

岩波講座 基礎工学 20

# 制御工学 I

藤井澄二編

岩波書店

岩波講座 基礎工学 20

# 制 御 工 学

I

藤 井 澄 二  
正 田 英 介  
茅 陽 一  
北 森 俊 行

岩 波 書 店

岩波講座 基礎工学 20 制御工学 I (全 19 卷／第 1 回配本)

1967 年 11 月 25 日 第 1 刷発行

東京都千代田区神田一ツ橋 2-3 株式会社 岩波書店／精興社印刷・松岳社製本

# はじめに

自動制御はあらゆる工業分野にわたって広く用いられるようになってきており、それにともなって工学系の多くの学科において制御工学の講義が行なわれるようになっている。ところで制御工学は學問体系としてはまだ若いために、急速に発達しつつある一方、講義の対象となる学生は自動制御を専攻する者から常識を得るために選択的に聽講する者まで広い範囲にわたっているので、いかなる項目をどのように教授したらよいかということがいつも問題となる。

この講義の計画にあたっては、このような事情を念頭において、機械工学、電気工学、計数工学など異なった分野に属する4人の著者が討論を重ねて記述の方針をきめた。そしてこの講義では、フィードバック制御系の解析および設計に重点をおくとともに、最近発達しつつある分野についてもある程度の見通しを与えるものとすることとした。また各章の記述にさいしては、特殊な手法の紹介や数学的な厳密さなどよりも、制御工学における問題の考え方の理解に重点をおくこととした。さらに約1年間にわたる原稿作成の段階でも、しばしば会合を開き、内容や表現などについて検討を行ない、できるだけ講座の趣旨にそうるものとするよう努めた。

この講義の内容は、第1章 序論、第2章 制御系要素の特性と表現、第3章 線形フィードバック制御系、第4章 サンプル値制御系、第5章 統計的手法による制御系のとりあつかい、第6章 動特性の測定、第7章 非線形制御系、第8章 最適化、第9章 制御系の基本的性質、および付録となっている。第1章において制御の意義および制御工学の歴史的展望を示すとともに、第2章以下の各章でも、はじめにその章であつかう事項の概観を、また終りにまとめをつけ、それぞれの問題の細部にわたる議論とともに、つねに総括的な見通しを与えるようにつとめた。

学部における制御工学の授業時間数については、学科によって2時間1学期、2時間2学期、2時間3学期などの配分が考えられる。2時間1学期の場合には

この講義の第1章ないし第3章を主とし第4章以下のごくあらい概論をつけ加える程度、2時間2学期の場合には第1章ないし第7章を主とし第8章以下に軽くふれる程度の内容となろう。また2時間3学期の場合にはほぼ全部を講義できるであろう。しかしいずれの場合でも、内容を適宜取捨選択していただくのがよいと思う。また、本文中やや高度の内容をもつと思われる節には☆印をつけてある。この節は情報やシステム関係の分野の学生には必要であるが、他の学生の場合は省略してよいであろう。

この講義を出版するにあたり、京都大学教授樋木義一氏、得丸英勝氏、岩井壮介氏、早稲田大学教授石塚喜雄氏、田島清灑氏、大阪大学教授藤沢俊男氏、横浜大学講師藤堂勇雄氏には御多忙中にもかかわらず草案を見ていただき、多くの貴重な御意見を賜わった。またその他の京都大学、大阪大学、早稲田大学、東京工業大学の先生方からもいろいろ有益な批評と助言をいただいた。これらの方々に著者らの心からのお礼を申し上げたい。

# 目 次

## はじめに

### 第1章 序論

1. 1 制御工学の概念	1
1. 2 制御工学の歩み	4

### 第2章 制御系要素の特性と表現

2. 1 制御系の表現	9
2. 2 工学系の基本方程式	10
2. 3 伝達関数による表現	17
2. 4 制御系要素の伝達関数	20
2. 5 伝達関数の物理的性質	26
2. 6 多入力多出力系	31
2. 7 伝達関数の結合とブロック線図の整理	33
2. 8 まとめ	36

### 第3章 線形フィードバック制御系

3. 1 フィードバック制御	39
3. 2 フィードバックの効果	41
3. 3 フィードバック制御系	43
3. 4 信号伝達線図	48
3. 5 制御系の安定性	52
3. 6 制御系の時間応答	64
3. 7 制御系の周波数応答	79
3. 8 制御系の設計と補償回路	89
3. 9 多入力多出力系	103
3. 10 まとめ	105

制御工学 II 目次

第4章 サンプル値制御系

第5章 統計的手法による制御系のとりあつかい

第6章 動特性の測定

制御工学 III 目次

第7章 非線形制御系

第8章 最適化

第9章 制御系の基本的性質

付録 ラプラス変換,  $z$  変換, 行列および行列式

表紙カット製作:

渡辺茂・植屋治紀・藤野孝爾・幸村真佐男  
(IBM データセンター設置の IBM 7090 およびブロッター使用)

# 第1章

---

## 序論

### 1.1 制御工学の概念

自動車のエンジンがいかに大出力のものであっても、その運転状態がアクセル・ペダルによって自由に調節できるものでないならば、その自動車はきわめて使いにくいものになってしまうだろう。船がいかに高速度で走れるものであっても、舵がきかず、したがって自由にその進行方向を変えることができないようなものであったら、やはり船としては役にたたないであろう。またひじょうに火力の強いストーブがあっても、その火力が調節できないならば、部屋の温度が高過ぎる状態か、あるいはストーブを止めて寒過ぎる状態でがまんしなければならないことも起こるであろう。さらにまた工場内のいろいろな機械や設備を、たがいに調和のとれた適切な状態で運転することができないならば、その工場はその機能を十分に発揮することができないであろう。

自動車をつごうのよい速度で走らせるために、運転者はアクセル・ペダルを動かしてエンジンの出力を調節する。船を望む方向に走らせるためには、操舵輪を操作して舵を動かすようになっており、ガス・ストーブの火力はガス栓の開度を変えることによって調節されるようになっている。また工場では中央で仕事の計画を作り、各部署でなすべきことについて指示を与えて、全体として目的にかなう秩序のある動きを保つようにする。

このように、機械、設備、工場などに、その機能を発揮させるためには、適切な操作を加えあるいは指令を与えることによって、それらを目的にかなうよくなましい状態に保持し、あるいはそれらに望ましい状態の変化を起こさせることが必要である。このように、対象に適切な操作を加えて、目的にかなうよくなましい状態、あるいは状態の変化を作りだすことを制御といふ。

人間が船を操縦しているとき、人間と船とでひとつの制御された系、つまり

制御系を構成している。この場合、船は制御されるもの、つまり制御対象であり、人は制御をする立場にあって、制御の主体となっている。このように、制御系は制御の主体と制御対象とから成っていると考えることができる。制御の主体が人間であるとき、これを手動制御という。制御の主体が人ではなく装置であるとき、この制御を自動制御といい、制御の主体となる装置を自動制御装置という。ここでは人間の場合も制御装置の場合も含めて制御の主体をかりに制御器とよぶことにする。

制御の方式は大きくみて2種類に分けられる。その一つは図1.1のように制御器から指令あるいは操作が一方的に与えられるもので、これを開ループ制御という。もう一つの方式は、図1.2のように制御器から対象に加えられた指令あるいは操作や、対象に外から加えられた他の影響などの結果として生ずる対象の状態の変化を測定して、測定結果を制御器に送り、制御器は与えられた目標と測定結果とを比較してつぎの操作をきめる、という方式である。この後者の方式はフィードバック制御または閉ループ制御とよばれる。

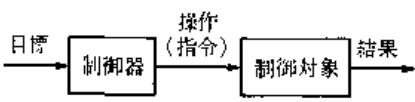


図1.1 開ループ制御

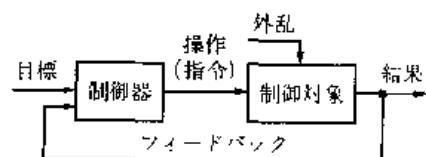


図1.2 フィードバック制御

制御系として航海中の船を見るとき、この系には外から2種類の重要な影響が入っている。その一つは目標とする航路であり、もうひとつは海流、風、その他の船の運動を乱そうとする作用である。この後者のように、制御系の状態を乱すように働く影響を一般に外乱とよぶ。制御は、可能な外乱が存在しても、結果が目標にそうものとなるように行なわれるようなものであることが必要である。

船を走らせる場合、航路が直線であり、また海流や風のような外乱がごく小さければ、あらかじめ船を所望の方向に向け、直進するように舵を固定しておいて走っても、かなりの距離は目標とする航路にほぼ沿って走るであろう。またかりに航路が曲線をえがいていても、船の速度や舵のきき方などが正確にわかっており、かつ外乱がほとんどないならば、あらかじめ各時刻に対する所要

の舵取り角を計算しておいて、時計仕掛けで舵をとらせて、所望の航路にそって船を走らせることもできるかもしれない。このような開ループ制御は、外乱の影響が少なく、加えた操作と対象に生ずる結果との間に確実な因果関係が期待できる場合には、実際に用いられる。自動販売機、自動洗濯機など多くのかんたんな自動機械にこのような方式が使われているばかりでなく、ロケットの打ち上げにすらこの開ループ制御が用いられることがある。

しかし実際に船で航海する場合には、海流や風によって船の運動が乱されることも考えなければならないし、船がまっすぐに進むように舵を固定しておいたつもりでも、わずかのくるいによる方向の誤差がしだいに集積して船の位置や進路の方向を大きくくるわせるようになるであろう。こういうことを防ぐために、船を操縦する場合には、たえず船の位置や進路の方向を測定して、誤差を修正するように舵を操作する。このように、対象に制御のための操作を一方的に加えるばかりでなく、制御の結果を測定しながらそれにもとづいて制御を行なう方式が、フィードバック制御、あるいは閉ループ制御とよばれるものである。自動車の運転のさいには、運転者は目標であるコースと自動車の位置や姿勢との関係をみて、それらを基礎とした判断によってハンドルの操作をする。室温やこたつの温度の制御をするサーモスタットは、温度が所望の温度より高いか低いかによって電熱器の回路の開閉をする。そのほか工場における圧力、流量、温度、成分、位置、速度など、いろいろな量がフィードバック制御によって制御されている。

開ループ制御では、外乱や対象の性質に関する知識の不正確さなどのために、対象の状態が所望の状態からはずれても、それを補正することはできないが、フィードバック制御では、対象の性質に関する知識が十分正確でなくても、あるいはまた正確に予測できない外乱が加わっても、結果を見て制御を行なうのだから、かなりまで誤差などを打ち消して制御をすることができる。このような利点をもっているために、フィードバック制御は制御の基本的な重要な方式となっている。

フィードバック制御では、制御される量の目標値からのずれを知ってそれを補正するように制御を行なうのであるから、常識的にはつねに良い結果が得られそうに思われるが、制御装置の設計が適切でないと、しばしば制御系の状態

が振動的な変動を起こし、しかもその変動が時間とともに大きくなつてゆくようなことも生ずる。このような場合に、この制御系は不安定であるといふ。系が不安定であつては制御はできないから、制御系の安定性を知るための方法が必要となる。またたとえ系が安定であつても、目標の状態に落ち着くまでの変動がはげしかつたり、またはなはだしく時間がかかつたりしては、良い制御がされているとは言いがたい。そこで与えられた構成の制御系の挙動を推定したり、また特性を改善してゆくための方法が必要となり、さらに進んでは与えられた条件下で最適な制御系を作るにはどうしたらよいかという問題も出てくる。

一方、目標や外乱の変化も、あらかじめ知られたきまつた形の場合もあれば、統計的にしかそれらの性質がわからない場合もある。また線形の系の場合ばかりでなく、系が強い非線形性をもち、線形とみなしえないような場合もあるであろう。さらにまた対象がきわめて複雑で、多くの変数をたがいに協調を保ちながら制御する必要のあるような系の制御の問題なども出てくるであろう。

このように、制御には研究されなければならない多くの問題がある。これらの問題は、制御ということの性質上、工学上の他のいづれの分野とも密接な関係をもつているが、とくに測定論、情報論、システム工学などとは関連が深い。制御工学では、これらの関連分野と密接な関連を保ちながら、制御の基本的な原理を追求し、いろいろな条件下での制御系の挙動を解析する方法を見いだし、良い制御系を得るための手段を作りだしてゆくのである。

## 1.2 制御工学の歩み

自動制御は18世紀後半のワットの調速機にはじまるといわれる。負荷および人力の変動に対して自分で回転速度を保持する性質の弱い蒸気機関の出現が、フィードバック制御を必要とさせたと考えることができよう。19世紀に入って蒸気機関が広く普及するにおよび、常識的な判断では理解できないハンティング、すなわち速度制御をしているにもかかわらず回転速度が周期的に大きく変動する現象があらわれ、制御ができない場合が起こるということがわかつてきた。この現象を理解し、対策をたてるために、蒸気機関調速機系の力学的研究が行なわれ、19世紀後半にラウス、フルビッツなどの安定条件が生まれた。これが制御工学のはじまりと考えられよう。この時代の制御は剛体の機構による

制御であり、剛体の力学的手法による解析結果としての安定論の誕生によって特徴づけられるであろう。

19世紀後半から20世紀初頭にかけての動力機構の大型化は、制御に油圧などの補助動力を導入する必要を生んだ。また化学工業も大規模になるにしたがい、油圧、空気圧などの補助動力をもつ制御装置を必要とするようになった。これらの補助動力の導入は、ワットの調速機におけるような単純な剛体機構による運動の伝達のみでなく、制御装置の動作を流体を用いて、より複雑な高度なものとすることを可能にした。そして微分方程式によって系の挙動を解析し過渡応答などを求める方法が体系化され、制御の目的と制御対象の性質に応じたいいろいろな特性を制御装置に与えることができるようになった。20世紀のはじめから1930年代までは、流体機構による制御、微分方程式による過渡応答解析の体系化などによって特徴づけられよう。

第2次世界大戦中には兵器の開発のために多数の電子工学、通信工学などの分野の人々が制御の問題にとりくむことが要請された。そして通信工学における周波数応答法、ナイキストの安定の定理などが制御工学におけるあたらしい有力な手法として導入された。1940年代にはフィードバック制御がとくに強調され、また制御系の解析と設計にはひろく伝達関数、周波数応答が用いられるようになってきた。また制御装置も、流体的なもののみでなく、電子管を用いたものが大きく進出してきた。さらに電子管式のアナログ計算機も制御系の解析、設計に愛用されるようになった。周波数応答、アナログ的な制御、電子管式の制御装置の進出などがこの時代の特徴と言えるであろう。

1950年代には、線形連続系の理論が完成に近づくとともに、さらに難かしい性質をもつ系に対する研究が多くあらわれた。多変数系、むだ時間をもつ系、サンプル値系、非線形系、不規則入力をもつ系などの理論がしだいに体系化されて行った。そしてたとえば非線形系の理論はフリューゲ-ロツ (Flugge-Lotz) やオルデンバーガー (Oldenburger) のバングバング制御を生み、サンプル値制御系では有限時間整定の方法が生まれて、最適制御へのめばえがあらわれた。また目標値に制御量をあわせるのではなく、最高の効率をもつように機関を運転するという、最適化の考えもでてきた。そしてさらに航空機のように環境などの条件によって動特性がいちじるしく変化する系に対し、いつもよい

年代	<-->	<制御技術>	<制御理論>	<重要文献>	<傾向>
1700	蒸気機械の実用化	調速機の発明	調速系の力学的研究、安定条件		↑ 安定
1800	各種機械の発達	サーモスタット		調速系 (Maxwell, 1868) 安定条件 (Routh, 1877) (Lyapunov, 1892) (Hurwitz, 1895)	定論 ↓
1900	動力機械の大型化  自動車、航空機、およびそれに伴う大量生産 通信技術の進展 化学工業の発達	制御用補助動力の導入  各種復元機構 自動機械  光電管 プロセス制御装置	微分方程式による過渡特性解析  制御対象の性質を考慮した制御装置	非線形回路振動論 (Van der Pol, 1927)	↓ 微分方程式による解析
1930		飛行機、魚雷の自動操縦装置		安定判別法 (Nyquist, 1932)	↑ 周心波の数線応形答理中論 ↓
1940	電子管の応用 第2次大戦での兵器の発達	電子管応用装置 高性能サーボ機構の発達、レーダー、人間工学の芽ばえ 計算機械の開発	線形制御理論の確立	帰還回路設計 (Bode, 1940) 予測理論 (Kolmogorov, Wiener, 1941)	↓ 線形拡張理張
	一般工業の発展	自動制御の普及	非線形理論の芽ばえ		↑
	半導体素子の開発		サンプル値制御理論	サイバネティックス (Wiener, 1948)	形拡張理張
1950	人間工学 各種工業の急速な発達 半導体部品の発達 高性能飛翔体の発達	自動化の急速な進展 ディジタル・アナログ計算機械の発達	静的最適化、適応制御 最適制御理論 情報の統計処理 シミュレーション	最適化(Li, 1952) 最短時間制御 (Time Optimal) (Lasalle, 1954)	論 ↓ 最適制御理
	各種産業の大型化 システム工学	システムの制御 計算機制御 直接ディジタル制御(DDC)	状態方程式の導入 階層構造	最大原理(MP) (Pontryagin, 1956) 動的計画法(DP) (Bellman, 1956)	論 ↓ ↑ 大規模子系法
	生物工学	パターン認識、バーセプトロン	学習制御系		・ プロゲ
1960	宇宙工学 集積回路(IC)開発		制御理論の基礎的研究 実際面からの反省	Modern Control (Kalman, 1961)	↓

制御を行なうように制御装置の性質を調節する適応制御系の考え方があらわれ、それとともに運転中に実時間でシステムの動特性を検知する問題が重要視されるようになってきた。

この間半導体素子の急速な発達などに支えられて、ディジタル計算機も急速な発達をみせ、ますます大規模、高速、かつ人間との関係の円滑なものとなってきた。そしてこのような計算機の進歩は、宇宙工学などにおけるきわめてむずかしい演算を必要とする制御や、大きな複雑なプラントの総括的な制御などの要求に裏付けされ、自動制御への計算機の導入をうながすに至った。

計算機の発達によって多量の計算を短時間に処理しうるようになったことは、また数学的手法にも影響を与え、ベルマンのダイナミック・プログラミングなどのような計算機に適した最適過程の計算法を生んだ。一方解析的な最適化の手法としてボントリヤーギンの最大原理があらわれて、ダイナミック・プログラムとならんで、評価を中心として最適なものを設計するという考え方強い支えとなった。そして制御系の性質の表現にも、伝達関数よりもさらに一般的な系を取り扱いやすく、かつこれらの手法に適した、状態ベクトルに関する微分方程式や階差方程式も用いられるようになってきた。こうして計算機とこれらの新しい数学的手段とを有力な道具として、最適な制御過程をとる最適制御系、状況の変化に応じて自動的に制御のしかたを改善してゆく適応制御系、さらに多数の要素を含んでいる大規模な系などの問題が1960年代の制御工学に一つの大きな流れを作るようになった。



## 第2章

---

### 制御系要素の特性と表現

自動制御系は制御しようとする対象に検出装置、制御装置、操作機構などを組み合わせて構成される。全体としての性能を理論的に検討するには、個々の構成要素の特性を数式によって表現することが必要になる。

本章では、まず工学系の基本方程式の導き方を示し、さらにそのラプラス変換から、伝達関数による表現法を定義する。実際に、多くの制御系に使用される要素の伝達関数を例として求めて、その物理的意義、相互の結合の方法などについて説明する。

#### 2.1 制御系の表現

前章では工学系の制御について概念的な説明をしたが、実際、部屋の温度調節をしたり、列車の無人運転をするなど、問題とする制御対象に制御装置や各種の部品を組み合わせて構成した自動制御系は、はたしてどのような特性であり、あらかじめ計画した性能をもっているであろうか。これらを数量的に調べるための理論的な解析・設計の手法を確立するには、まず何らかの方法によって制御系を数式で表現することが必要になる。

各構成要素には、電気回路であればオームの法則、機械装置であればニュートンの運動法則、化学反応であれば質量保存の法則などといった具合に必ずよく知られる動作の基本となる関係式があるから、これに基づいてその特性を表わせばよい。しかし最終的に求めたいのは制御系全体としての特性であるから、構成要素の特性は、互いに結びつけるのが比較的容易で、制御のための信号の流れが明確であるように表現されることが望ましい。

以下ではこのような目的に適した伝達関数による表現法を導き、実際の制御系によく用いられる機器の特性について説明しよう。

## 2.2 工学系の基本方程式

制御系の問題に入るまえに、まずいろいろの工学系の特性を表わす方程式がどのようなものであり、関連する基本定理からどのようにして導かれるか、簡単な例から考えてみよう。

**機械系の変位** 最初に機械振動などの単純なモデルとして、図2.1に示すような、ばねとダッシュボットで固定された質量の運動について検討してみる。

質量に働く力を考えてみる。ばねのばね定数を  $k$  とすると、良く知られるようにあまり大きくない変位に対しては、ばねに働く力はそののび  $x$  に比例して  $kx$  となる。ダッシュボットは普通振動を吸収するためにつけられるが、その理想的な特性ではピストンとシリンダーの間の相対速度が加えられた外力に比例する。

しかし実際にはばねの構造、ダッシュボットの油の流れ方の影響等で必ずしもこれらの比例関係は全変化範囲では成立しないし、またその係数も温度その他の影響を受けて変化するであろう。これらのすべての条件を考慮してこの機械系の運動の方程式を導くこともできるが、あまりに複雑となってしまい、特に精緻な変化を問題とする場合以外はあまり意味がない。

そこでこの系の運動を平衡位置から始まる振幅のあまり大きくない、比較的短時間の運動とするという仮定をおくことにする。この仮定が実際に振動現象を扱う場合の機械系の条件からは、それほどずれたものでないことは明らかであろう。平衡位置からの変位を考えることから、重力の影響も除かれ、ダッシュボットの粘性係数を  $\eta$ 、印加された外力を  $F(t)$ 、質量を  $m$ 、平衡位置からの変位を  $x(t)$  とすれば、ニュートンの法則により質量に働く力の平衡条件からこの機械系の方程式は、

$$m\ddot{x} = -\eta\dot{x} - kx + F(t) \quad (2.1)$$

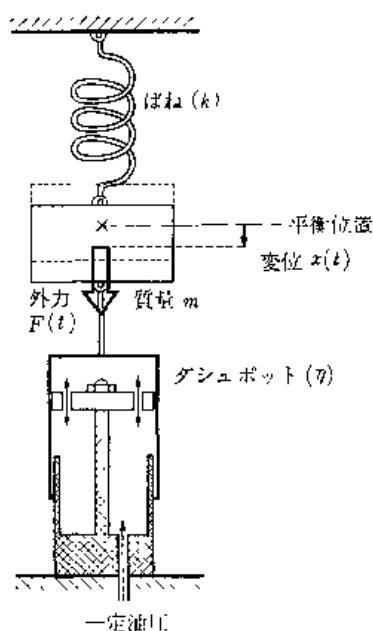


図2.1 機械系の変位