

工程结构优化设计

原理、方法和应用

刘夏石 编著

科学出版社

工程结构优化设计

原理、方法和应用

刘夏石 编著

科学出版社

1984

1111551

内 容 简 介

本书论述工程结构优化设计的应用技术，主要特点是内容全面、新颖、工程性强，能从工程出发，根据结构特点形成不同数学模型，并选用不同的优化方法得到最优方案。同时，还论述了大型结构应用电子计算机进行优化设计的计算技巧，介绍了结构布局优化思想、最优化准则和数学规划法的统一等最新进展。书中有关部分附有大量简易例题，以帮助读者掌握和应用优化设计原理。

本书可供从事系统分析、管理科学，特别是结构设计方面的工程技术人员、科研人员和研究生，以及高等院校有关专业的师生参考。

工 程 结 构 优 化 设 计

原理、方法和应用

刘夏石 编著

责任编辑 杨家福

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年3月第一版 开本：850×1168 1/32

1984年3月第一次印刷 印张：22 3/8

印数：0001—9,500 字数：591,000

统一书号：15031·548

本社书号：3392·15—10

定价：4.10 元

前 言

目前已出版的不少有关线性和非线性规划方面的图书，虽很有参考价值，但多半是从数学角度讨论各种算法，如果没有较深的数学理论修养，就难于掌握，也就不易于在实际中加以应用。因此，本书试图从工程设计出发，尽量由浅入深地介绍怎样将给定的结构设计问题写成最优化的数学模型，并根据不同数学模型选用不同方法来得到最优设计方案。

鉴于最优化领域本身涉及到许多经典学科，因此，本书先将必备的一些基础知识集中在前面几章加以叙述，以便读者能在不依靠其他较深的基础材料的情况下也能顺利阅读本书。作者确信，掌握优化设计方法的有效途径是通过手算把其中的细节彻底搞清，因而书中附了大量简易例题，以帮助读者深入理解有关内容，并学会怎样在实际中加以应用。但是也应认识到，任何有效、实用的优化设计都包含了大量的计算工作，只有电子计算机才可能完成。为此，本书在重视手算训练的基础上，又着重介绍了有效地运用高速电子计算机进行求解的技巧。

全书基本上由六个部分组成。第一部分包括前三章，叙述最优化所必须的基础知识，结构设计所应遵循的原则和以后要用到的一些术语，是优化设计的一个较完整的引论。四至六章为第二部分，主要是进行结构分析，运用矩阵法和有限元技术形成最优化的数学模型，并用图解法介绍最优化过程，以便为读者建立初步的优化设计概念。第三部分包括七、八两章，叙述最优化准则法，其中包括如何处理在大型结构应用中和实践中所遇到的问题。第九章单独为一部分，集中介绍构造优化设计数学模型的各种例子，以便读者学会形成数学模型的方法。第五部分包括十至十七章，是数学规划方法。由于对大型设计问题目前还没有一种

算法被证明是万能的，因此这部分介绍了与不同结构问题相结合的有代表性的七种类型算法。最后四章为第六部分，主要讨论大型结构优化设计问题，其中包括各种问题的处理、实用算法和布局优化等。

在本书的编写过程中，钱令希、蓝天和隋允康三同志给予了很大帮助，提供了很多宝贵的修改意见和建议。江西大学计算数学教研组的几位教师对本书算法部分作了一些审查。特此对他们表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免存在不妥之处，竭诚希望读者批评指正。

目 录

前 言	vii
第一章 矩阵、向量空间和集论	1
§ 1-1 矩阵及其主要形式	1
§ 1-2 矩阵的运算	4
§ 1-3 变换矩阵和初等变换	10
§ 1-4 向量空间	11
§ 1-5 空间的维数、基底和坐标	13
§ 1-6 欧氏空间	16
§ 1-7 集的基本概念	18
§ 1-8 凸集和凸函数	21
第二章 现有结构设计的基本方法	25
§ 2-1 结构的合理型式	25
§ 2-2 计算模型	28
§ 2-3 反复迭代法	30
§ 2-4 塑性分析	32
§ 2-5 弹塑性设计	35
§ 2-6 重量-强度法	36
§ 2-7 直接设计法	38
第三章 优化设计的基本思想	4 ⁹
§ 3-1 一个简单的例子	49
§ 3-2 结构设计的基本形式	51
§ 3-3 设计变量	54
§ 3-4 约束条件	57
§ 3-5 目标函数	60
§ 3-6 结构优化设计的数学表达式	62
§ 3-7 最优化方法的大致分类	64
第四章 自动矩阵力法的结构设计	68
§ 4-1 结构理想化及静不定次数	69

§ 4-2	目标函数的形成	71
§ 4-3	结构的广义力与广义位移	75
§ 4-4	基本原理	80
§ 4-5	自动矩阵力法	84
§ 4-6	内力矩阵 b_0 和 b_1 的良型化	85
§ 4-7	用矩阵力法设计最优结构	100
§ 4-8	静定结构设计例子	103
§ 4-9	静不定结构设计例子	110
第五章 矩阵位移法的结构设计		118
§ 5-1	对偶性原理	118
§ 5-2	形定结构的充要条件与超形定次数	120
§ 5-3	力法与位移法的对偶性	123
§ 5-4	结构离散化	125
§ 5-5	决定元素刚度矩阵的方法	126
§ 5-6	结构的组合	157
§ 5-7	刚度矩阵的求解	159
§ 5-8	结构设计	166
§ 5-9	设计例题	166
第六章 有限元素法的结构设计		173
§ 6-1	有限元素法的离散化	173
§ 6-2	基本原理	175
§ 6-3	各种元素的刚度矩阵	180
§ 6-4	结构动力学问题	199
§ 6-5	弹性稳定问题	202
§ 6-6	多约束优化问题的描述	204
第七章 满应力设计		206
§ 7-1	满应力设计	206
§ 7-2	满应力设计中的问题和特点	214
§ 7-3	改进的满应力设计	223
§ 7-4	满应力设计在应用中的几个具体问题	230
§ 7-5	热满应力设计	236
§ 7-6	算例	242

第八章 最优化准则法	247
§ 8-1 能量准则法	247
§ 8-2 拉格朗日乘子	251
§ 8-3 位移准则法	253
§ 8-4 大型结构的应力位移准则法	263
第九章 结构优化设计数学模型	272
§ 9-1 结构件的优化设计	273
§ 9-2 拱坝优化设计的数学模型	280
§ 9-3 结构布局可调的优化设计	282
§ 9-4 梁架结构优化设计的数学模型	286
§ 9-5 直升机结构在多约束条件下的优化设计	291
第十章 无约束最优化问题 I	298
§10-1 一维搜索	300
§10-2 方向加速法	316
§10-3 单纯形法	327
§10-4 复形法	331
§10-5 随机射线法	334
第十一章 无约束最优化问题 II	337
§11-1 梯度法	337
§11-2 牛顿法	342
§11-3 共轭梯度法	350
§11-4 变度法	359
§11-5 非线性最小二乘法	367
第十二章 极限分析、设计、线性规划和最优利用	376
§12-1 平衡条件和屈服条件	376
§12-2 极限分析	377
§12-3 塑性优化设计	381
§12-4 线性规划的基本概念	384
§12-5 单纯形法	388
§12-6 修正单纯形法	397
§12-7 对偶线性规划	402
§12-8 线性规划在结构最轻设计中的应用	407
§12-9 结构的最优利用	409

第十三章	约束最优化问题的转化方法	419
§13-1	线性化方法	419
§13-2	拉格朗日乘子法和结构优化	426
§13-3	序列无约束极小化方法	433
§13-4	SUMT法用于结构优化设计	455
§13-5	简约梯度法	457
第十四章	约束最优化问题	465
§14-1	约束最优化问题的特点	465
§14-2	最优化条件	468
§14-3	可行方向法	477
§14-4	梯度投影法	481
§14-5	最优矢量法	489
§14-6	可行方向法用于复杂结构优化设计	492
第十五章	动态规划	499
§15-1	动态规划的简单例子	499
§15-2	基本概念和分析方法	501
§15-3	离散化算法	507
§15-4	标号法	511
§15-5	分支结构优化问题	515
§15-6	用动态规划进行结构优化设计	516
第十六章	几何规划	523
§16-1	几何规划的形式	523
§16-2	对偶问题	527
§16-3	不等式约束	531
§16-4	带负系数的几何规划问题	536
§16-5	用几何规划进行结构优化设计	542
§16-6	几何规划的解法	551
第十七章	二次规划和弹性接触问题	559
§17-1	二次规划	560
§17-2	沃尔夫算法	562
§17-3	弹性接触问题的数学模型	566
§17-4	接触面外形设计	572
§17-5	计算实例	576

第十八章	结构优化设计中若干问题	580
§18-1	变形约束	580
§18-2	倒数变量	582
§18-3	降维技术	586
§18-4	变量变换	590
§18-5	优化设计中的近似法	594
§18-6	快速重分析方法	598
§18-7	约束梯度的求法	604
§18-8	求总极值问题	609
§18-9	多目标最优化的问题	613
§18-10	结构最优化中离散变量	616
第十九章	大型结构的优化设计	618
§19-1	采用平衡方程近似处理的结构优化方法	618
§19-2	乘子法	621
§19-3	结构优化问题的一种提法	626
§19-4	线性约束最优化的问题	632
§19-5	约束最优化问题的大步梯度法	641
第二十章	结构优化设计的统一方法	647
§20-1	结构优化设计的一般提法	647
§20-2	最优性条件	649
§20-3	梯度投影法	651
§20-4	最优性条件的迭代数值解	660
§20-5	两种优化方法的分析	663
§20-6	混合法	664
§20-7	数值例题	665
§20-8	子结构法与大型结构优化设计	667
第二十一章	结构布局优化	672
§21-1	结构几何优化问题	672
§21-2	用于结构几何优化的梯度投影法	675
§21-3	图象显示与结构布局	684
§21-4	实现结构布局改变的分析方法	688
§21-5	利用力学方面的近似手段来减少计算工作量	692
参考文献		695

第一章 矩阵、向量空间和集论

当前, 由于工程分析和设计的发展趋势越来越依赖数学方法, 所以本章首先介绍作为最优化理论基础的数学概念和方法. 这里所介绍的矩阵、向量空间、集论等方面的基础知识, 主要从物理上和几何上加以解释, 未作严格的推导和证明, 但指出了它们在工程上的某些应用. 这些内容对于了解以后几章的内容是必要的基础知识.

§1-1 矩阵及其主要形式

由 $m \times n$ 个数 a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) 排成的矩形阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdots & \cdots \cdots \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

称为由 a_{ij} 组成的一个 $m \times n$ 矩阵. 在此矩阵中, 横排称为行, 纵排称为列, a_{ij} 表示第 i 行第 j 列的元素.

定义 若两个矩阵的阶数相同, 并且对应元素都相等, 则这两个矩阵称为相等的, 即 $A = B$ 时

$$a_{ij} = b_{ij}$$

矩阵的主要形式有:

(1) 方阵——行数 m 与列数 n 相等的矩阵, 例如

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

数 n 称为方阵的阶。

(2) 列阵——由一列组成的矩阵，例如

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

为书写方便，有时也写成 $(2, -1, 4)$ 。

(3) 行阵——由一行组成的矩阵，例如

$$[0 \quad 1 \quad -3 \quad -2]$$

(4) 零矩阵——所有元素都为零的矩阵，例如

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

零矩阵在矩阵运算中的作用，类似于数字0在数的运算中的作用。

(5) 对角矩阵——除主对角线元素外其余元素都是零的矩阵，例如

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(6) 单位矩阵——主对角线上的元素均为1的对角矩阵，例如

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(注：单位矩阵在矩阵乘法运算中相当于普通数中的1，即任何矩阵与之相乘仍得原矩阵。)

(7) 对称矩阵——即元素 $a_{ij} = a_{ji}$ 的方阵，例如

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

(13) 子矩阵——用水平线和垂直线将矩阵分割成小矩阵，
例如

$$\left(\begin{array}{cc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \right) = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} & \mathbf{A}_{12} &= \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}_{21} &= [a_{31} \quad a_{32}] & \mathbf{A}_{22} &= [a_{33}] \end{aligned}$$

§1-2 矩阵的运算

矩阵的加减 两个同阶矩阵的加减，就是对应元素的加减，
即

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \pm \mathbf{B} \quad \text{即} \quad c_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij} \quad (1-2)$$

例如

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

矩阵与数的乘法 当矩阵与数相乘时，就是所有元素乘以该数，

$$\mathbf{C} = k\mathbf{A} \quad \text{即} \quad c_{ij} = ka_{ij} \quad (1-3)$$

例如

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

不难看出，上面所得出的运算具有下列性质：

$$(1) \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

$$(2) \mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

$$(3) \mathbf{A} + \mathbf{O} = \mathbf{A}$$

$$(4) (k_1 + k_2)\mathbf{A} = k_1\mathbf{A} + k_2\mathbf{A}$$

$$(5) k(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = k\mathbf{A} + k\mathbf{B}$$

$$(6) k_1(k_2\mathbf{A}) = (k_1k_2)\mathbf{A}$$

$$(7) k(\mathbf{AB}) = (k\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(k\mathbf{B})$$

矩阵的乘法 若

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} \quad (1-4)$$

则必须满足矩阵 $\mathbf{A}$ 的列数等于矩阵 $\mathbf{B}$ 的行数。在这种条件下，乘积 $\mathbf{C}$ 的元素 c_{ij} 等于矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 行元素分别与矩阵 $\mathbf{B}$ 的第 j 列各对应元素的乘积之和，即

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik}b_{kj} \quad (1-5)$$

例如

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ -1 & 8 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

显然，矩阵乘法有如下几个性质：

$$(1) \mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C} \quad (1-6)$$

$$(2) \mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

但是在一般情况下，

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

这是因为，当 $\mathbf{AB}$ 有意义时， $\mathbf{BA}$ 不一定有意义，即使 $\mathbf{AB}$ 与 $\mathbf{BA}$ 都有意义，两者也不一定相等。例如，若

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

而求出的

$$AB = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 8 & 22 \end{pmatrix} \quad BA = \begin{pmatrix} 22 & -1 \\ -16 & -7 \end{pmatrix}$$

其结果完全不同。

转置矩阵 由矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

中的行与列对调，结果便得到A的转置矩阵

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{pmatrix}$$

不难验证，乘积转置规则是

$$(AB)^T = B^T A^T \quad (1-7)$$

$$(ABC)^T = C^T B^T A^T \quad (1-8)$$

例如

$$\begin{aligned} \left(\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right)^T &= \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \\ \left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^T &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

其结果完全相同。

同样，可证明和的转置规则为

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

例如

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right)^T = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^T$$

