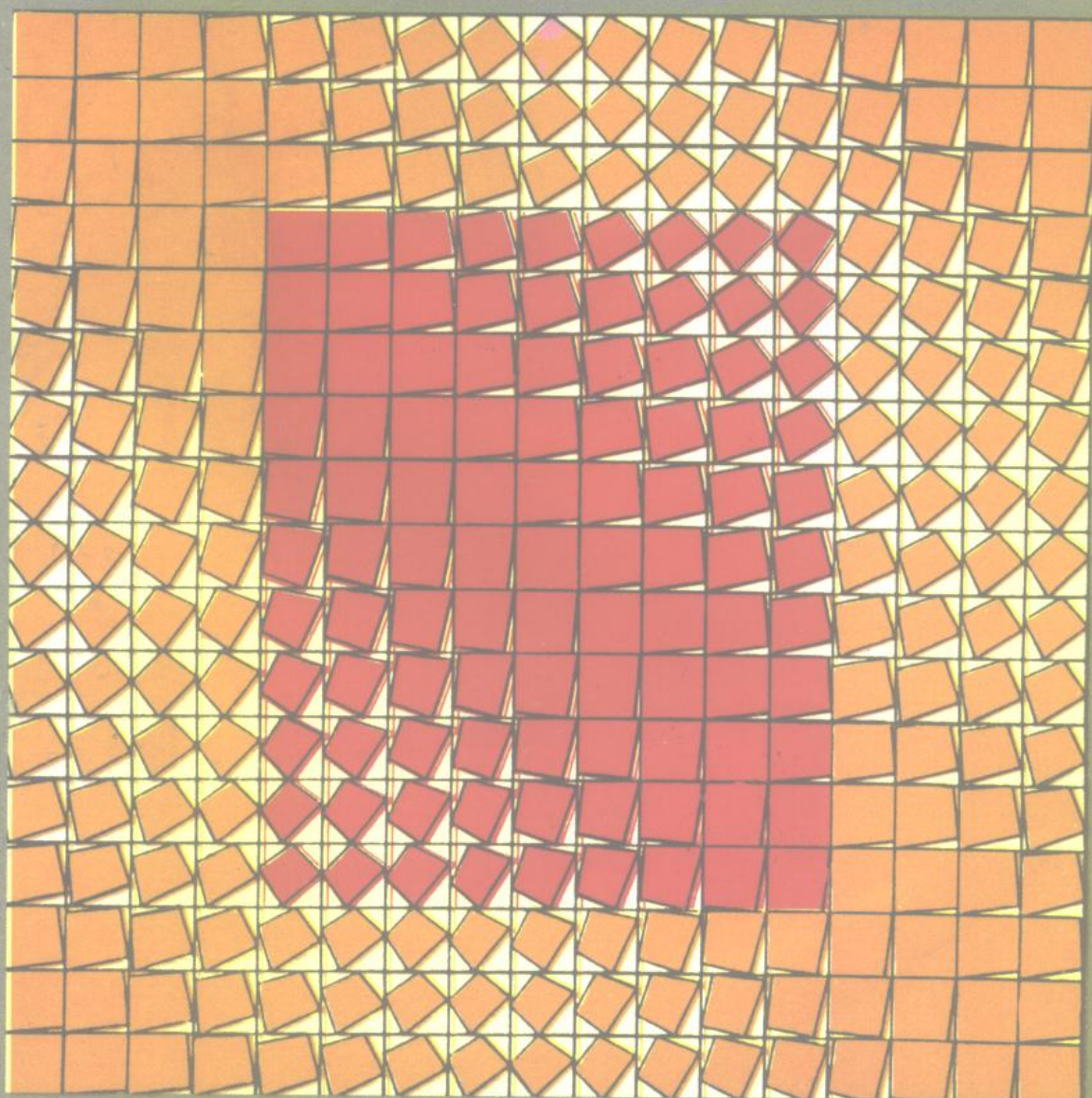


电子线路计算机 辅助分析与设计

叶 铭 朱仙寿 张 明 编著

浙江大学出版社



内 容 简 介

本教材较全面介绍了电子线路计算机辅助分析和设计的基本理论、方法、算法、程序编制关键技术及程序实现。同时介绍了这些方面的最新发展及研究方向,例如电路的统计分析与设计,成品率的计算,大规模集成电路的设计理论和方法及第三代电路模拟技术等。教材共有十章,包括:计算机辅助电路分析和设计的基础知识,电路中有源器件模型,线性电路分析,非线性电路的直流分析,电路的瞬态分析,网络的灵敏度计算和容差分析,电子线路的最优化设计,大规模电路的模拟技术,逻辑模拟,电子线路CAD的实用软件介绍。本教材主干部分都给出了较详细框图,附录给出三个典型程序便于读者学习参考。

本教材可作为高等院校电子工程和自动控制等电类本科生和研究生的基本教材及有关专业师生的教学参考书,亦可供从事电路与系统分析和设计的科技人员或工程技术人员参考之用。

电子线路计算机辅助分析与设计

叶 铭 朱仙寿 张 明 编著

责任编辑 宗贤钧

* * *

浙江大学出版社出版

(杭州玉古路20号 邮政编码310027)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

浙江大学出版社电脑排版中心排版

杭州富阳何云印刷有限公司印刷

浙江省新华书店经销

* * *

787mm×1092mm 16开 13印张 350千字

1993年12月第1版 1999年5月第4次印刷

印数: 9001—11000

ISBN 7-308-01270-0/TP·092 定价: 13.00元

前 言

电子线路计算机辅助分析与设计(Computer Aided circuits Analysis and Design,简称 CAA 和 CAD)是随着计算机的普及和集成电路的出现而迅速发展起来的一门学科。它把电子计算机的快速、高精度、存储容量大、严格的逻辑判断和优良的数据处理能力与人的创造性思维能力充分结合起来,非但比传统的电路设计方法优越得多(如设计效率高、设计周期短、设计质量高),而且解决了传统设计方法在电路分析和设计中遇到的问题,有许多甚至是无法解决的难题。这主要表现在以下几方面:

随着科学技术的飞速发展,电路和系统的规模和复杂程度不断扩大(特别是大规模电路和超大规模电路),对性能指标(可靠性,稳定性及精度等)的要求越来越高。要用传统设计方法设计出一个高质量,高可靠性而又经济的小型化电路或系统是很困难,甚至不可能的。例如大规模集成电路不可能通过搭试验电路来完成。

电路的 CAD 和 CAA 可以对电路进行优化设计,由 CAA 分析电路性能,如不满足,它还可以自动修改元件参数,使所设计电路达到最优的目的。传统电路设计方法是无法办到。

电路的统计分析与设计,不但对电路可进行容差分析,进行合理容差分配,求得较优化的元件参数容差范围,使电路的合格率(成品率)较高,这个工作必须借助计算机。传统的设计方法就无能为力了。

作者自 1979 年开始对本科生及研究生讲授“电子线路计算机辅助分析与设计”课程,至今历经 10 多届。本教材根据作者讲授手稿并结合多年从事集成电路分析设计和科研的经验,编写而成。

本教材着重于数字电路模拟,模拟电路模拟的基本原理与基本算法的介绍。着重在 CAA 方面,介绍了常用的 CAA 方法,重点介绍目前比较常用的改进节点电压法。利用改进节点电压法和元件在不同工作范围的伴随模型(线性直流伴随模型,非线性线性化伴随模型,时间离散化瞬态伴随模型,灵敏度伴随模型等)直接建立电路的方程组 $Y_N V_N = I_S$,以此思路作为主线,贯穿全书。

本教材非常重视内容的实用性。为使读者通过学习不仅能较好掌握基本原理,并且能熟悉电子线路 CAD 方面的通用软件(逻辑模拟,电路模拟,印刷板设计)的使用,有能力自编程序分析电路和设计电路,教材中第十章介绍电子线路

CAD 通用软件。在每章中都介绍程序编制方法,并且列有较详细的程序框图,这对于掌握任何一种算法语言的读者来说,编程都易于实现。本教材给出了电路结构和元件参数输入,电路方程组的建立,解电路方程组,结果的输出,各元件的伴随模型等方面详细的子程序。可由读者选用,或组合成为一个实用电路分析程序。在附录中给出了三个用 FORTRAN 语言编写的通用程序以备读者参考和使用,这些程序均已在 PC 机上运用过。教材中,除第二,八,九,十章外,每一章后面都配适量的趣味性习题,以便于读者深入掌握教材中内容,做到学以致用。

本教材十分重视内容的先进性,注意介绍电路 CAD 和 CAA 目前的困难及活跃的课题(例如非线性电路迭代收敛性,元件模型等问题),从而使读者了解这一领域的基本发展过程及最新动态,从中找到自己的兴趣所在,投身于这一研究领域。本教材第八章介绍了适合于大规模集成电路的电路模拟算法“第三代”模拟技术。

本教材在基本原理与算法方面采用细线条,循序渐进。对于目前国内外一些研究发展采用粗线条,突出问题的提出和解决的方法。

本书第一至第五章,第八章由叶铭副教授编写,第六,第九章由朱仙寿副教授编写,第七,第十章由张明讲师编写,全书由叶铭副教授统稿。

本教材按 50 学时左右考虑,上机及参考程序可由教师根据具体条件和需要灵活掌握。本课程应是算法语言,电子线路,计算方法,线性代数等课程的后续课程。

本教材可作为高等学校涉及电子线路专业的大学生或研究生的基本教材,亦可作为从事电路系统分析和设计的科技人员或工程技术人员参考之用。

我们希望本教材能对从事电路的计算机分析和设计的广大读者有所帮助,但由于该领域发展十分迅速,应用范围相当广泛,而鉴于作者的水平有限,经验不足,且编写时间仓促,教材中难免存在不少错误和不妥之处,殷切希望读者批评指正。

编 者

1993. 6. 30.

目 录

第一章 计算机辅助电路分析和设计的基础知识.....	1
§ 1-1 什么是计算机辅助电路分析与设计.....	1
§ 1-2 通用电子线路模拟程序的主要组成.....	3
§ 1-3 电子线路 CAA 和 CAD 编程的基本要求.....	6
§ 1-4 网络拓扑的基本知识.....	7
习 题	17
第二章 电路中有源器件模型	18
§ 2-1 二极管模型	18
§ 2-2 双极型晶体管模型	20
§ 2-3 结型场效应管模型	26
§ 2-4 MOS 场效应管模型	28
第三章 线性电路分析	31
§ 3-1 CAA 中常用的电路分析方法	31
§ 3-2 直接形成 Y_n, IS 矩阵	35
§ 3-3 改进节点电位法	38
§ 3-4 线性电路模拟程序编制	42
习 题	52
第四章 非线性电路的直流分析	54
§ 4-1 非线性电路方程的建立	54
§ 4-2 非线性代数方程的求解	55
§ 4-3 非线性电路的迭代方程组建立	59
§ 4-4 伴随模型法	60
§ 4-5 分段线性迭代法	62
§ 4-6 加速迭代收敛的措施	65
§ 4-7 非线性电路的直流分析程序编制	68
习 题	71
第五章 电路的瞬态分析	73
§ 5-1 状态方程的建立	74
§ 5-2 线性动态电路的伴随模型法	77

§ 5-3 非线性动态电路的伴随模型	81
习 题	89
第六章 网络的灵敏度计算和容差分析	91
§ 6-1 灵敏度的伴随网络分析法	92
§ 6-2 电子线路的统计分析设计	101
习 题	112
第七章 电子线路的最优化设计	114
§ 7-1 概 论	114
§ 7-2 电路的目标函数	115
§ 7-3 最优化基本算法	115
§ 7-4 电路的最优化设计	122
习 题	125
第八章 大规模电路的电路模拟技术	126
§ 8-1 宏模型技术	126
§ 8-2 撕裂技术	132
§ 8-3 松弛技术	137
第九章 逻辑模拟	142
§ 9-1 逻辑模拟一般概念	142
§ 9-2 电路描述—结构描述语言	142
§ 9-3 逻辑模型	144
§ 9-4 模拟算法	147
§ 9-5 多值逻辑模拟	154
第十章 电子线路 CAD 实用软件介绍	158
§ 10-1 概 论	158
§ 10-2 通用电路模拟软件 SPICE	158
§ 10-3 各类 PCB 设计软件综述	160
§ 10-4 PCB 设计软件的系统构成与工作流程	163
附录	167
参考文献	202

第一章 计算机辅助电路分析和设计的基础知识

计算机辅助电路分析(computer aided circuit analysis 简称 CAA) 和设计(computer aided circuit design 简称 CAD) 是随着计算机硬件、软件的普及和集成电路(特别是大规模 IC) 的出现而迅速发展起来的一门学科。它将电路理论,最优化方法,计算数学,计算机程序设计与软件工程等熔于一体。广泛用于分析电子线路和设计电子线路。解决了人工分析和设计电子线路的许多难题。

§ 1 — 1 什么是计算机辅助电路分析与设计

一、电子线路分析与设计方法

所谓电路分析对已知的电路结构,各元件的标称值,有源器件参数,直流供电及交流信号激励,通过分析希望得到的是各电路特性,如频响特性、电路对脉冲信号的瞬态响应、振荡器起振过程、电路功耗等。传统电子线路设计步骤有,

第一步:根据实用需要,提出设计要求,确定设计指标。

第二步:设计人员参考有关资料及经验或剖析样机,初步确定电路程式,然后简化电路及元器件模型,根据已知参数,用解析法进行手工估算或搭实验电路板,进行物理模拟,用电子仪表测量电路的性能,看是否满足设计指标,如达不到设计指标,修改电路程式或元器件参数,重复前面的解析分析,实验板测量,如此反复进行,直到达到设计指标。电路分析与设计流程图如图 1-1 所示。

传统的设计方法,对一般较简单电路还是有效的,目前我国仍被采用。但无论是它的解析法还是实验法都存在不可克服的缺点。所谓电路解析分析法,就是根据克希霍夫电流定律、电压定律以及元件特性,靠手工建立电路方程,靠手工求解这些方程,求得结果。显然,它有以下的缺点和限制:

- (1) 电路要比较简单,否则人工列方程和分析计算无法进行。
 - (2) 对电路元器件的等效电路或模型做大量的简化和近似,忽略寄生参量的影响,这就使计算结果与实际性能往往差距很大。
 - (3) 不能进行容差分析和最坏情况分析,就无法估计元器件的容差范围,以保证产品合格率。
 - (4) 不能模拟某些破坏性故障,就无法确保产品的可靠性。
 - (5) 这种方法设计效率低,周期长,精度差,不能适应电子产品更新换代的要求。
- 采用搭制实验板,用电子仪表测量电路性能办法,也存在不可克服的缺点:
- (1) 制作实验板时间长,特别是做多方案实验时,费时问题更加突出。
 - (2) 元件精度和测量仪表的精度都影响实测结果的精度。
 - (3) 同样有解析法的(3)、(4)、(5) 三方面的缺点。

随着电子技术的迅速发展,电子电路和系统日趋复杂,规模越来越大,集成度越来越高,尤其是大规模集成电路(LSI)和超大规模集成电路(VLSI),在几个平方毫米或十几个平方毫米的芯片上集成几千,几万甚至上亿元件。这样的电路,根本就无法用手工计算,也无法搭实验板,传统的设计方法遇到不可逾越的障碍。所以迫切要求计算机作为辅助分析工具,建立适用于电路分析的方程及算法,借助计算机的巨大计算能力,在电路设计完成后并在投产前,对电路性能进行分析(CAA),并对设计进行各项指标的考核,如果不符合设计指标,可自动修改元器件参数值,再重复计算,反复进行,直到符合设计指标,计算结束。这就是 CAD,它不但没有传统设计方法的缺点,而且不受电路规模限制。设计流程如图 1-1 所示,然后将电路设计转为印刷电路版(PCB;printed circuit board)。

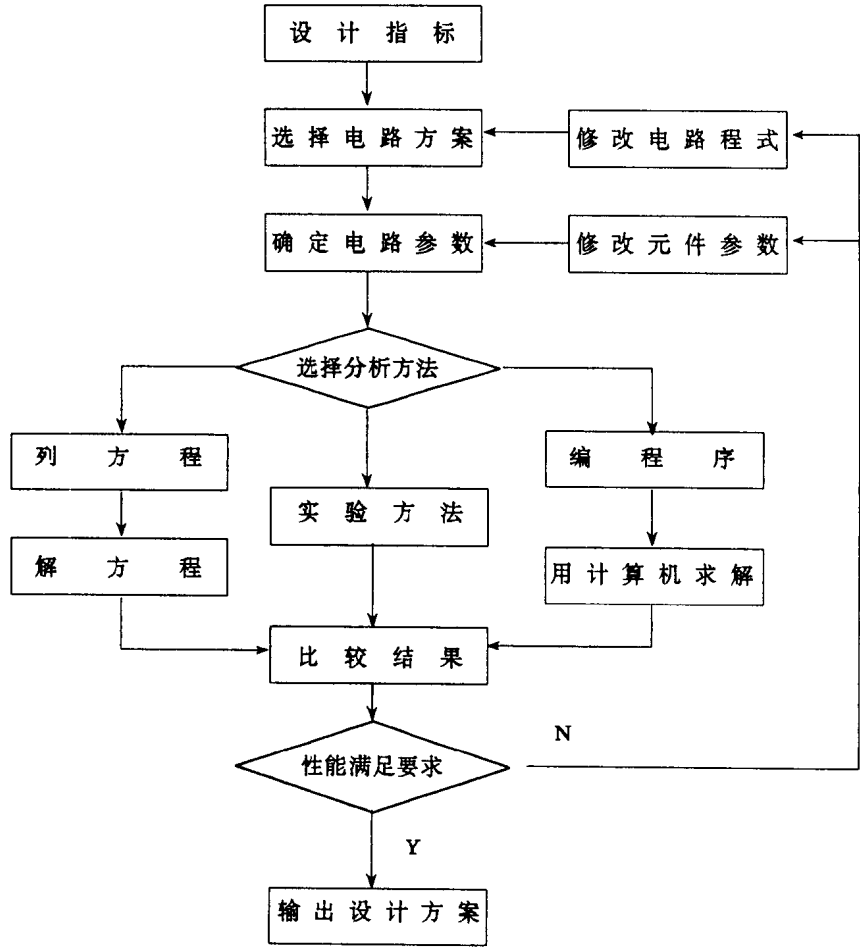


图1- 1 电路分析和设计流程图

二、电子线路 CAD 系统

电子线路 CAD 系统一般应由以下这些软件组成:

- 1. 通用逻辑设计软件

逻辑设计应有系统设计,逻辑综合,逻辑模拟,故障模拟等。系统设计是将系统的初始说明翻译成可行的逻辑设计,例如以数字系统的数据流描述为输入,由计算机产生系统的结构描述。逻辑综合就是在某种约束条件下对逻辑进行自动逻辑简化,其约束条件有:利用何种门;输入端数和门数最少;级数最少等。逻辑模拟是根据被模拟的逻辑电路(称模拟对象)和外部输入信号的波形图(称模拟的检验码),模拟出电路各元件的输出的波形图。故障模拟是模拟数字电路在出现某一故障时的逻辑行为。

2. 通用模拟电路模拟软件

该软件根据输入的电路拓扑结构和电路中元件参数,模拟出该电路的各种直流、交流、瞬态、元件灵敏度、噪音等特性。

3. 印刷电路板设计软件

该软件具有对电路元件有自动布局和布线功能,一般用户只需进行少量干预,就能完成印刷电路板的设计任务。

4. 电路图绘制和后处理软件

运行上述软件都需要提供电路拓扑结构和元件参数,目前一般都利用计算机屏幕绘制电路,然后调用相应的后处理软件,生成一种能完全表征电路拓扑结构的连接网表文件,作为以上一些软件的输入。后处理输入有些还可以进行电路连接规则检查(ERC)和各种报表生成。

5. 数据库建库软件

绘制电路和运行软件时,需要调用多种型号的器件符号和不同型号元器件的特性参数,这些器件符号和元器件参数都是存放在专用的数据库中提供给用户。为了用户根据需要不断在库中增添新的器件,因此系统必须提供建库软件。

图 1-2 是目前较为普及,功能较全的微机级 ORCAD 软件系统的组成。

本书主要介绍电子线路 CAD 软件的基本算法和编程技术及软件应用技术,而且重点放在电路模拟方面。

三、电路 CAA 的基本内容

不同性质的电路网络,要分析的内容不完全相同,分析方法也不完全相同,但不论什么类型的电路,需要分析的问题大致可归纳为下面几类:

1. DC 分析:求线性或非线性电路网络的直流解。
2. AC 分析:求线性或非线性电路网络的频域特性。
3. TR 分析(瞬态):求线性或非线性动态电路的时域特性,或非线性动态电路网络的稳态周期解。
4. 噪声分析:以噪声源作为输入,求 AC 或瞬态解。
5. 容差分析:进行电路网络的灵敏度和最坏情况分析。

§ 1 — 2 通用电子线路模拟程序的主要组成

一、输入编译

用户要将待分析电路结构(即元件之间的联接方式)及元件类型,元件值,分析什么功能和输出要求等意图告诉计算机,要使计算机能明白这些意图,因此要求电路分析程序应有一套

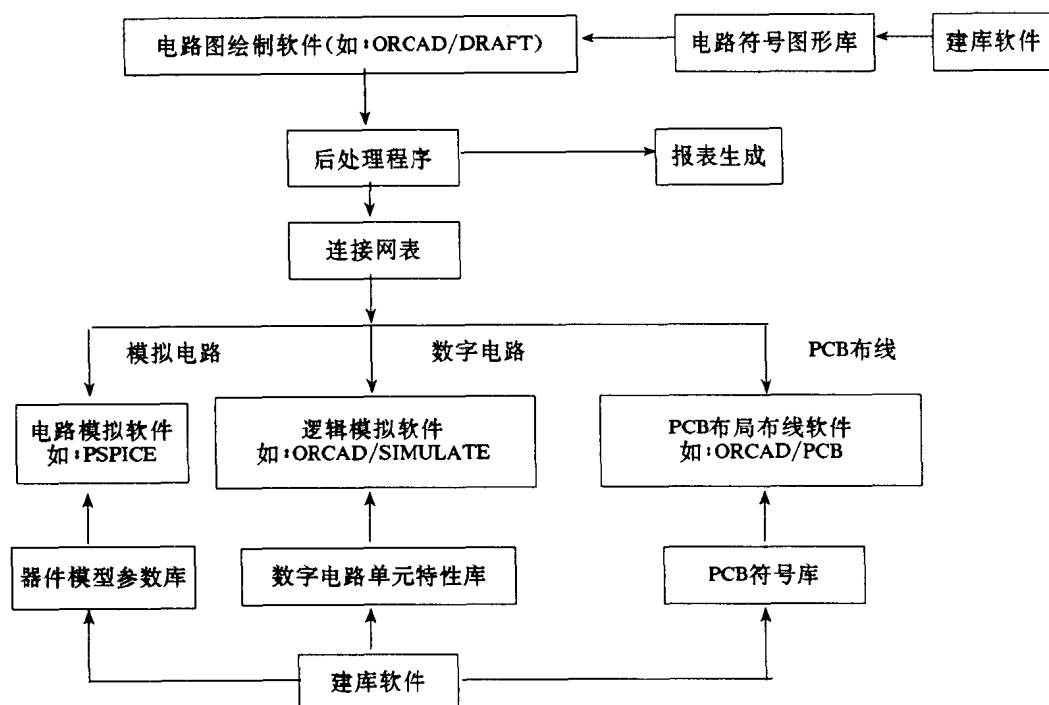


图1-2 微机级CAD软件系统组成

自动的电路描述语言及其编译器,例如 SPICE 程序对分析电路有如下描述:

对图 1-3 首先编制节点号。

```

VIN 1 0 AC 1E-3
VCC 6 0 DC 10
R1 1 2 1K
R2 6 3 100K
R3 3 0 27K
R4 6 5 1K
R5 4 0 0.1K
C1 2 3 2U
C2 4 0 100U
Q1 5 3 4 QMOD1
.MODEL QMOD1 NPN BF = 100
+ BR = 1 VA = 100 τF = 2ns CJE = 2pF...
.OP
.PRINT DC V(3) V(5)
.END
  
```

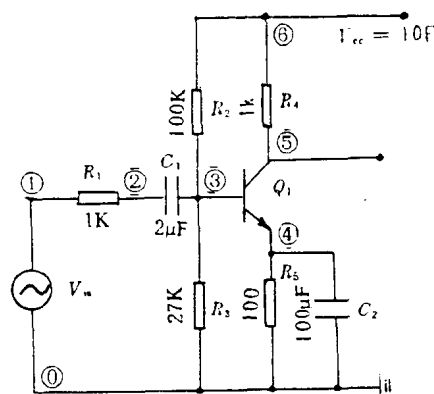


图 1-3 单管放大器

程序编译器应能编译出输入表中的意义

V_{IN} 1 0 AC 1E-3 表示在 1,0 节点间接有一交流(AC)信号源 V_{IN} 其值为 $10^{-3}V$;

V_{CC} 6 0 DC 10 表示在 6,0 节点之间接有一直流(DC)电源 V_{CC} 其值为 10V;

R_1 1 2 1K 表示 1,2 节点之间接有电阻 R_1 ,其值为 1k Ω ;

$C_1 \ 2 \ 3 \ 2U$ 表示在 2,3 节点之间接有电容 C_1 , 其值为 $2\mu F$, U 是单位因子, 其值为 10^{-6} 。

$Q_1 \ 5 \ 3 \ 4 \ QMOD1$ 表示一个晶体管 Q_1 , 其集电极, 基极, 发射极分别接在 5, 3, 4 节点, 晶体管特性见模型号 $QMOD1$, 性能为 npn 管, 正向 $BF = 100$, 反向 $BR = 1, \dots$ 等;

OP 表示 CAA 执行直流工作点分析。

PRINT DC V(3) V(5) 表示打印输出 3, 5 节点的直流电位。

END 表示结束。

电子线路 CAA 程序输入描述语言要求直观易懂, 书写自由, 使用方便, 目前大部分采用“自由格式”的输入描述语言, 近年来又出现了采用人机交互方式的输入描述语言, 用户可以通过人机交互设备(如光笔, 图形显示器)直接将电路图和元件参数输入计算机, 使用极其方便, 且直观易懂, 容易修改。

二、器件模型处理

我们知道, 每一个具体电路都是由实际的元器件组成, 要想对电路进行计算机辅助分析, 首先必须根据需要用到的各种等效电路描述这些元器件, 并建立它们的数学表示式, 这就是数学模型。例如

电阻用 $V = IR$ 表示

二极管用 $I_D = I_S(e^{V_D/V_T} - 1)$ 表示, 其中 $V_T = \frac{KT}{q}$

构成元器件模型方法(详见第二章)有: (1) 以器件的物理原理为基础, 推导出元件特性的表示式; (2) 把器件看成一个黑盒子, 测量端口特性, 构成模型。模型的类型有: 直流, 小信号和大信号几种。对于大型的电路分析和设计程序还备有专门的模型库, 贮存一些常用的元器件和典型电路模型, 以备调用。

三、电路方程式的建立

电路分析与设计程序根据用户输入的电路结构, 元件参数要求, 自动建立电路方程。随着 CAD 技术发展, 建立电路方程的方法也在相应的变化和发展, 目前使用较多的有: 节点电压法(改进节点电压法), 状态变量法, 混合法, 稀疏表格法。

节点电压法: 以电路节点电压为未知量, 根据 KCL, KVL 列出矩阵方程。

状态变量法: 以电路中电容上电压, 通过电感的电流为未知量, 列出一组微分方程, 适合于瞬态分析, 它的未知量少。

混合法: 在利用状态变量法列方程时, 不消去代数方程变量, 因而得到一个混合的微分, 代数方程组。

稀疏表格法: 直接由 KCL, KVL 和各支路元件特性三个方程组, “堆积”成为要求解的方程组, 其特点是稀疏性高, 适合稀矩阵的求解。

以上这些方法各有千秋, 一般根据不同要求, 不同电路类型, 选用不同方法。

四、电路方程的求解

CAA 中所列的方程大致分为三类: 线性代数方程组, 非线性代数方程组, 常微分方程组。所以也应采用三类数值求解方法。

对于线性代数方程组,数值求解一般采用高斯消去法或 LU 分解法。

对于非线性代数方程组,数值求解一般采用迭代法,在迭代点,用牛顿—拉森夫法进行线性化,然后用高斯消去法或 LU 分解法求解,结果如未收敛,求新迭代点,继续迭代。

对于微分方程组,数值求解一般采用显式积分法和隐式积分法两种,隐式积分法稳定性较好,故较多采用。

五、输出结果

通用的分析与设计程序应有多种选择,用户可以根据分析要求不同,选择不同内容,不同格式的输。如直流工作点,频率响应,瞬态响应等。输出可以是表格形式也可以是曲线形式。

§ 1 — 3 电子线路 CAA 和 CAD 编程的基本要求

编制电子线路的分析程序有专用程序和通用程序两类。本节就通用程序编制方面提出几点要求,这些对于编制专用程序亦大都适用。

一、考虑计算精度,注意误差的来源

CAA 与任何分析计算一样,都会有一定误差。因此在编程中为了提高计算精度,必须注意主要的误差来源:

1. 元器件的模型一般有多种,通常精度越高,模型越复杂,所以在选用不同模型,有不同误差,这是模型误差。例如晶体管就有注入模型,传输模型, G — P 模型,电荷控制模型等;
2. 元件的性能参数,都是由测量而得,在测量时由于仪器,测量方法等造成测量误差;
3. 在计算中常常遇到超越计算,例如计算 $\exp(-3.5)$,因计算只能是有限次数,必然会造成误差;
4. 由于计算机器字长有限,在运算中造成舍入误差;
5. 在计算中,选用算法不一样,造成误差亦不一样,例如函数 $f(x)$,在 x_1 处进行台劳级数展开

$$f(x) = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1) + \frac{1}{2}f''(x_1)(x - x_1)^2 + \dots + \dots$$

如采用一阶近似:

$$f(x) = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1) + \Delta$$

以上 Δ 就是算法误差或截断误差。如采用二阶近似,误差就不一样。

二、考虑运算速度要快,应注意

1. 合理选用算法;
2. 计算机中作四则运算时,加、减最快,乘法次之,除法最慢,编程中避免使用除运算;
3. 采用合理的数据结构。

三、考虑节约内存单元,应注意

1. 合理使用内存单元,不让内存单元空闲,最好采用数组动态管理;
2. 尽量减少源程序长度;能用 DATA 语句给变量赋值,就不用赋值语句;

3. 对于太长的程序,可以采用分段办法,利用外存实行覆盖;
4. 数据做成文件,存入外存,随用随调,节约使用内存;
5. 利用 FORTRAN 语言本身提供的手段,如利用等价语句,公共语句等;
6. 采用稀疏矩阵技术。

四、输入格式应简单

程序设计时应考虑输入格式简单,以便使不具备电路和计算机方面知识的用户,均能使用该程序进行解题运算。

五、要求能够自动修改参数

参数的改变不应要求重新输入所有数据,而只需输入需要改变的某些参数,这样有利于利用 CAA 程序进行各种数值的实验,有利于进行容差分析。

六、模型可变

在 CAA 中,应根据不同要求,例如精度,应选用不同的元器件模型。spice 程序中,MOS 晶体管就有三种模型可供使用选择。

七、有选择的输出

由于是通用程序,应该提供多项目输出的选择。

§ 1 — 4 网络拓扑的基本知识

拓扑学是数学的一个分支,它主要研究一些具体的或抽象事物之间关系,将事物用点代表,事物之间关系用一条棱代表,这样构成点,棱集合的图形。它在物理、化学、运输、通信、运筹学以及工程技术领域都得到广泛应用。

把拓扑学的观点用于电路理论,就产生了电路拓扑分析方法。在这一节里着重介绍电子线路 CAA 和 CAD 所需要的一些拓扑知识。

一、网络拓扑基本定义

1. 图(Graph)

一个电路网络,其节点仍用节点(Node)表示,元件去除,代以一条棱(Edge)表示。例如图 1-4(a) 电路网络。按图的定义,可得到此电路网络的拓扑图 1-4(b)。图中节点 1,2,3 与电路网络中节点 1,2,3 相对应,图中棱 a, b, c, d, e, f 与电路网络中 V_1 支路, R_2 支路, L 支路, R_1 等支路相对应。

构成图时还应注意:(1) 图只考虑点和线之间连接关系,与元件的类型无关。(2) 图中点的位置,棱的长度,棱的弯曲程序均不改变图的性质。下面图 1-4(c) 中三个图属于同性质的图,与图 1-4(b) 也相同

2. 连通图和非连通图(Connected and Unconnected Graph)

图中,若由其中任一点(节点)通过边(棱或支)能够到达图中任一点,则此图为连通图,反之为非连通图。

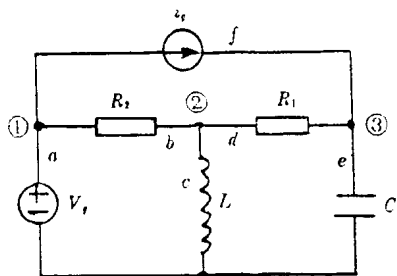


图 1-4(a) 电路网络

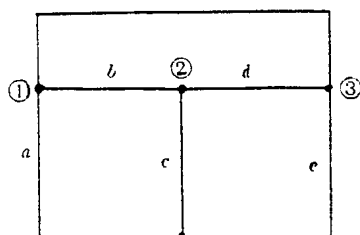


图 1-4(b) 左电路网络的图

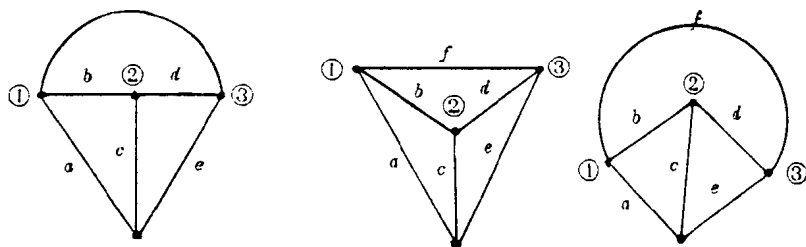


图 1-4(c) 相同图

3. 回路(circuit loop)

符合下两个条件的图 G , 称为回路。

- (1) G 是一个连通图。
- (2) G 中每一节点都只有二条棱与它相关。

4. 有向图与无向图(Oriented and Nonoriented Graphs)

图中每一条棱都标有方向,其方向与相对应电路网络中支路参考方向一致。

5. 树和树枝(Tree and Tree Branch)

一个连通图 G_N , 其中有一组棱的集合是 G_N 的子图 G , 凡符合下面条件的子图 G , 称为树, 它的棱称为树枝。

- (1) G 是一个连通图。
- (2) G 包含 G_N 中全部节点。
- (3) G 中没有回路。

例如图 1-5 的图 G_N , 由 b, c, e 棱构成的子图 G , 符合以上树的定义, 所以它是图 G_N 中的一棵树。仔细分析图 G_N , 符合树定义不止一棵, 而有八棵, 如图 1-6 所示。

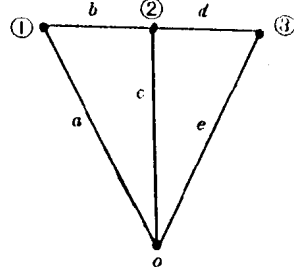


图 1-5 G_N 图

从上分析得出: (1) 一个图 G_N 可以构成多棵树。

- (2) 但每棵树的树枝数 $t = n(\text{图的节点数}) - 1$

6. 补树和连支(Cotree and Link)

图 G_N 选定一棵树, 除树枝以外所有棱组成的子图是补树, 它的棱称为连支。例如图 1-5 的 G_N , 选图 1-6(a) 为树, b, c, d 棱是树枝, a, c 是连支, a, e 组成的子图是补树。设图 G_N 棱的总数是 m , 节点总数是 n , 显然补树的连支总数为

$$I = m - (n - 1)$$

7. 割集(Setcut)

一连通图 G_N , 其中符合下列条件的一组棱集合, 并且是 G_N 的子图 G , 此子图 G 是割集。

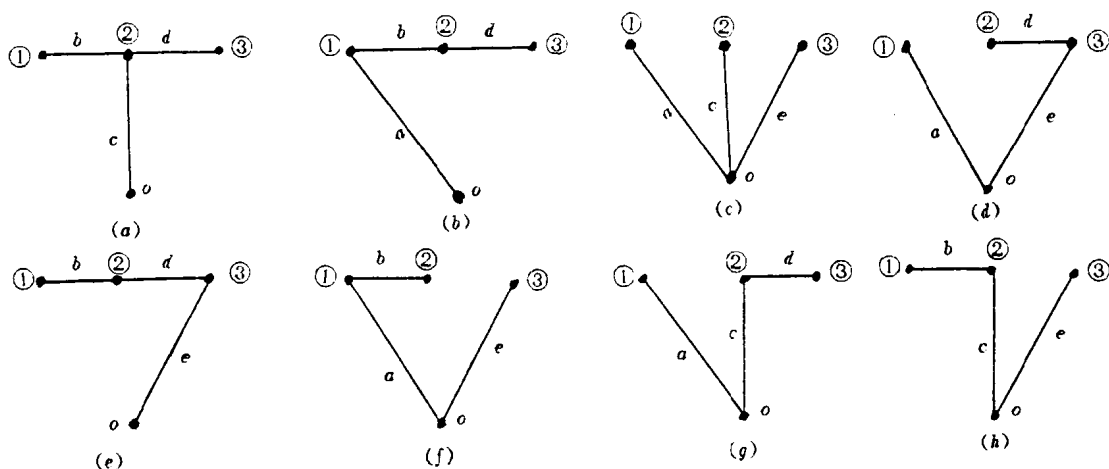


图 1-6 G_N 中八棵树

(1) 在 G_N 中取出一组棱 G , 后, G_N 成为非连通图。

(2) 在 G , 中取出任一条棱, 放回 G_N 中, G_N 就成为连通图。

符合上两条件的 G , 棱集合, 就是 G_N 中一种割集。例如图 1-5 G_N , $a, c; b, d, c; b, e$ 棱集合都是 G_N 的割集。

8. 基本回路 (Fundamental Loop)

对于图 G_N , 选定一棵树后, 仅由 G_N 一条链支与一些或全部树支组成的回路, 称为基本回路。如果图是有向图, 相对应连支方向就是基本回路的方向。例如图 1-5 G_N , 选定 b, c, d 为树, a, e 为链支, 因此由 a, b, c 和 c, d, e 组成的回路都是基本回路。

显然图 G_N 的基本回路数等于链支数, 应是 $m - (n - 1)$ 。

9. 基本割集 (Fundamental Setcut)

对于图 G_N , 选定一棵树后, 仅由 G_N 中一条树支与一些或全部链支组成的割集, 称为基本割集。如果图是有向图, 相对的树支方向, 就是基本割集的方向。

例如图 1-5 图 G_N , 选定 b, c, d 为树, 则 a, e 为链支, 因此由 a, b, a, e, c, d, e 棱组成的割集都是基本割集。

显然 G_N 图的基本割集数目等于树支数目, 应是 $n - 1$ 个基本割集。

二、有向图拓扑矩阵

由前述图的定义可知, 电路网络的结构 (节点间连接关系) 可用拓扑图表示。拓扑图用矩阵表示, 可以输入计算机。

1. 相关矩阵 (Incidence Matrix)

相关矩阵 A 用来描述图的节点和支之间关系, 矩阵的行是节点, 列是 G_N 中支。其定义如下:

$$A_f = [a_{if}]$$

如果图中 j 支与图中 i 节点相关, 并且支方向离开 i 节点, 则 $a_{ij} = 1$;

如果图中 j 支与图中 i 节点相关, 并且支方向指向 i 节点, 则 $a_{ij} = -1$;

如果图中 j 支与图中 i 节点不相关, 则 $a_{ij} = 0$

例如图 1-7 图 G_N , 按上定义, G_N 的相关矩阵如

$$A_f = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

显然 A_f 矩阵的大小为 $n \times m$ (其中 m 为图的支总数, n 为节点总数)。

如果 G_N 中选 b, c, d 为树支, a, e 为链支, A_f 矩阵还可写成:

$$A_f = \begin{bmatrix} b & c & d & a & e \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = [A_T | A_L]$$

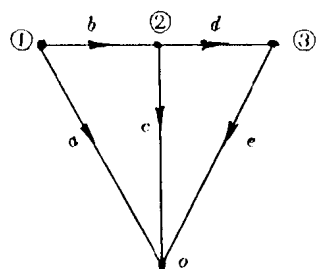


图 1-7 G_N 有向图

2. 基本回路矩阵 (Fundamental Loop Matrix)

基本回路矩阵 B_f 用来描述图 G_N 中支与基本回路关系。即基本回路由哪些支组成, 矩阵行是基本回路, 列是 G_N 中的支。其定义如下:

$$B_f = [b_{ij}]$$

如果 j 支属于 i 回路, 并且 j 支方向与 i 回路方向相同, 则 $b_{ij} = 1$;

如果 j 支属于 i 回路, 并且 j 方向与 i 回路方向相反, 则 $b_{ij} = -1$;

如果 j 支不属于 i 回路, 则 $b_{ij} = 0$ 。

例如图 1-7 G_N , 选 b, d, c 为树, a, e 为链支。 a, b, c 构成一个基本回路, e, d, c 构成另一个基本回路, 所以 G_N 有如下基本回路矩阵:

$$B_f = \begin{bmatrix} b & c & d & a & e \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [B_{fT} | B_{fL}] = [B_{fT} | 1]$$

显然 B_f 矩阵的大小为 $[m - (n - 1)] \times m$

3. 基本割集矩阵 (Fundamental Setcut Matrix)

基本割集矩阵 D_f 用来描述图 G_N 中支与基本割集关系, 即支属于哪一个基本割集。矩阵行是基本割集, 列是 G_N 中支。矩阵定义如下:

$$D_f = [d_{ij}]$$

如果 j 支属于 i 基本割集, 且 j 方向与 i 基本割集方向相同, 则 $d_{ij} = 1$;

如果 j 支属于 i 基本割集, 且 j 方向与 i 基本割集方向相反,

则 $d_{ij} = -1$;

如果 j 支不属于 i 基本割集, 则 $d_{ij} = 0$ 。

例如图 1-8 的 G_N 图, 选 b, c, d 为树, a, e 为补树, 则基本割集有:

S_1 由 b, a 组成。

S_2 由 c, a, e 组成。

S_3 由 d, e 组成。

按定义, 基本割集矩阵:

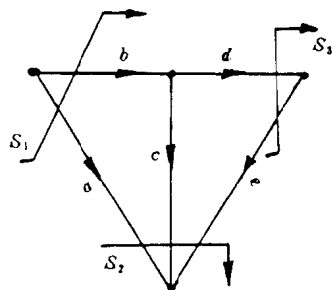


图 1-8 G_N 图

$$D_f = \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} b & c & d & a & e \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = [D_{fL} \mid D_{fR}] = [1 \mid D_{fR}]$$

显然地,基本割集矩阵大小为 $(n-1) \times m$

三、拓朴矩阵 A_f, B_f 及 D_f 间的关系

关联矩阵 A_f , 基本回路矩阵 B_f , 基本割集矩阵 D_f 三者都可以用来反映同一电路网络的连接关系, 只是各自从不同的侧面反映而已。因而三者之间必定存在内在的联系。

1. 定理 1: 如果 A_f, B_f 的列支排列次序一样, 则有:

$$A_f \cdot B_f^T = 0 \quad ; \quad B_f \cdot A_f^T = 0 \quad (1-1)$$

证明: $A_f \cdot B_f^T$ 即是 $[A_f \text{ 的 } i \text{ 行}]$ 与 $[B_f \text{ 的 } j \text{ 行}]$ 中对应元素一一相乘之和, 因而可完成

$$S = \sum_{k=1}^m a_{ik} b_{jk}$$

必然为零。因为:

(1) 如果 i 节点落在回路 j 中, 与 i 节点相关中的支集中, 有二个支而且只有两个支属于 j 回路, $\sum_{k=1}^m a_{ik} \cdot b_{jk}$ 有二项, 且只有二项。

(2) 如果两个支方向都离开 i 节点, 在 A_f 中 i 行有 2 个 1 元素, 则有一个一支方向与回路方向相反, 另一支与回路同向, 如图 1-9 所示。所以二项乘积中, 一项是 1, 另一项是 -1, 两者之和为零。

(3) 如果两个支方向都指向 i 节点, 在 A_f 中 i 行中有两个 1 元素, 同样有一支与回路反向, 另一支与回路同向, 所以二项乘积中一项是 1, 另一项是 -1, 两者总和是 0。

(4) 如果两个支, 一个支方向指向 i 节点, 另一个支方向离开 i 节点, A_f 中 i 行有一个 -1, 另一个 1; 参考图 1-9, 在 B_f 中 j 行两个支与 j 回路同方向或反方向。显然在 B_f 中 j 行有两个 1 或 -1, 与对应 A_f 中 i 行元素相乘, 两个乘积之和必然为零。

(5) 如果支与 i 节点相关, 而不在 j 回路中或支属于 j 回路但不与 i 节点相关, A_f 与 B_f 中对应元素相乘必然是零。

从以上分析, A_f 与 B_f 各行相应元素相乘, 其乘积之和为零, 所以

$$A_f \cdot B_f^T = 0; \quad B_f \cdot A_f^T = 0 \text{ 成立。}$$

2. 定理 2: 如果 B_f, D_f 的列支排列次序相同, 则有:

$$D_f \cdot B_f^T = 0; \quad B_f \cdot D_f^T = 0 \quad (1-2)$$

亦可写成:

$$[B_f \text{ 的 } i \text{ 行}] \cdot [D_f \text{ 的 } j \text{ 行}] = 0$$

$$\text{或 } S = \sum_{k=1}^m b_{ik} d_{jk}$$

证明: 因为:

(1) 一个支既在 i 回路中, 又在 j 割集中, 则这个乘积是 1 或 -1。

(2) 任何一个支不处于 i 回路或 j 割集中, 乘积项 $S = 0$ 。

(3) i 回路和 j 割集的共同支数目, 必然是偶数 $2m$ 如图 1-9 所示。

(4) 如 $2m$ 个支, 与 i 回路方向相同或相反, 则在 B_f 中 i 行有 $2m$ 个 1 或 -1, 但在 j 割集中, 有 m 个与 j 割集方向相同, 另 m 个与 j 割集方向相反, 所以有:



图 1-9