14.2	Numerical Solution to Complicated Problems .....	201
14.3	Surface Deformation .....	208
14.4	Brief Description of Numerical Method .....	214
14.5	Main Numerical Results .....	215
14.6	Non-Newtonian Lubrication .....	229
15	SOLUTIONS OF TIME-DEPENDENT LUBRICATION PROBLEMS .....	239
15.1	Introduction of Time-Dependent Lubrication Problems .....	239
15.2	Mathematical Model of Time-Dependent Thermoelastohydrody- namic Lubrication of Rectangular Pads .....	242
15.3	Dimensionless Mathematical Model .....	251
15.4	Numerical Method and Technique .....	257
15.5	Solutions of Cylindrical Supported Pads .....	268
15.6	Solutions of Spherical Supported Rectangular Pads .....	282
16	NON-NEWTONIAN MICRO-THERMOELASTOHOY DRODYNAMIC LUBRICATION THEORY .....	291
16.1	Introduction .....	291

16.2	Mathematical Model .....	293
16.3	Dimensionless Treatment .....	301
16.4	Pressure Analysis .....	306
16.5	Temperature Analysis .....	313
16.6	Deformation Matrix .....	317
16.7	Calculation Process .....	321
16.8	Steady State and Pseudo-Steady State Solutions .....	323
16.9	Main Numerical Results of Time-Dependent Problems .....	330
	Concluding Remarks of This Chapter .....	336
<i>Appendix</i>	<i>A Source Program for Non-Newtonian Time-Dependent Micro-Thermoelastohydrodynamic Lubrication</i> .....	339
<i>References</i>	.....	386



# 第一章 润滑理论基础知识

## § 1.1 概 述

在具有相对运动的相互作用表面之间加入某种剪切阻力较小的物质以达到减小摩擦系数和降低磨损率之目的的措施叫做润滑。加入的物质叫做润滑剂,它可以是液体、气体,也可以是固体。有效的润滑最理想时可以把摩擦系数减小到 0.0001 左右,并把磨损率降低到零。

从机理上润滑可分为流体静压润滑、流体动力润滑、弹性流体动力润滑、边界润滑和固体润滑五种基本类型。

### 1.1.1 流体静压润滑

流体静压润滑理论现已接近成熟。与液压和气动技术相结合,现静压润滑已发展成为一门相对独立的技术,其成果如静压轴承、静压导轨、静压丝杠等已在机床、动力机械、仪器仪表等工业部门得到了广泛的应用,并已取得了良好的经济效益。

流体静压润滑的润滑剂主要有润滑油和气体两种。

流体静压润滑的承载油膜是由外界向润滑表面间通入压力油而强制形成的,故又称外压或外生压润滑。流体静压润滑具有其它各种润滑形式无可比拟的优越性,如果设计和使用得当,可以完全避免磨损。与流体动力润滑相比,其主要优点在于:

(1)不要求两表面间构成收敛间隙和足够的相对速度,相反地,其承载量和油膜厚度均与滑动速度无关。

(2)极好的油膜刚度。通过采用特殊的供油系统和节流装置,可以实际上使油膜刚度为无限大,甚至可以设计得使油膜厚度在