史福培 主编

基础物理学

（下）

哈尔滨船舶工程学院出版社

基础物理学

下册

主　　编　史福培
编写组成员　史福培　康树乔
　　　　　　徐国涵　黄鑫磊

哈尔滨船舶工程学院出版社

内 容 简 介

本书分上下两册，上册为机械运动及电磁场两篇，下册为波动过程及热力学和统计物理学基础两篇。全书共十四章。

本书在内容取舍、理论系统安排及叙述的观点等方面有所创新，可作为高等工科院校的教材，也可供非物理系各专业的教学参考使用。

基 础 物 理 学

（下 册）

史福培 主编

*

哈尔滨船舶工程学院出版社出版

哈尔滨船舶工程学院出版社发行

哈尔滨建筑工程学院印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/16　印张17.375　字数434千字

1987年3月第1版　1987年3月第1次印刷

印数：1—4,000册

统一书号：15413·028　定价：2.40元

ISBN 7-81007-009-6/O·2

目　　录

第三篇　波动过程

第三篇 波动过程

波动现象是自然界一种极为普遍的现象，水面波就是人人所熟知的。

人类对波动过程的研究，最早是从声学开始的，而声学的发展，又是和各种乐器的制造密切相关。中国在夏商时期，已经有铜制的铃、编钟以及皮鼓等乐器，形成了音阶音程等概念。和声学的起源，可追溯到古希腊的毕达哥拉斯。法国的索维尔在声学方面作了重要的研究。

声波是在空气中传播的。声波在传播中，空气分子在振动。凡是在弹性媒质中由媒质质点的机械振动而引起的波称为机械波，或称弹性波。例如声波是机械波，水面波是机械波，地震波也是机械波。

关于光的本质的认识，历史上有过以牛顿为代表的微粒说，和以惠更斯为代表的波动说。惠更斯在解释光的波动理论方面有很重要的贡献。他发展了关于波传播的重要原理，即惠更斯原理，并用此原理解释了光波的反射、折射以及在冰洲石晶体中的双折射等现象。惠更斯认为，像声波是在弹性媒质中传播一样，传播光波也应该有某种弹性媒质，他将这种假想的媒质称为“以太”。

牛顿之所以反对光的波动说，主要是由于光的波动说不能解释光的直进。由于牛顿的威望，大部分人接受牛顿的微粒说。但是，光的干涉和衍射现象是光具有波动性的最好的证明，扬氏在1800年根据光的波动本性成功地解释了牛顿环现象，并用双缝实验首次实现了光的干涉。菲涅耳在1815年补充了惠更斯原理，这就是我们现在所称的惠更斯-菲涅耳原理。用这个原理不仅能解释光在各向同性媒质中的直线传播，同时也能解释光的衍射现象。这样，惠更斯的光的波动说，在被忽略将近一个世纪以后，又开始被大家所接受。

1808年，马吕斯发现光在两种媒质分界面上反射时的偏振现象，菲涅耳和阿拉果也证明偏振面相垂直的光不相干涉的现象。至此，光波是横波的性质最终得到证实。

1845年，法拉第首先发现偏振光的振动面在强磁场中发生旋转的现象，1856年，韦伯发现电量的电磁单位与静电单位的比值正好等于光在真空中的传播速度。这些都说明，光和电磁现象之间有某种联系。是麦克斯韦在总结电磁场理论的基础上推论光波就是电磁波，而电磁波的客观存在以及具有光波的某些性质，首先是由赫兹的实验给以证实的。光的电磁理论的建立，从认识光波的本性这个角度来说是前进了一步，但这个理论用“电磁以太”代替了惠更斯波动说中的“机械以太”，而理论又没说明“以太”的性质。爱因斯坦的相对论最终说明，引入“以太”的概念是不必要的。

电磁波是电磁场的传播。电磁波的波长范围极广，从波长最长的无线电波直到波长甚短的γ射线。可见光是能引起人眼的感觉而看得见的电磁波，其波长范围在全部电磁波中只占一很狭窄的区域。

广义相对论预言，引力场也以光速传播，即也有引力波。很多科学家正企图从实验上证实引力波的存在。由于引力波与物质的作用很弱，因而检测甚为困难。60年代末，韦伯曾多次报导他检测到引力波的结果，但是否真已检测到引力波，目前仍是有争议的问题。

热辐射、光电效应、康普顿效应等一系列实验，都证实光还具有粒子性。这种光粒子称为光子，是电磁波的能量子，与牛顿所称的光粒子在本质上完全不同。这样，光或电磁波是具有波粒二象性的客体。受这种思想的启示，德布罗意提出原来被认为是粒子的客体也具有波动性的假设。实验证实了这种假设的正确性。波粒二象性是一切物质的共同特性。德布罗意波是几率波，与机械波、电磁波的本质不同。

虽然各种波的本质不同，但有许多共同的性质，服从共同的规律。研究波动过程也具有很重要的实际意义。机械波和机械振动，电磁波和电磁振荡，是紧密相联系的现象。所以，在讨论机械波和电磁波以前，首先要讨论机械振动和电磁振荡。

本篇的中心任务，是首先讨论机械振动和机械波，以说明振动和波动的共同规律；讨论光波的干涉、衍射和偏振现象，以说明波动的特征；讨论物质的波粒二象性，以说明这是一切物质的通性，并由此介绍量子力学的基本概念。

第八章　振动学基础

如果物体的运动每隔一定时间重复进行，这种运动称为周期运动，每重复一次运动所需的时间称为周期。自然界广泛地存在着周期运动，如地球的公转和自转，潮汐的涨落，钟摆的摆动等等。振动是一种周期运动，如上述钟摆的摆动。物体在一定位置附近作来回往复的运动称为械机振动。广义地说，任何一个物理量在一定值附近反复变化，都称为振动。研究振动的问题是声学、地震学、建筑力学、机械原理、电工学、光学、无线电工程等的基础。

机械波和机械振动，电磁波和电磁振荡，是紧密相联系的现象。波动是振动的传播过程。所以，讨论振动问题之所以特别重要，还在于这是讨论波动问题的基础。

最简单的一种振动称为谐振动。任何复杂的振动，都可以分解为若干个谐振动，或者说，都可以看成是若干个谐振动的合成。所以，研究振动，首先要研究谐振动。

§8—1　谐振动

谐振动　以图8—1所示的振动系统为例。将一质量为m的物体，系在倔强系数为k而质量可忽略不计的理想弹簧的一端，弹簧的另一端固定，使物体能在一光滑的水平面上作直线运动。这样的系统称为弹簧振子。取物体运动的直线为X轴。注意到，假定当物体在平衡位置O时，弹簧为原长(图8—1b)，物体在X轴方向不受力。无论物体向右(图8—1a)或向左(图8—1c)有一位移x时，由于弹簧被伸长或压缩，根据胡克定律，物体

受到一指向平衡位置O的弹性力

$$f = -kx \tag{8—1a}$$

式中负号表示f的方向与位移x的方向相反。

设开始时将物体拉开到平衡位置O的右边，如图8—1a，因弹簧伸长而使物体受到指向平衡位置的弹性力f。放手后，物体在弹性力f的作用下，有一加速度a而向平衡位置O运动。当物体回到平衡位置O时(图8—1b)，虽然不再受到弹性力的作用，但由于物体已经具有一定的速度v，它就不会停止在平衡位置，而是通过平衡位置继续运动。当物体离开平衡位置O向左运动时，弹簧被压缩，使物体受到一仍旧是指向平衡位置的弹性力，如图8—1c。在弹性力作用下，使物体的指向平衡位置的加速度逐渐增大到最大值，而向左运动的速度逐渐减小到零，而后开始向右运动。向右运动的过程和上述向左运动的过程相同。这样，物体就在平衡位置附近往复振动。

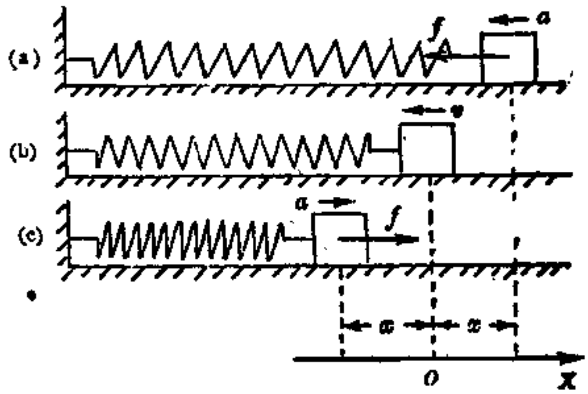

图8—1

物体在弹性力作用下的这种振动就是谐振动。由于弹性力与位移的关系是线性的，所以，常将作谐振动的物体称为线性谐振子，或简称为谐振子。谐振子及对它施以弹性力的物体一起，组成谐振系统。当谐振系统不受任何外力作用时，它的总能量保持不变，这时的振动叫无阻尼自由振动。

谐振动方程　谐振子的加速度为 $a = \frac{d^2x}{dt^2}$，根据牛顿第二运动定律有

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

或者写成

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \tag{8—2}$$

式中

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \tag{8—3}$$

由(8—2)式可知，谐振动物体的加速度与位移成正比而方向相反。这是从运动学的角度说明了谐振动的特征，可以作为谐振动的定义。根据对弹簧振子的讨论可知，物体(看成是质点)作谐振动的动力学条件是，必须受到大小与位移成正比而方向相反的弹性力。

(8—2)式是一微分方程，从数学上求得此方程的解为

$$x = A\cos(\omega t+\varphi) \tag{8—4a}$$

式中A和φ是两个积分常数，下一节中再说明它们的物理意义。

(8—2)式的解也可以写成

$$x = A\sin(\omega t+\varphi') \tag{8—4b}$$

式中φ'是另一个常数。由三角函数关系 $\cos(\omega t+\varphi)=\sin(\omega t+\varphi+\pi/2)$，可知 $\varphi'=\varphi+\pi/2$。

由(8—4)式看到，质点作谐振动时，它的位移是时间的正弦函数或余弦函数。(8—4)式也是从运动学的角度说明了谐振动的特征，称为谐振动方程。在下面的讨论中，我们将采用余弦函数形式的谐振动方程。

将(8—4a)式对时间t求导数，得到谐振子的速度v：

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi) \tag{8—5}$$

取(8—4a)式对时间的二阶导数，得到谐振子的加速度a：

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi) \tag{8—6}$$

可见谐振子的速度和加速度也是时间的正弦函数或余弦函数。将(8—4a)式代入(8—6)式，就得到(8—2)式，由此可说明(8—4a)式是(8—2)式的解。

谐振动的例子 前面讨论的弹簧振子，是从实际问题中抽象出来的理想模型。下面举几个实际中遇到的简单例子。

1. 悬挂在弹簧下物体的运动 设一端悬挂的弹簧原长为l（图8—2a），下端有一质量为m的物体。平衡时，弹簧伸长$\triangle l$(图8—2b)，这时物体受有向上的弹性力$f'=k\triangle l$和向下的重力$P=mg$，所以

$$k\triangle l=mg$$

取物体的平衡位置为坐标轴原点O，X轴方向向下。如果使物体在X轴方向有一位移x（图8—2c），这时物体受到的弹性力为$f=k(\triangle l+x)$，则由牛顿第二运动定律得

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k(\triangle l+x)=-kx$$

可见物体的运动满足谐振动的微分方程(8—2)式，因而位移x随时间t的变化关系满足(8—4)式，且ω的值如(8—3)式，即物体作谐振动。

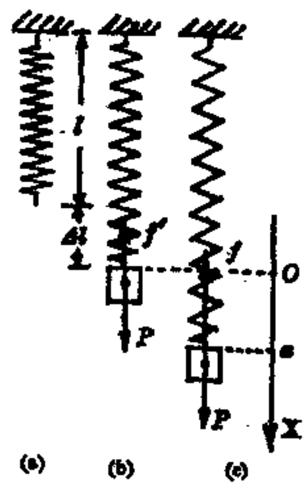

图8—2

以上是考虑理想的情况，即忽略空气的阻力，并假定弹簧的质量为零，如果将弹簧的质量也考虑在内，就必须对上述结果加以修正。假定弹簧的质量分布是均匀的，且各部分的振动是同时的，则修正计算的结果表明，相当于仍将弹簧看成是理想的，只是弹簧

下端悬挂物体的质量m应加上弹簧质量m_s的三分之一，即(8—3)式应改写成

$$\omega^2 = \frac{k}{m + \frac{1}{3}m}$$

2．单摆的运动　质量为m的小球，用长为l的细线悬挂起来，则当小球略有偏移后，就能在竖直面内来回摆动，这种装置就是单摆，图(8—3)表示在摆动面内单摆在某一时刻的位置。l称为摆长，小球称为摆锤。在摆动中，小球的运动轨迹是以悬点为中心，以l为半径的圆弧，悬线的竖直位置是平衡位置。

当悬线的偏角为θ时，如果不计悬线的质量和空气的阻力，且假定悬线不会伸长，小球在摆动中受到的指向圆弧切线方向的合力为

$$f = -mg\sin\theta$$

负号表示f的方向是指向摆锤的平衡位置O。将摆锤的运动看成是绕通过悬点且垂直于摆动面的轴的转动，在合力矩$M = fl = -mgl\sin\theta$的作用下，角加速度$\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$由刚体转动定律$M = J\beta$决定。因为小球相对于悬点的转动惯量$J = ml^2$，所以

$$ml^2\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl\sin\theta$$

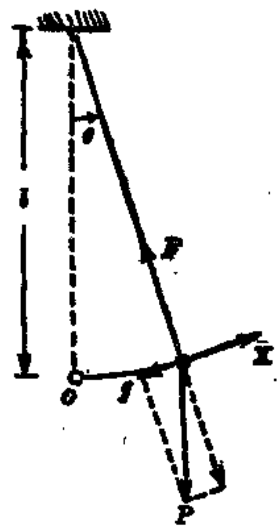

图8—3

如果单摆的摆动角度很小，当θ用弧度为单位时，可取$\sin\theta \approx \theta$，于是上式可写成与(8—2)式相似的形式

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

式中

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \qquad (8—7)$$

可见这时单摆的运动是谐振动，角位移θ随时间的变化关系为

$$\theta = \Theta\cos(\omega t + \varphi)$$

注意这时小球运动的圆弧可近似看成直线，小球受到的作用力

$$f = -mg\sin\theta \approx -mg\theta \approx -\frac{mg}{l}x \qquad (8—1b)$$

指向平衡位置O，不是弹性力，但力的规律与(8—1a)式所表示的弹性力相同，即f与小球的位移x成正比而方向相反，我们将这种力称为准弹性力。物体在准弹性力作用下也作谐振动。

θ角小到什么程度，可以认为$\sin\theta \approx \theta$，这决定于实验要求的精确程度。例如当$\theta = 0.1$弧度$= 5.73°$时，$\sin\theta = 0.0998$。如果这时认为$\sin\theta \approx \theta$，误差大约为0.2%。所以，一般当$\theta \leqslant 5°$时，就可将单摆的运动看成是谐振动。

3. LC振荡电路　由电容为C的电容器与自感系数为L的线圈接成一闭合电路，称为LC电路，如图8—4。如果开始时刻电容器是充电的，电容器极板间有电场(图8—4a)，这时电容器将通过线圈放电。由于放电时电流增大，线圈中有与电流反方向的自感电动势$-L\frac{dI}{dt}$，使电路中的电流只能从零开始逐渐增大，电场也同时逐渐转变成线圈中的磁场。当电流增大到最大值I_0时，电场全部转变成磁场（图8—4b)。此后电流减小，但自感电动势$-L\frac{dI}{dt}$又与电流的方向相同，使电流从最大值I_0逐渐减小到零，磁场也同时逐渐地全部转变成电场（图8—4c）。然后又在反方向重复这一过程（图8—4d、e）。这样，电容器被来回反复充电，电场和磁场也反复相互转变。这种现象称为**电磁振荡**，LC电路称为**振荡电路**。

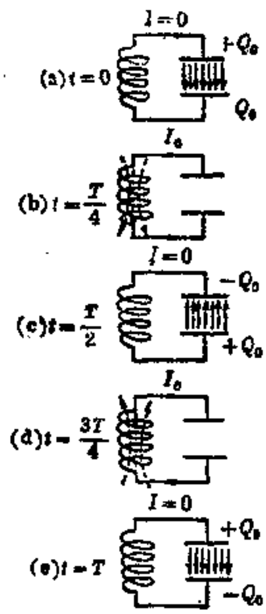

图8—4

从能量的角度看，电磁振荡就是电场能量和磁场能量交替转换的过程。如果电路中没有电阻，也没有辐射，总能量将保持不变，电磁振荡将一直持续进行，常将这种振荡称为**无阻尼自由振荡**。根据欧姆定律，在任一时刻，线圈中的自感电动势$-L\frac{dI}{dt}$和电容器极板间的电势差$V=q/C$应相等，即

$$-L\frac{dI}{dt}=\frac{q}{C}$$

电流强度应等于电容器极板上电量的变化率，即$I=\frac{dq}{dt}$，所以上式也可写成(8—2)式的形式：

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega^2q=0$$

其中

$$\omega^2=\frac{1}{LC} \tag{8—8}$$

由此可知，电容器极板上的电量q，电路中的电流I，线圈中的自感电动势$L\frac{dI}{dt}$等，都是时间的正弦函数或余弦函数：

$$q=Q_0\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=\frac{dq}{dt}=-\omega Q_0\sin(\omega t+\varphi)=-I_0\sin(\omega t+\varphi) \tag{8—9}$$

$$L\frac{dI}{dt}=L\frac{d^2q}{dt^2}=-L\omega^2Q_0\cos(\omega t+\varphi)$$

式中Q_0是电容器极板上电量的最大值，$I_0=\omega Q_0$是振荡电路中电流的最大值。

4. 二体振动系统　将质量为m_1及m_2的两物体放在光滑平面上，用原长为l的理

想弹簧连接起来，就成为二体振动系统（图8—5）。如果有一个物体的质量为无限大，则二体振动系统就简化为图8—1所示的弹簧振子。二体振动系统是双原子分子(如H_2，CO,HCl等)的简化模型。分子中两原子间的作用力是电磁力，但在讨论分子的微小振动时，我们可以将这种作用力简化成与两原子相对位移成正比的准弹性力。

设图8—5的两物体只能在它们的连线方向振动。取两物体的联线为X轴，将两物体看成质点，以x_1和x_2分别表示它们在某时刻的位置，则弹簧在此时刻的长度是x_2-x_1，弹簧的长度变化为

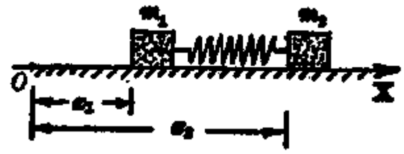

图8—5

$$x=(x_2-x_1)-l$$

如果$x>0$，则弹簧被伸长；$x=0$，弹簧为原长；$x<0$，弹簧被压缩。两物体间弹性力的大小为kx。为明确起见，假定$x>0$。这时弹性力对m_1是指向X轴正方向，对m_2是指向X轴负方向，由牛顿第二运动定律得

$$m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}=kx, \qquad m_2\frac{d^2x_2}{dt^2}=-kx$$

将第一式乘以m_2，第二式乘以m_1，相减后得到

$$m_1m_2\frac{d^2}{dt^2}(x_2-x_1)=-(m_1+m_2)kx$$

将$x_2-x_1=x+l$代入上式。因l为常数，$\frac{d^2}{dt^2}(x+l)=\frac{d^2x}{dt^2}$，故有

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$$

式中
$$\omega^2=\frac{k}{\mu} \qquad (8\text{—}10)$$

而
$$\mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$$

μ称为二体系统的**折合质量**。可见二体系统的振动，相当于其中一个物体固定不动，而另一个物体看成是质量为折合质量μ的谐振子。

我们说过，任何一个物理量在一定值附近反复变化都称为振动。上面的例子中讨论的位移、角位移和电量或电流，还有未讨论过的电场$\vec{E}$和磁场$\vec{B}$等量，都在一定的条件下满足同样的谐振动方程，具有共同的谐振动特征。所以，在下面的讨论中，我们将以谐振子为例，讨论谐振动的基本特征。所用的方法和所得的结论，很明显也适用于电磁振荡及其它物理量的振动。

§8—2 描写谐振动的几个物理量

这一节我们讨论谐振动方程(8—4a)式中各个量的物理意义。

振幅 振幅就是**最大位移的绝对值**，单位为米。因为$\cos(\omega t+\varphi)$的最大值为$+1$，

最小值为-1，由(8—4a)式，可知x的最大值为$+A$，最小值为$-A$。所以A就是最大位移的绝对值，即振幅。(8—9)式中的Q_0，则是电容器每个极板上最大电量的绝对值，称为电量振幅。同样，我们将最大速度的绝对值$v_m=\omega A$称为速度振幅，最大加速度的绝对值$a_m=\omega^2 A$称为加速度振幅，最大电流的绝对值$I_0=\omega Q_0$称为电流振幅，等等。

周期和频率 周期就是完成一次振动（或振荡）所需的时间。用T表示周期，单位为秒。所谓完成一次振动，就是从任意时刻t开始，物体在振动中，两次经过平衡位置后，位移x和速度v又回复到t时刻的值。根据(8—4a)式，在t和$t+T$时刻的位移相等，就要求

$$\cos(\omega t+\varphi)=\cos[\omega(t+T)+\varphi]=\cos(\omega t+\varphi+\omega T)$$

余弦函数是以2π为周期的，即

$$\cos(\omega t+\varphi)=\cos(\omega t+\varphi+2\pi)$$

将以上两式相比较，可得$\omega T=2\pi$，或

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \qquad (8\text{—}11)$$

由(8—5)式，令t和$t+T$时刻的速度相等，也能得到同样结果。图8—4表明在一个周期T时间内完成一次电磁振荡。

频率是单位时间内完成振动（或振荡）的次数，用ν表示。很明显，频率是周期的倒数：

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$

或

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T} \qquad (8\text{—}12)$$

ω称为圆频率，它在数值上等于2π秒内完成振动（或振荡）的次数。频率的单位是赫兹，简称为赫，符号为Hz。每秒振动一次就是1Hz。圆频率的单位是弧度/秒。

利用(8—3)、(8—7)和(8—8)三式，分别得到三种情况下周期和频率的表示式：

$$\begin{aligned}
&\text{谐振子：} && T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, && \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},\\
&\text{单摆：} && T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, && \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}, \qquad (8\text{—}13)\\
&\text{电磁振荡：} && T=2\pi\sqrt{LC}, && \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}
\end{aligned}$$

由此看到，无阻尼自由振动（振荡）系统的周期和频率，完全由系统本身的性质所决定，与振幅大小或任何其它因素都无关，故通常称为固有周期和固有频率。每个振动（振荡）系统，都有一定的固有周期和固有频率。

周相 方程(8—4a)中的$(\omega t+\varphi)$称为谐振子在t时刻的周相，φ是$t=0$时刻的周相，

称为初周相。当振幅一定时，谐振子在某时刻的位移，完全由该时刻的周相所决定。由(8—5)和(8—6)两式可知，周相也同样决定谐振子在该时刻的速度和加速度。例如当$\omega t+\varphi=\pi/2$时，有$x=0$，$v=-\omega A$，$a=0$，说明此时刻物体在平衡位置，并以最大速度ωA向负方向运动。因此，周相是决定振动（或振荡）状态的量。同样，初周相是决定$t=0$时刻振动（或振荡）状态的量。

在研究振动（振荡）或波动的问题时，周相的概念极为重要。质点的振动状态可以用质点的位移和速度来描写，但更方便的是用周相来描写。在一个周期之内，质点经历无数个各不相同的振动状态，这相当于周相由0到2π的变化。作质点的位移x随时间t变化的$x-t$图线，如图8—6。由图中看到，质点位移相等的某两时刻t_1和t_2，其振动状态并不相同，因为这两时刻质点的速度大小相同，但方向相反。与t_1时刻振动状态相同的，是经过一个周期T以后的t_3时刻，这时质点的周相已增加了2π。所以，某时刻t的周相，完全决定了该时刻质点的振动状态；用周相来描写振动状态，能充分说明振动的周期性这个特征。$t=0$时刻的初周相φ决定质点的初始振动状态，如图8—6所示，图中同时还表示出振幅A和周期T的意义。

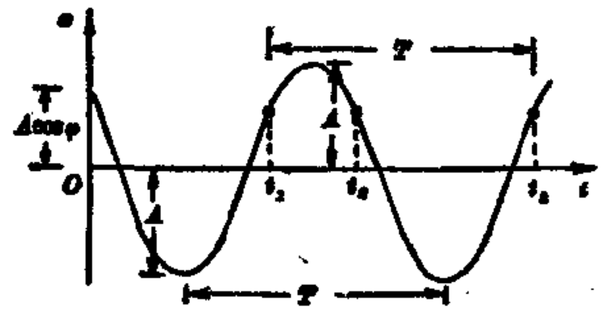

图8—6

谐振子在振动中，周相随时间而增加，说明振动状态随时间变化。每经过一周期的时间$2\pi/\omega$，周相增加2π，谐振子完成了一次振动，又回到了原来的振动状态。就是说，周相$\omega t+\varphi$和$\omega t+\varphi+2\pi$，或者一般地$\omega t+\varphi+2\pi n$，是表示同一个振动状态，其中n是完成振动的次数。

图8—7中画出谐振动质点的$x-t$图线、$v-t$图线和$a-t$图线，分别表示位移x、速度v和加速度a随时间（或者周相）的变化。由图中看到，这些量都是周期性地变化的，即每经过时间$T=2\pi/\omega$，或说周相每增加2π，各个量就重复一次原来的值。图中取定初周相$\varphi=0$。因为φ是决定初始振动状态的量，取$\varphi=0$就是取初位移$x_0=+A$，初速度$v_0=0$，初加速度$a_0=-\omega^2 A$。

对于由(8—9)式给出的无阻尼自由振荡的各个量，也可以作如图8—6的图线，且电量q与位移x对应，电流I与速度v对应，

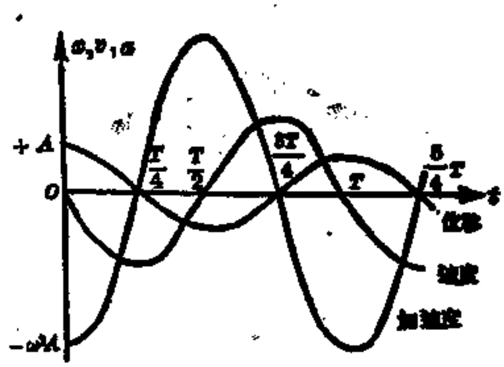

图8—7

自感电动势$L\dfrac{dI}{dt}$与加速度a对应。

周相差 设有同方向的两个谐振动，它们的振动方程为

$$x_1 = A_1\cos(\omega_1 t+\varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$$

这两个谐振动的周相差为

$$\triangle\varphi=(\omega_1 t+\varphi_1)-(\omega_2 t+\varphi_2)=(\omega_1-\omega_2)t+(\varphi_1-\varphi_2) \quad (8—14a)$$

对于不同方向的两个谐振动的周相差也可以同样计算。如果两个谐振动是同频率的，则它们的周相差不随时间变化，就等于它们的初周相差：

$$\triangle\varphi=\varphi_1-\varphi_2 \quad (8—14b)$$

周相差说明了两个谐振动在振动状态上的差异。对同频率的谐振动，如果$\triangle\varphi=0$，或者一般地$\triangle\varphi=2\pi n$，其中n为包括零的整数，我们说两个谐振动是同周相的。图8—8a表示同周相同频率不同振幅两个谐振动的$x-t$图线。为了说明问题，横轴表示ωt，而不是t。图中看到，所谓同周相，就是两个谐振动是步调一致的。

如果$\triangle\varphi=\pm\pi$，或者一般地$\triangle\varphi=\pm(2n+1)\pi$，其中$n$为包括零的整数，我们说两个谐振动是反周相的。图8—8b表示反周相同频率不同振幅两个谐振动的$x-t$图线。图中看到，当两个谐振子以反周相振动时，它们运动的方向总是相反。即当一个谐振子在正方向有最大位移时，另一个在负方向有最大位移；当一个在通过平衡位置时，另一个也一定在同一时刻通过平衡位置，但运动方向相反；等等。

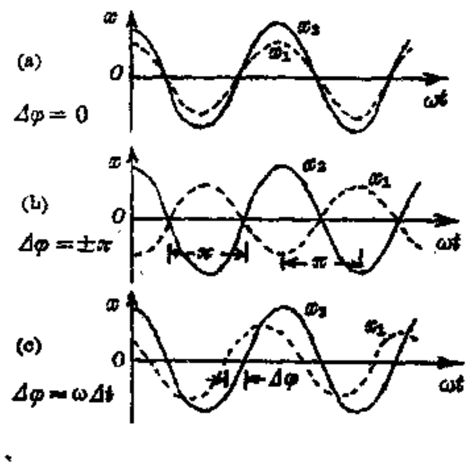

图8—8

一般地说，两个谐振动的周相不一定正好相同或相反。图8—8c表示有任意周相差的两个同频率不同振幅谐振动的$x-t$图线。图中看到，这时一个谐振动总是先到达某个状态，例如通过平衡位置向正方向运动的状态，在经过$\triangle t=\triangle\varphi/\omega$时间以后，第二个谐振动才到达这个状态。先到达某个状态的谐振动，我们说它的周相超前，后到达的是周相落后。

对于同一谐振动的不同物理量，也可以说周相超前或落后。例如图8—7中，我们说位移和加速度总是反周相，速度比位移超前的周相是$\pi/2$，比加速度落后的周相是$\pi/2$，等等。同样的结论也适用于无阻尼自由振荡中电量、电流和自感电动势之间的周相关系。

以上的讨论是指频率相同的情况。如果频率不同，则周相差随时间变化。这时即使在某一时刻是同周相或反周相，在这一时刻以前或以后，必定是一个振动的周相超前，另一个落后。

初始条件 由谐振动方程(8—4a)式可知，如果振幅A、频率ν（或圆频率ω）和初周相φ这三个量确定之后，这个谐振动就完全确定了。由(8—13)式，频率决定于振动系统的性质。对于一定的振动系统，虽然频率和周期确定了，还是可以有不同的振幅A，初周相φ也可以有不同的值。现在要讨论确定A和φ的条件。

初始条件就是$t=0$时刻谐振子的振动状态，即初位移x_0和初速度v_0。由(8—4a)和

(8—5)两式，得

$$x_0 = A\cos\varphi$$
$$v_0 = -\omega A\sin\varphi$$

两式平方后相加得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \tag{8—15}$$

两式相除后得

$$\mathrm{tg}\varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \tag{8—16}$$

由此可知，谐振动的振幅A和初周相φ完全决定于初始条件x_0和v_0。对于同一个振动系统，给以不同的初始条件，它就以不同的振幅和初周相振动。对于无阻尼自由振荡，也有类似的初始条件。

例题8—1 谐振动方程为$x = 0.1\cos(20\pi t + \pi/4)$米，试求：(1)振幅、初周相、频率和周期；(2) $t = 0.1$时刻的位移、速度和加速度。

解：(1) 将$x = 0.1\cos(20\pi t + \pi/4)$米与$x = A\cos(\omega t + \varphi)$相比较，可知

$$A = 0.1\text{米}, \quad \omega = 20\pi\text{弧度/秒}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}\text{弧度}$$

再由(8—12)式，可知

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{赫兹}$$

及

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{10} = 0.10\text{秒}$$

(2) $t = 0.1$秒时刻的位移为

$$x = 0.1\cos\left(20\pi \times 0.1 + \frac{\pi}{4}\right) = 0.1\cos\frac{\pi}{4} = \frac{0.1}{\sqrt{2}} = 0.0707\text{米}$$

由(8—5)和(8—6)两式，

$$v = -20\pi \times 0.1\sin\left(20\pi \times 0.1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -20\pi \times 0.1 \times \sin\frac{\pi}{4} = -\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = -4.44\text{米/秒},$$

$$a = -(20\pi)^2 \times 0.1\cos\left(20\pi \times 0.1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -40\pi^2\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{40\pi^2}{\sqrt{2}} = -279\text{米/秒}^2$$

即此时物体在$x = 0.0707$米处向平衡位置运动。

例题8—2 上端固定在天花板上的弹簧，下端挂有一物体，使弹簧伸长$l = 9.8$厘米，