

# 实验应力分析

乔治·海默尔·李著

高等教育出版社

32.58  
249

# 实 驗 应 力 分 析

乔治·海默尔·李芬

黄 杰 藩 等 译

高 等 教 育 出 版 社

本书系根据乔治·海默尔·李(George Hamor Lee)所著“实验应力分析”(An introduction to experimental stress analysis)一书 1950 年版译出。全书共分十一章, 书中在简述弹性理论和结构相似原理的基础上, 着重叙述了通过实验测定模型内部应力应变分布的各种方法及其原理。其中包括: 应变计, 可变电阻丝应变计, 光测弹性学, 脆漆法, 薄膜比拟, 流体动力学比拟, 电比拟等内容。

本书可做为高等工业院校学生及有关科学工作者学习和工作时的参考书。

原书所用的单位为英制单位, 为了适合我国实际情况, 在译稿的整理过程中将书中单位改为公制(几个列线图除外), 同时附注原来的英制单位, 以备读者参考。

## 实 验 应 力 分 析

乔治·海默尔·李著

黄杰 潘 等 译

高等教育出版社出版 北京宣武门内承恩寺街

(北京市书刊出版业营业许可出字第 054 号)

京华印书局印装 新华书店发行

精一书号 13010·723 开本 850×1168<sup>1</sup>/<sub>32</sub> 印张 19<sup>1</sup>/<sub>16</sub>

字数 248,000 印数 0001—6,000 定价(8) 1.30

1960 年 2 月第 1 版 1960 年 2 月北京第 1 次印刷

## 著者原序(摘譯)

这个課本的目的，只是想讲解一下比較常見的几种实验应力分析方法的基本要点。我写这本书，是想用来滿足实验应力分析的初步課程的需要，向学生介紹一下理論、仪器設備和基本技术。我認为：学生在学完了这本书所介紹的全部課程以后，就可以有充分的准备，能够自己着手或在教师极少的指导下，在这方面做进一步的研究。凡登載在文献里可供学生采用的精良而先进的方法和技术，在本书中都有論述。

为了便于以前沒有学过彈性理論的学生学习，在第一章里，对这些材料做了一些簡单的介紹。除了实验应力分析的直接方法以外，后面还有一章討論到各种比拟法。在最末一章里，对实验誤差和結果精确度的計算进行了討論。在每一章后面，都附有精选的参考文献目录；凡本书中所講到的各种方法的比較先进的技术 and 应用，大都可在这些参考文献中找到。

本书中所采用的名詞术语，力求与一般文献上最常見者一致。

乔治·海默尔·李

1950年4月序于馬里兰州安那波里斯

## 記号表

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	在 $x, y, z$ 方向的正应力。
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	平行于坐标轴的切应力。
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	在 $x, y, z$ 方向的正应变。
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	对应于主应力的主应变。
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	剪应变。
$u, v, w$	$x, y$ 和 $z$ 的位移分量。
$x, y, z$	右手系坐标轴。
$m, n$	平面直角坐标轴。
$l, m, n$	方向余弦。
$\delta_x, \delta_y, \delta_z$	坐标变量 $x, y, z$ 的有限改变。
$A$	面积。
$\delta_A$	小面积。
$L$	长度, 梁的长度。
$d$	长度, 直径。
$b$	长度, 梁的宽度。
$h$	长度, 梁的深度。
$I$	梁的横截面对于中性轴的转动惯量。
$C$	梁横截面的截面模数。
$X, Y, Z$	应力在任一截面上的三个应力分量。
$R_x, R_y, R_z$	合力的分量。
$M$	弯矩。
$V$	横向剪应力。
$w$	作用在梁上的每单位长度荷载强度的函数。
$\gamma$	单位体积的重量。
$m$	质量。
$E$	弹性杨氏模数。

---

$G$	彈性剪切模数。
$\mu$	泊松比。
$k$	彈性常数。
$\phi$	艾雷应力函数。
$\psi$	圣維南扭轉函数。
$\psi'$	扭轉函数。
$\varphi, \theta$	角度。
$v$	速度。
$a$	加速度。
$t$	時間。
$\lambda, \nu$	尺度因数。
$\lambda$	光的波长。
$R, r$	电阻。
$i$	电流。
$\varepsilon$	电位差。
$m, p$	这是下标記号, 分別表示模型和原物。

# 目 录

2K549/25

著者原序(摘譯).....	vii
記号表.....	viii
緒論.....	1

## 第一章 彈性理論簡介

1. 1 基本概念.....	8
1. 2 平面应力关系.....	10
1. 3 莫尔圓.....	15
1. 4 应力应变关系.....	19
1. 5 二維的平衡和協調的微分方程式.....	23
1. 6 三維的平衡和協調的微分方程式.....	28
1. 7 三維的边界条件.....	33
1. 8 艾雷应力函数.....	34
1. 9 艾雷应力函数的应用.....	35
1. 10 圣維南原理.....	41
1. 11 圣維南扭轉理論.....	43
一些关于彈性理論的文獻.....	48

## 第二章 从应变的置測决定应力

2. 1 主应力方向已知.....	50
2. 2 主应力方向未知.....	52
2. 3 根据量得的应变求主应变的图解法.....	58
2. 4 直角应变从方程式的列綫图解法.....	62
关于根据应变置測决定应力的文獻.....	67

## 第三章 結構相似性

3. 1 关于模型的使用.....	69
3. 2 結構分析.....	71
3. 3 量綱分析.....	77
关于量綱分析和結構分析的文獻.....	89

## 第四章 应变計

4. 1 机械式的应变計.....	91
4. 2 机械-光学应变計.....	99

03049

4. 3 光学应变計 .....	104
4. 4 声学应变計 .....	107
4. 5 电学应变計 .....	107
4. 6 划痕式应变計 .....	110
4. 7 气体控制原理 .....	113
4. 8 結論 .....	114
关于应变計的文献 .....	115

### 第五章 可变电阻絲应变計

5. 1 应变計的制造 .....	118
5. 2 应变計因数 .....	121
5. 3 应变計在試驗結構上的安装 .....	123
5. 4 靜力应变的量測 .....	124
5. 5 动力应变的量測 .....	132
5. 6 具有恒定頻率率的振动应变的量測 .....	133
5. 7 瞬变性应变的量測 .....	137
5. 8 应变信号的遙測 .....	139
5. 9 应变計和电路的校准 .....	140
5. 10 横向应变对指示的应变的影响 .....	143
5. 11 非粘貼式的电阻絲应变計 .....	146
5. 12 应变計电路的改善 .....	148
5. 13 一般評論 .....	150
关于可变电阻絲应变計的文献 .....	152

### 第六章 光測彈性学——光学仪器

6. 1 引言 .....	154
6. 2 光 .....	155
6. 3 双折射 .....	158
6. 4 光測彈性效应 .....	161
6. 5 圓振光 .....	164
6. 6 光測彈性偏振仪 .....	166
6. 7 光測彈性材料的校准 .....	172
6. 8 材料的适用性 .....	176
6. 9 相对滞后的量測 .....	178
6. 10 补偿器 .....	182
6. 11 白色光在光測彈性学中的应用 .....	185
6. 12 总结 .....	187
关于光測彈性——光学仪器的文献 .....	190

### 第七章 光測彈性学——实验步骤



7. 1 光测弹性模型 .....	193
7. 2 光测弹性材料的校准 .....	196
7. 3 等色线条纹图案 .....	196
7. 4 等倾线条纹图案 .....	200
7. 5 应力轨道(应力轨线) .....	203
7. 6 最大剪应力分布 .....	205
7. 7 主应力的决定 .....	207
7. 8 三维的光测弹性学 .....	218
7. 9 直径两端受载荷的圆盘 .....	219
关于光测弹性方法的文献 .....	230

### 第八章 比拟法

8. 1 薄膜比拟 .....	232
8. 2 适用的薄膜 .....	236
8. 3 薄膜的边界 .....	237
8. 4 量测薄膜等高线的方法 .....	238
8. 5 薄膜外形的分析 .....	242
8. 6 薄膜比拟对空心柱体问题的应用 .....	243
8. 7 用薄膜比拟求拉普拉斯微分方程的近似解 .....	244
8. 8 流体动力比拟 .....	246
8. 9 电比拟 .....	250
关于比拟法的文献 .....	251

### 第九章 脆性涂料法

9. 1 用脆性涂料的方法 .....	253
9. 2 裂纹图的分析 .....	257
9. 3 残余应力的指示 .....	260
9. 4 动力应变的决定 .....	262
9. 5 结论 .....	263
关于脆性涂料法的参考文献 .....	264

### 第十章 实验应力分析的其他方法

10. 1 脆性材料法 .....	266
10. 2 用疲劳试验求应力集中系数 .....	268
10. 3 吕德斯线做应变指示器 .....	269
10. 4 照相网格法 .....	270
10. 5 贝格斯(Beggs)变形计 .....	273
关于实验应力分析其他方法的文献 .....	278

### 第十一章 实验的考虑

11. 1 实验方法的选择 .....	279
---------------------	-----

---

11. 2 应变計讀数的解釋 .....	285
11. 3 关于模型的荷載 .....	288
11. 4 应变計校准 .....	290
11. 5 累积誤差 .....	293
11. 6 例題 .....	296
11. 7 建議的實驗室实验 .....	301

## 緒 論

實驗彈性力學，或者比較一般的說法，就是實驗應力分析，大部分是關於如何對發生在一個彈性或塑性變形的結構或結構杆件內的應變進行直接量度的問題。人們已經應用彈性理論解決了很多問題，例如某幾種受已知荷載作用的結構杆件等等；這些解答，大部分都已被實驗所証實。但是，還有許多問題不能用理論方法求解；在許多應變和（或）應力分布的問題里，結構或機械部件中的真實荷載是未知的，實驗應力分析就提供了一種方法，可用以決定這種部件中的應變分布，或許也可能決定出應力分布。再者，還有些問題，雖然我們已經相當確切地知道了荷載數值，但是，由於結構形狀的關係，我們仍不能用理論方法求出這些問題的近似解。實驗應力分析方法就不受結構形狀等各種限制。儘管彈性理論受了限制，但是在計劃、施行和解釋實驗應力分析時，這個理論還是很有價值的。

因而，在研究結構及其部件的強度或其中的應力分布時，我們就有了兩種互相補足的方法可供採用。由於事實需要，在實驗和理論的全部發展過程中，這兩種方法曾經有過密切的聯繫；現在，每種方法都已經達到了相當成熟的发展階段，我們就更不應該把它們分開來研究，而必須看成是兩個具有密切聯繫且互相補足的方法。

正如在物理科學的某些其他分科中一樣，伽利略也是實驗彈性力學和理論彈性力學的開拓人。雖然，現在說起來，他在這些方面的一些貢獻是無關緊要的，但卻都是很有趣的。在十七世紀的前半期，伽利略對某些簡單結構杆件的破損提出了很多說明。這些說明中，有的是以實驗結果為基礎，而其中的大部分卻是出於錯誤的猜測。但是，如果了解到當時在材料力學方面的知識的貧乏，他的貢獻還是相當驚人的。

在伽利略之后, 实验弹性力学和理论弹性力学的发展缓慢而停滞不前; 这并不是说对这个问题感兴趣的工作者很少, 实际上在这方面的贡献还是很多的, 只不过大部分都没有多大价值。在十七世纪里, 除伽利略以外, 只有两个人是相当突出而值得提一提的: 罗伯特·胡克发表了他对弹性杆件之性状的说明; 他做了弹簧的实验研究, 从而知道: 弹性杆件的伸长与外施荷载成比例。虽然胡克定律最初的提法和现在的稍有不同, 但是迄今为止, 这个定律仍是以他的名字来命名。马若奥特正确地定出了受横向弯曲的梁之中性轴的位置; 他假设梁的一半纤维受均匀的拉力, 而另一半纤维受均匀的压力, 因而认为中性轴应当位于梁之横截面的中间。他的理由是错误的, 但结果却是正确的。

在胡克和马若奥特的工作以后, 直到十八世纪后半期以前, 进展很少。在十八世纪后半期, 詹姆士·伯努利修正了马若奥特所提出的梁理论, 约翰·伯努利曾试图根据细胞结构的假设来解释材料的弹性。在这个阶段, 雷阿那多·欧拉、查礼士·库侖等人都有了一定的成就。这个时期内的最大进步是柱理论(欧拉)、弹性稳定理论(欧拉和拉格朗日)、弯曲理论(库侖)和最初的扭转理论(库侖)。

在十八世纪整个一世纪里, 实验结果给理论的发展奠定了基础。就在这个时期内, 在当时的仪器设备所允许的情况下, 胡克定律得到了校核和证实; 荷载与伸长之间的比例关系成了公认的事实。在十九世纪早期, 从实验中得到的关于材料之弹性性状的知識, 使我们能够把关于结构性状的某些理论用公式表示出来了。在那一世纪里, 弹性力学的一般理论有进展, 而实验弹性力学却停步不前。

在十九世纪的前二十年里, 最值得注意的贡献乃是杨氏弹性模量的提出; 在这以后的若干年内, 弹性力学有了惊人的飞跃, 这种飞跃深受杨氏之贡献的影响。在这一阶段里, 最突出的一些人是纳维叶(平衡的一般方程式, 弹性理论的基础)、泊松(证实了纳维叶的工作和泊松比)和科希(在一点处的六个应力分量)。到十九世纪的后半期, 弹性理

論達到了發展的成熟階段。聖維南(扭轉理論和聖維南原理)、麥克斯韋(靜不定結構)和艾雷(應力函數)等人的貢獻,促進了彈性理論的成熟。

如果想確定一下,今天我們所謂的實驗應力分析究竟從什麼時候開始,這是相當困難的。在十九世紀後半期,理論的發展給有關工程材料之性狀的知識提供了必要的正式說明。這時,儀器設備的發展落后了,當然,實驗技術是必須隨着儀器設備的進步而加以發展的。實驗應力分析發展緩慢的主要原因,恐怕可以說是由於缺乏刺激。直到二十世紀早期,由於人們需要關於結構性狀的確切知識,而這種知識卻無法從純理論的研究中求得,這才促進了實驗彈性力學的發展。在十九世紀里,理論上的進展大都只是具有學術研究上的興趣,而沒能得到應用,實際應用直到十九世紀末尾才開始。在十九世紀末期,實驗應力分析方面的進展很少;當時,這些進展也只是具有學術研究上的興趣,然而現在卻已經成為極端重要的了。

開爾文和秦脫、還有波西涅斯克,先後提出了兩種流体動力-扭轉比擬法。若干時間以後,在1903年,普郎道發表了他的現在已經很著名的薄膜-扭轉比擬法。這些比擬法使我們能夠把聖維南的扭轉理論加以証實,並加寬了扭轉問題的求解範圍。有些問題的解是用理論方法所不能求得的,利用這些比擬法就可以求出來,這些比擬法,第一次提供了一種用實驗解決應力分布問題的相當精確的方法。直到現在,薄膜比擬法仍舊是實驗應力分析中的一個有力工具;事實上,它的用途現在已被推廣到象光測彈性學等一些其他實驗方法中去了。

在1812年,大衛·布儒斯特發現:透明的、光學各向同性的固體在變形時會顯現出雙折射的性能。這個發現,就是光測彈性學的誕生,光測彈性學是現代實驗應力分析中最有力的工具之一。雖然這個物理光學現象早在1812年就已被人發現了,但它的发展却很緩慢。諾埃曼和麥克斯韋分別在1841和1853年獨立地發現了應力-光學定律,這個定

律乃是光測彈性方法的基础。不过，在 1891 年以前，光測彈性方法一直沒能得到实际应用；在 1891 年，卡路斯·威尔逊发表了对一个受单一集中荷载之簡支梁的光測彈性研究結果；到 1901 年，梅斯納格又做了更进一步的应用。

由于缺乏适当的材料来做模型，这些早期的工作者受了很大的限制。当时，可用以进行光測彈性研究的材料只有玻璃，这是一种极不灵敏的材料。賽璐珞的引用，推动了光測彈性学的发展。一直到 1920 年，彈性理論早已为世人所公認，光測彈性学才有了显著的进展。这时，考克开始发表了一系列开創性的文章，这些文章，后来經過編纂而成了考克和菲隆在 1931 年所发表的“光測彈性学”一书。光測彈性方法是实验应力分析中解决平面应力问题的第一个精确方法。

在二十世紀早期，应变計还处在相当幼稚的发展阶段。为研究在拉力和压力作用下工程材料之物理性能而設計的引伸計，虽然还可以用，但却不是分析变形結構之应力所需要的那种标距短而又精密的应变計。脱克曼在 1922 年所提出的机械-光学应变計是仪器設備的一个重大进步；在实验应力分析方面进行工作的人們，第一次有了一种可供采用的标距短、結構牢固而精确度高的仪器。虽然，后来又出现了另外一些机械的、光学的和电学的应变計，并且，这些应变計在某些場合下得到了广泛的应用，但是，脱克曼式应变計仍不失为一种最精密的应变計。在檢驗工作应变計时，常常用这种应变計做为比較的标准。

在 1920 年至 1940 年初这一阶段里，很多机械的、光学的和电学的应变計相繼出现了。虽然电阻式的、电容式的和电感式的各种电学应变計早在这一阶段初期就已經出现了，但是在 1939 年以前，却一直沒有受到重視，直到 1939 年前后，大家的兴趣才都集中在粘貼式可变电阻絲应变計上。这种应变計，最初是由特·佛瑞斯特提出来的，在以后的十年里，人們又將它的輔助設備加以改良，就成了現在这样的得到广泛采用的灵巧的应变計。在 1925 年至 1940 年这十五年的阶段里，粘

貼式電阻絲應變計的發展異常巨大，只有光測彈性方法的發展比它快一點。

在 1920 年至 1940 年這二十年里，出現了兩種值得注意的應變計，就是胡根伯格式引伸計<sup>①</sup>和特·佛瑞斯特刻痕式應變計。杠桿式引伸計在一個小型而獨立的儀器里，聯合了精密、標距短和結構牢固等要點，這種儀器對實驗室工作和現場工作都很有價值。特·佛瑞斯特刻痕式應變計的巧妙之處，就在於它的簡便；它可以把所量度的應變刻劃在一小塊鋼板上，做出永久性的記錄。這種應變計既適用於記錄靜力應變，同樣也適於記錄動力應變。

在實驗應力分析的儀器設備和技術的發展過程中，來自各方面的貢獻非常之多，這些貢獻都很重要。除了上面所提到的對儀器設備和理論的重要貢獻之外，還有兩個很重要的發現，對實驗應力分析資料的分析和解釋曾有过很大的幫助，這就是巴肯汗在 1915 年提出來的量綱分析理論，和許多工作者所提出來的解應變從方程式的各種圖解法和機械法。據作者所知，威斯特蓋德是首先提出應變從方程式並給出求解方法的人之一。有了應變從方程式的解，我們只需要在試驗結構的表面上的一“點”量出三個應變數值，就能從這些數值決定出主應力的大小、方向和最大切應力來。應變從方程式解起來很費事，許多工作者提出了各種解這種方程式的簡便方法，這些方法都很有價值。巴肯汗的  $\pi$  定理中所提出的量綱分析，使我們能夠有系統地決定出分析用的模型與原型的性狀之間的關係來。曾經有很多實驗結果由於應用了量綱分析而得到了推廣。

在 1940 年以前的二十年里，研究受靜力荷載之結構的實驗技術和儀器設備的發展很迅速。曾經有人用光測彈性方法解決了很多平面應力問題；還有人應用各種當時已有的應變計，進行了許多結構分析；光

① 以下將稱之為杠桿式引伸計——譯注。

測彈性方法也被推广到某些三維应力問題中去了。但是，还有許多問題，如动力荷載問題等，尚迫切需要解决。除了其中一小部分以外，对解决动力問題說来，彈性理論还显得很不够。光測彈性学是最先被用来量度动力应力的实验应力分析方法，但是，想把光測彈性学应用在这方面的尝试却不太成功。电阻絲式的电学应变計才第一次給出了一种精确的方法，可以用来量度应变速率极高的动力应变。当应变速率不很高时，用电感式的和电容式的电学应变計量度动力应变是相当合适的，但在較高的应变速率下，因这两种应变計的尺寸和质量太大，因而影响了它們的工作效能。由于粘貼式电阻絲应变計质量极小，与試件表面靠近，并且有灵敏的輔助指示設備，所以这种应变計十分适于量度动力应变。許多問題，甚至是应变速率很高的問題，都已經用实验方法求出了解答。粘貼式电阻絲应变計本身証实了：它不仅可以用来决定頻率很高的周期性动力应变，而且还可以决定瞬变性的应变。曾經有人用脱克曼式光学应变計量度过頻率高达每秒 180 周的周期性应变，結果很成功；还有人曾用另外一些应变計量度过每秒 10 到 20 周的周期性应变，也得到了很好的結果。

机械式应变計的应变指示器都是直接按装在应变計架子上面；机械式的和光学(干涉計)式的应变計的应变指示器通常都是由放置在应变計近旁的輔助設備組成的，因而，这些应变計就必須在距离应变計很近的地方进行观测。直到电学应变計出現以后，才改变了这种情况；电学应变計的指示設備可以移到距应变計本身远一些的地方；因而，这就意味着，在电学应变計出現以前，用实验方法所能解决的，仅限于操作者能直接观测应变計的那些問題。

为了指出电学应变計的各种可能的应用，就必須說明一下将应变計所发出的应变信号傳給操作者的一些方法。应变計和指示設備之間的直接通电，要求操作者在一个适当的距离之內，如从几米到几百米等等。应变的量度，可以完全不用操作者而自动地記錄下来。从应变計



发出来的信号，可以由无线电传播，几乎能够到达任何距离。不难看出，由于电学应变計的出现，可供我們进行研究的范围变得异常广阔；过去迫切需要解决的问题，现在可以着手解决了。

我們对实验应力分析的研究越深入，有一点就变得越明显，这一点是要再三强调的。在理论和实验之間，有一定的相互关系，虽然，在它們的发展过程中，曾經有些时候好象二者是无关的，但是，在近四十年內，这两方面的相互启发，却把这种关系更加深入地說明了。在计划、施行和解释实验应力分析时，不可否認，实验是有賴于彈性理論的。实验方法和仪器设备的发展，其主要原因之一，是由于彈性理論受了数学的限制。絕大多数的实际问题，并不能用理論方法求解，必須借助于实验，才能求得必要的結果。一个实验分析必須經過计划；从理論方面进行考虑，常常能指出所需要的資料。在一般情况下，利用理論知識，我們可以更好地对从实验中得出的資料进行分析。很多实验应力分析方法都有它們的理論基础。理論和实验有不可分割的联系，当研究其中一个的时候，不能忽略了另外一个。一个学实验彈性力学的学生，必須先精通彈性理論，本书的第一章，就是希望用来向学生讲解一些必要的彈性理論的基础知識。我們必須把理論的和实验的彈性力学看成是互相补足的，在任何情况下，都不能看成是彼此无关的。