

• 高等学校教学用书 •

机械可靠性设计

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

机械可靠性设计

北方工业大学 孟宪铎 主编

冶金工业出版社

(京)新登字036号

高等学校教学用书

机械可靠性设计

北方工业大学 孟宪铎 主编

*

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街嵩祝院北巷59号)

新华书店总店科技发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 12 1/2 字数 298千字

1992年5月第一版 1992年5月第一次印刷

印数00,001~5,000册

ISBN 7-5024-0969-6

TH·159 (课) 定价 3.25 元

前 言

本书是为高等学校机械类专业“机械可靠性设计”课程编写的教学用书，主要包括可靠性设计基础、可靠性设计原理、疲劳强度可靠性设计、机械零部件可靠性设计、机械系统可靠性设计和可靠性试验等共六章。为便于教学，书中列举了较多的可靠性设计实例及可靠性资料，并附有一定数量的习题。

本书可作为高等工业院校机械类专业本科生的教学用书，也可供有关工程技术人员参考。

全书由北方工业大学孟宪铎主编，参加编写的有孟宪铎（第一、四章）、东北工学院金振江（第二、三章）、武汉钢铁学院王瑾玉（第五、六章）。

本书承北京航空航天大学郭可谦教授、北京科技大学张英会教授、清华大学吴宗泽教授审阅，并提出了许多宝贵意见，编者致以衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中可能有错误和不妥当之处，恳请读者批评指正。

编 者

1991年11月

主要符号表

x, y, t	随机变量
$f(t)$	随机变量 t 的概率密度函数
$F(t)$	随机变量 t 的失效分布函数
$R(t)$	可靠度函数
$\lambda(t)$	失效率函数
$E(t), \mu_t$	随机变量 t 的数学期望, 均值
$V(t), S_t^2$	随机变量 t 的方差
S	标准差
C	变差系数
$\bar{n}_R$	可靠度为 R 的均值安全系数
$\bar{\sigma}, \mu_\sigma$	应力随机变量的均值
$\bar{\delta}, \mu_\delta$	强度随机变量的均值
$\Phi(\cdot)$	标准正态随机变量的分布函数
Z_R	标准正态随机变量的可靠度指数
$\Gamma(\cdot)$	伽玛函数
$\gamma = 1 - \alpha$	置信度, α 为风险度、显著性水平
$\exp$	指数函数
$MTBF$	平均故障间隔时间
$MTTF$	失效前的平均时间
$A(t)$	有效度函数
$M(t)$	维修度函数

绪 论

可靠性理论是一门新兴学科。首先是由于第二次世界大战期间,为了保证军用产品的高度可靠性而受到重视。从50年代起至60年代初,一些工程技术人员和数学家们就运用概率论和数理统计学对产品的可靠性问题进行定量研究,在美国最先成立可靠性咨询委员会,制定了军用规格、标准及可靠性标准体系,这对现代军事、宇航、航空、电子等工业部门的发展起了重要的作用。近十年来,可靠性工程在我国发展十分迅速,各工业部门、工厂、设计院所和高等院校有愈来愈多的人重视和实际应用。我国机械电子工业部于1990年2月印发的《加强机电产品设计工作的规定》中明确指出,可靠性、适应性、经济性三性统筹作为机电产品设计的原则。在新产品鉴定定型时,对可靠性设计和试验报告进行评审。对正在生产的产品,要在试验或现场调查的基础上,对失效信息进行分析处理,改进设计,以提高产品可靠性。它标志着可靠性理论和技术已进入工程实用阶段,这是技术进步和设计经验积累的必然结果。

可靠性是指机械产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力,它是衡量机械产品质量的一个重要指标。根据多年来各国开展可靠性工作的经验认为产品在整个寿命期内,对可靠性起着决定性影响的是设计和生产阶段,见表0-1。

表 0-1 各种因素对产品可靠性的影响程度

	影 响 因 素	影 响 程 度
固有可靠性	零部件材料	30%
	设计技术	40%
	制造技术	10%
使用可靠性	使用、运输、操作、安装、维修	20%

机械可靠性设计是将概率统计理论、失效物理和机械学等相结合起来的综合性工程技术。机械可靠性设计方法的主要特征就是将常规设计方法中所涉及的设计变量,如材料强度、疲劳寿命、载荷、几何尺寸及应力等所具有的多值现象都看成是服从某种分布的随机变量,根据机械产品的可靠性指标要求,用概率统计方法设计出零部件的主要参数和结构尺寸。在常规设计方法中引入概率统计学理论,可使机械设计理论和方法更加完善、科学。提高机械产品的可靠性,首先必须在设计上满足可靠性要求,这是因为设计决定了产品的固有可靠性,如果在设计阶段没有认真考虑可靠性问题,那么以后无论怎样注重制造、严格管理、精心使用,也难以保证可靠性要求。大多数机械产品是由零部件、装置、控制系统等组成的复杂系统。实践证明,一个复杂系统的可靠性与其整个寿命期内的全部可靠性活动有关。为使所设计的系统能达到可接收的现场可靠性,必须从方案论证开始至系统报废为止的整个寿命期内应有计划的开展可靠性活动。因为进行可靠性设计不能简单地理解为只是提高产品的固有可靠性,而应当理解为要在产品的性能、可靠性、费用等各方面要求之间进行综合权衡,从而达到产品的最优设计。一般机械产品的可靠性设计

程序，可大致分为以下几个阶段：

- 1) 方案论证阶段 确定可靠性指标，对可靠性和成本进行估算分析；
- 2) 审批阶段 对可靠度及其增长初步评估、验证试验要求、评价和选择试制厂家；
- 3) 设计研制阶段 主要进行可靠性预测、分配和故障模式及综合影响分析，进行具体结构设计；
- 4) 生产及试验阶段 按规范进行寿命试验、故障分析及反馈、验收试验等；
- 5) 使用阶段 收集现场可靠性数据，为改型提供依据。

由上述可见，机械可靠性设计的基础是实际的统计数据，要想知道有关设计变量的真实分布以及数据的置信水平等，就要投入大量的人力、物力和长时间的观察、收集、试验才能获得。在目前数据资料不足的情况下，为使机械可靠性设计能在一般机械产品设计中得到推广应用，本书中采用了一些易于计算的简化处理方法，并列举了较多类型的可靠性设计实例，对于一般机械的设计可靠性而言，这种简化处理所提供的可靠性信息在某种程度上也是偏于保守的，其计算精确度 $R \leq 0.999$ 的范围内是完全可以信赖的，具有一定的实用性。

目 录

绪论	V
第一章 可靠性基础	1
第一节 可靠性基本概念	1
第二节 可靠性的概率分布	8
第三节 分布类型的图分析法	16
第四节 分布函数的假设检验	35
练习题	37
第二章 可靠性设计原理	38
第一节 应力-强度干涉模型及可靠度计算	38
第二节 设计变量的统计处理与计算	49
第三节 变差系数、安全系数	59
练习题	65
第三章 疲劳强度可靠性计算	66
第一节 疲劳强度可靠性设计基础	66
第二节 稳定变应力疲劳强度可靠性计算	69
第三节 不稳定变应力疲劳强度可靠性计算	80
练习题	84
第四章 机械零件的可靠性设计	85
第一节 概述	85
第二节 螺纹联接件的可靠性设计	92
第三节 V带传动能力的可靠性计算	96
第四节 链传动能力的可靠性计算	98
第五节 圆柱齿轮承载能力的可靠性设计	102
第六节 蜗杆传动承载能力的可靠度下限计算	111
第七节 转轴承载能力的可靠性设计	112
第八节 滚动轴承的可靠性计算	113
第九节 圆柱螺旋弹簧的可靠性设计	120
第十节 可靠性优化设计	124
练习题	126
第五章 系统可靠性设计	127
第一节 系统可靠性预测	127
第二节 可靠性分配	134
第三节 可修复系统的可靠性	146
第四节 故障树分析法在系统设计中的应用	156
练习题	162

第六章 可靠性试验.....	164
第一节 概述.....	164
第二节 寿命试验的分布及估计.....	164
第三节 加速寿命试验.....	171
练习题	180
附表.....	181
主要参考文献.....	192

第一章 可靠性基础

第一节 可靠性基本概念

机器设计、制造和使用实践中所遇到的各种问题可归纳为：寻找合理的机器结构、预测机器状态以选取最佳方案、制定以最少的时间和费用保证所需要的工作寿命、故障诊断等。因此，现代化企业的生产、设计、制造、试验和管理等无一不与可靠性有关。

一、机械产品与可靠性

机械产品的可靠性是指：在规定的工作条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。它是衡量机械产品质量的一个重要指标，正如机械设备和系统的生产能力或额定功率一样，可靠性也是机械设备和系统的一种固有属性，是产品的重要性能参数之一。可靠性水平是在设计阶段就被确定了，随后的生产和试验都不可能提高可靠性。因此，机械设计师应该学会运用可靠性理论和原则，将载荷、材料强度、尺寸、工作应力等数据作为分散性的随机统计量来处理，使零部件在规定寿命中的破坏概率限制在某一给定的很小值以下，设计出性能好、可靠性高、成本低的优质产品来。

随着科学技术的进步，机械产品向着复杂化和自动化发展，其工作条件的要求也越来越高，特别是新材料、新工艺的不断涌现，再用传统的常规设计方法或旧的经验类比设计已满足不了要求。另外，产品的激烈竞争，促使产品被淘汰的速度也加快。因此，研制新产品的速度也必须加快，在设计阶段就应将可靠性指标、产品技术性能指标和经济性指标同时作为设计目标进行相应的设计。为了提高产品的可靠性，并满足各方面的要求，就要权衡开展可靠性工作的费用和由于产品不可靠而造成的损失费用，找出最佳可靠性。如1979年5月美国的DC-10旅客机，由于一个“3英寸”螺栓损坏使发动机脱落，飞机失事造成279人死亡。由此可见产品不可靠不仅带来经济损失、工厂和国家的信誉损失，而且会造成人身事故。

从经济观点来确定产品最佳可靠性时，必须注意到产品可靠性要求较高，制造费用必然提高，然而使用维修费用却可以降低。因机器的制造和使用维修总费用可以表示为无故障概率 $P(t)$ 的函数，那么函数的极小值即为产品经济上最佳值。图1-1所表示的是苏联BД-4型矿车的可靠性和费用有效性的关系。从图中看出：当要求无故障概率 $P(t)$ 从0.53提高到0.95时，矿车的制造费用 Q_m 将增加五倍半以上，而三年间的使用维修费用 Q_v 将为原来的1/7。最佳的 $P(t)=0.75$ 。对一般机械产品来说，存在着总费用的极小值，这是价值上的最佳点。因此，研究和应用可靠性设计对提高产品质量和经济效益都能收到良好的效果。

机械产品的使用寿命都是有限的，在使用中会不断磨损、产生裂纹或老化，以致发生故障。发生故障的产品有两种情形：一种是产品发生故障后就报废；另一种是发生故障后还可以修复后继续使用。前者叫做不可修复产品，后者叫做可修复产品。一般将不可修复产品的可靠性叫做狭义可靠性，将可修复产品的可靠性叫做广义可靠性。

在机械产品的研制、设计、制造、试验、检验、使用和维修等各个环节都有造成故障

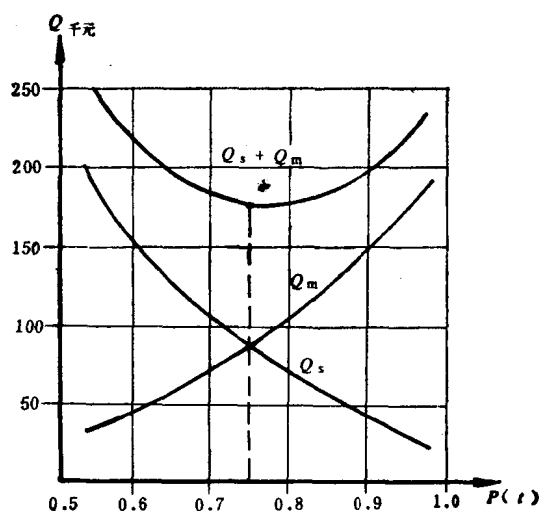


图 1-1 BД-4矿车经济可靠度

的可能性。也有发现故障的原因和给予改善的可能性。所以，各环节都与可靠性有着密切的联系，都需要研究可靠性技术问题。

二、可靠度和失效率

可靠度表示产品在规定的工作条件下和规定的时间内完成规定功能的概率。

一般情况下，产品的可靠度是时间的函数，用 $R(t)$ 表示。且 $0 \leq R(t) \leq 1$ 。可靠度就是产品规定的条件下及预期寿命内无故障工作的概率。如设有 N 个零件，在预定的时间 t 内，累积有 N_f 个零件失效，剩下 N_p 个零件仍能正常地继续工作，则该零件至时间 t 时的可靠度 $R(t)$ 为：

$$R(t) \approx \frac{N_p(t)}{N} = \frac{N - N_f(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N}$$

不可靠度是指产品规定的条件下，规定的时间内产品功能失效的概率，常称为失效分布函数，用 $F(t)$ 表示为：

$$F(t) \approx \frac{N_f(t)}{N}$$

根据概率互补定理，这两个概率之和为：

$$R(t) + F(t) = 1 \quad (1-1)$$

可靠度是累积分布函数，它表示在该时间内圆满工作的产品占全部工作产品累积起来的百分比。有时也反映产品使用寿命的特征量，如循环次数、应力、尺寸等度量指标。

失效率 又称瞬时失效率、故障率，它表示产品工作到某一时刻后，在单位时间内发生故障的概率，用 $\lambda(t)$ 表示。

设 N 为总件数， $N_f(t)$ 为工作到时间 t 的失效件数，当再延长极短时间 Δt 后，存活件数中产生功能失效数与存活件数的比值，即为失效率，则有

$$\lambda(t) = \frac{N \cdot R(t) - N \cdot R(t + \Delta t)}{\Delta t} / [N - N_f(t)]$$

$$= \frac{N}{N - N_f(t)} \cdot \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t}$$

当取工作件数目足够多时, $R(t)$ 可以作为连续函数来处理, 则有

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t} = -R'(t)$$

由于 $N - N_f(t) \approx N \cdot R(t)$, 则有

$$\lambda(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$

因

$$\int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t -\frac{R'(t)}{R(t)} dt = -\ln R(t)$$

所以

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = \exp \left[-\int_0^t \lambda(t) dt \right] \quad (1-2)$$

式 (1-2) 为可靠度函数 $R(t)$ 的一般表达式。

产品的典型失效率曲线如图 1-2 所示。从图中看出: 在区域 I 内, $\lambda(t)$ 呈下降的趋势, 这是早期失效期。失效率由开始时很高的数值急剧地下降到某一稳定值。引起这一段失效率的主要原因往往是设计错误、制造工艺上的缺陷、装配上的问题, 或由于质量检验不严等造成的。由于在这段时间中产品的失效率很高, 所以工厂中常采用筛选的办法剔除一批不合格品, 以减少出厂产品的早期失效。如车辆等产品试车跑合阶段就相当于这个时期。

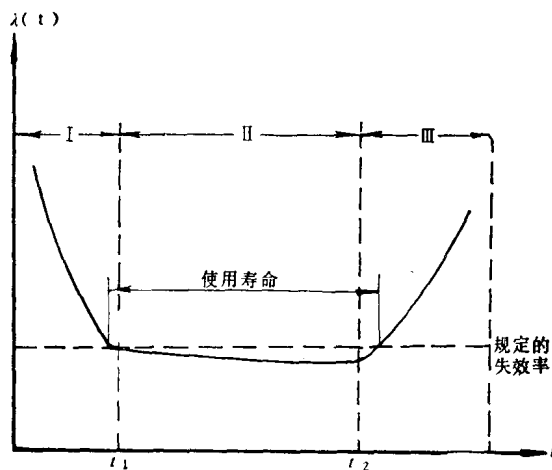


图 1-2 产品失效率曲线

图中区域 I 是偶然失效期, 是由零部件中某些无法排除的缺陷所引起的失效。在此时

期内 $\lambda(t)$ 基本上保持不变。对设备来说,最好能处在这样一种状态:即排除所有能够排除的缺陷,只余下不能控制也不能预测的缺陷,而设备正是因此种缺陷造成故障。实际上,在成本允许的条件下,失效率的设计值应在规定的指标以下。在 $\lambda(t)$ 为常数时,失效处于完全不可预测状态,不管任何时候总是以大约一定的比例随机的发生。在偶然失效期我们希望失效率尽可能低于要求值,并希望其持续时间(使用寿命)尽可能长些。通过对这个时期产品失效的分析,可以找出改进设计、制造工艺等因素的薄弱环节,从而提高产品质量。

图中区域Ⅱ是耗损失效期,产品耗损失效主要原因是由于产品的老化、疲劳、磨损和其它自然原因耗损造成的,因而产品的失效率急速上升。通过对耗损失效期的研究,人们可以掌握零部件耗损期的开始时间,在这之前及时地将要失效的零部件更换下来就可以保证设备能继续地工作。

表 1-1 失效率 λ 的概略值

零部件名称	λ [失效数/ 10^6 h]		
	最上限	平均值	最下限
机床铸件(基础铸件)	0.7	0.175	0.015
一般轴承	1.0	0.5	0.02
球轴承(高速、重载)	3.53	1.8	0.072
轴套或轴承	1.0	0.5	0.02
球轴承(低速、轻载)	1.72	0.875	0.035
滚子轴承	1.0	0.5	0.02
凸轮	0.004	0.002	0.001
离合器	1.1	0.4	0.06
电磁离合器	0.93	0.6	0.45
弹性联轴器	1.348	0.687	0.027
刚性联轴器	0.049	0.025	0.001
液压缸	0.12	0.008	0.005
气压缸	0.013	0.004	0.002
O型密封圈	0.08	0.02	0.01
橡胶密封垫	0.03	0.02	0.011
压力表	7.8	4.0	0.135
带传动	1.5	0.875	0.142
齿轮	0.2	0.12	0.0118
齿轮箱(运输用)	0.36	0.20	0.11
扇形齿轮	1.8	0.912	0.051
箱体	2.05	1.1	0.051
电动机	0.58	0.3	0.11
液压马达	7.15	4.3	1.45
转动密封	1.12	0.7	0.25
滑动密封	0.92	0.3	0.11
轴	0.62	0.35	0.15
弹簧	0.221	0.1125	0.004
弹簧(校准用)	0.42	0.22	0.009
弹簧(恢复力用)	0.022	0.012	0.001
阀门	8	5.1	2.0

对于不能进行维修的设备，由于不能通过更换备件提高其使用寿命，应在产品的设计时收集必要的资料和失效信息，规定出故障率的大小和使用寿命的长短。

平均失效率是根据使用经验统计得到的。表1-1所列的概略值可供参考。

三、失效分布函数

可靠性技术贯穿在从产品的设计、制造、试验、使用和维修等整个过程中。对整个过程中的各个阶段的有关失效的各种信息、数据进行收集和分析是极其重要的。比如，在设计阶段收集并分析同类零部件的失效信息数据，可以对新设计的零部件的可靠性进行预测，这种预测有利于方案的对比和选择。

如表1-2，是对某零件进行强化试验的失效记录。

表 1-2

10^3h	0~1	1~2	2~3	3~4	4~5	5~6
失效数	4	21	30	25	8	2
频 率	0.044	0.233	0.333	0.278	0.089	0.022

表中的数据是按等时间间隔来分组，计出散布在各组内失效的个数，画成直方图如图1-3a所示，这种图形叫做频数分布图。如果试件再增多些，观察的时间间隔再小些，则直方图逐渐趋近于一条光滑曲线，它反映了产品失效分布的规律。如果用频率分布来推测，就更加方便而合理。因此，在实际工作中多采用的是频率分布的方法：

$$\text{频率} = \frac{\text{每组频数}}{\text{总数}} = \frac{n_i}{\sum n_i} \quad (1-3)$$

画出的频率分布图与频数分布图的形状相似，见图1-3b。

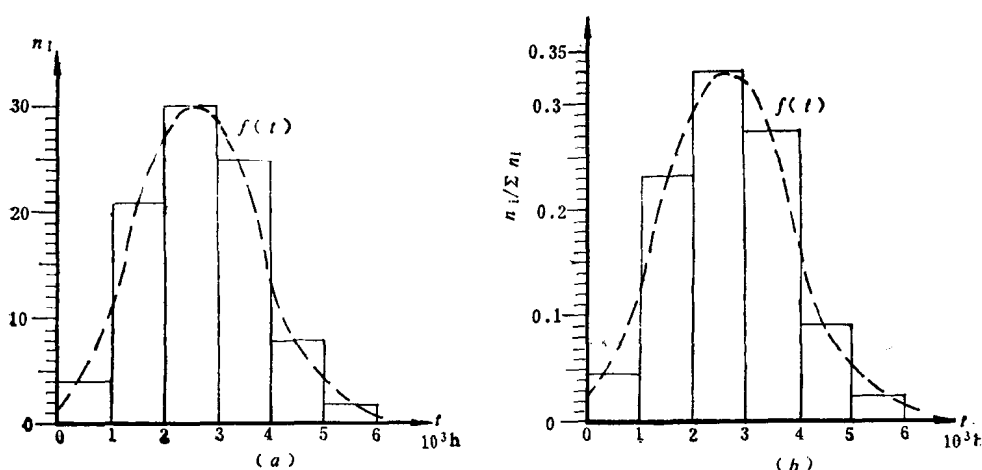


图 1-3 直方图

a—频数分布，b—频率分布

如果增加子样容量 n ，并将区间宽度缩短，那么相应的频率分布图逐渐呈一光滑曲线（虚线）。这条曲线叫做该零件的失效概率密度曲线，用 $f(t)$ 表示，函数 $f(t)$ 称为概率密度

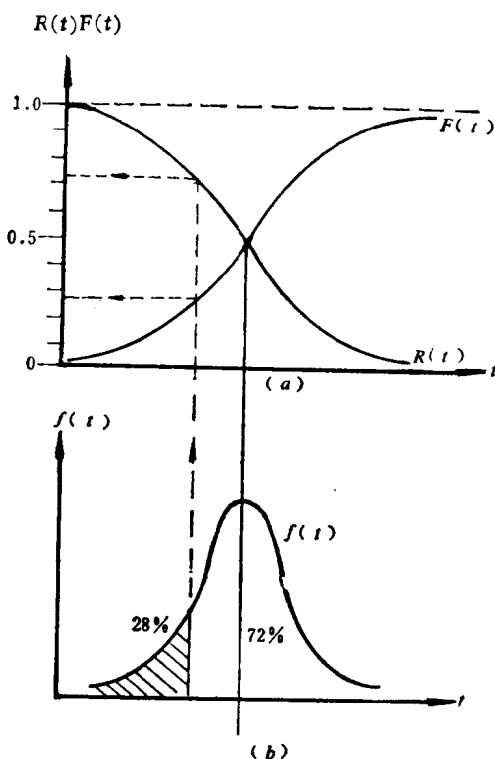


图 1-4 概率分布曲线
a—累积频率分布；b—累积失效百分比

函数，它表示了母体的频率的分布规律。

如果以累积频率作为纵坐标，即可绘制成图1-4a所示的累积频率分布图。当子样增多而时间间隔缩短时，将得到一条光滑曲线，这条曲线表示母体的累积频率分布曲线，通常称为失效累积频率分布曲线，简称概率分布曲线，用 $F(t)$ 表示。

实验和理论分析都指出：随着试验次数的增加，概率密度曲线将保持一个稳定的形态，变成连续的概率分布曲线。

令 $f(t)$ 为失效密度函数，则有

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

对该式积分得：

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{dF(t)}{dt} \cdot dt = 1$$

即失效密度函数曲线下的总面积等于1。

对任意时间 t 的累积失效函数 $F(t)$ 为：

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt$$

以图1-4b中的阴影线面积表示。因 $R(t) = 1 - F(t)$ ，故可靠度函数 $R(t)$ 在图1-4b中为无阴影线的面积。

根据失效率定义，失效率函数 $\lambda(t)$ 可表示为：

$$\lambda(t) = \int_t^{t+1} \frac{f(t)}{R(t)} dt$$

因 $dt = 1$ 个单位时间，所以

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (1-4)$$

当失效率 $\lambda(t) = \lambda$ 为常数时，则失效概率密度函数：

$$f(t) = \lambda(t) \cdot R(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \quad (1-5)$$

式(1-5)就是指数分布的概率密度函数。或者说，当失效概率密度函数是指数分布时，失效率是常数。因此，对于正常使用寿命内由于偶然原因而发生的失效事件就常用指数分布来描述。

四、失效分布的特征量

为了对随机变量的分布有一个清晰的概貌，必须了解表示上述频率分布的平均值、分散程度、范围等特征量。当知道分布函数的型式，找到这些特征量时，分布函数（密度函

数或概率函数)也就随之确定了。

1. 均值 对于有 n 个数值的离散变量, 以 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 表示 n 个数值, 其均值 $\bar{x}$ 为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-6)$$

2. 加权均值 如以 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 表示观测值的大小, $v_1, v_2, \dots, v_m$ 表示各相同观测值的个数, n 是观测值的总数, 则加权均值 $\bar{x}_m$ 为:

$$\bar{x}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m v_i x_i = \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{n} \cdot x_i = \sum_{i=1}^m p_i x_i \quad (1-7)$$

p_i 叫做观测值 x_i 的概率。

例如, 表 1-2 中每组失效时间均值分别为 500, 1500, 2500, 3500, 4500, 5500h, 则这批零件的平均失效时间为:

$$\bar{t} = \frac{1}{6} (500 + 1500 + 2500 + 3500 + 4500 + 5500) = 3000\text{h}$$

这批零件的加权均值失效时间为:

$$\bar{t}_m = \frac{1}{90} (4 \times 500 + 21 \times 1500 + 30 \times 2500 + 25 \times 3500 + 8 \times 4500 + 2 \times 5500) = 2700\text{h}$$

由上面计算结果表明, 加权均值比较地更能真实的反映出平均失效时间。

3. 数学期望 反映随机变量取值“平均”意义特征值, 恰好是这个随机变量取一切可能值与相应概率乘积的总和, 即

$$E(t) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i \quad (1-8)$$

$E(t)$ 叫做随机变量 t 的数学期望值, 或叫做平均值 $E(t) = \mu$ 。

当 t 为连续型随机变量时, 母体的数学期望:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f(t) dt \quad (1-9)$$

式中 $f(t)$ 为随机变量的分布密度函数。

$E(t)$ 也叫做平均无故障时间, 在不可修复系统中也叫做平均寿命, 或叫期望寿命。

4. 中位数 凡是满足方程

$$0.5 = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

的 x 值, 称为该母体的中位数 (图 1-5)。这个中位数就是分割母体两等分的点, 记作 $x_{0.5}$ 。它表示分布中心位置的特征量。

5. 众数 它是使 $f(t)$ 达到最大值的 t 值, 用 t_{max} 表示。如果密度函数可微分, 则有

$$\frac{df(t)}{dt} = 0$$

它是密度曲线峰值的位置。

6. 分位数 有时预先给定某一概率值 $P > 0$, 那么, 要求出相应于概率值 P 的 x 值是多少, 即求满足方程:

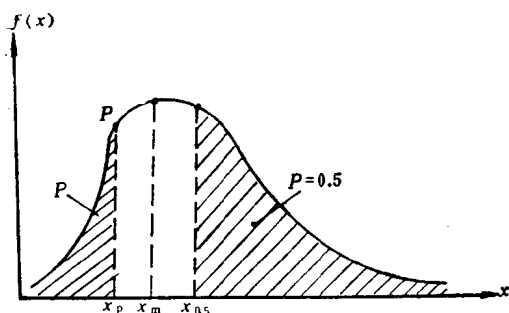


图 1-5 各特征量的示意图

$$P(t \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (1-10)$$

的 x 值, 记为 x_p , 叫做“下侧分位数”, P 表示分布在左端的面积。当然, 也可用右端的面积表示为:

$$P(t \geq x) = \int_{x_q}^{\infty} f(t) dt \quad (1-11)$$

式中 x_q 叫做“上侧分位数”。

7. 方差和标准差 方差或标准差用来衡量随机变量的分散程度, 即随机变量取值对均值的偏离程度。

$$\text{样本方差} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-12)$$

$$\text{样本标准差} \quad S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-13)$$

式中 n —— 样本容量;

x_i —— 观测值, $i=1, 2, \dots, n$;

$\bar{x}$ —— 样本均值。

当样本容量很大, S^2 、 S 趋向一个较稳定的数值, 这个数值比较真实地反映出母体的分散和集中程度, 其数学定义为:

$$S^2 = V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot [t - E(t)]^2 dt \quad (1-14)$$

8. 极差 取数据中的最大值与最小值之差, 即为极差:

$$\text{极差} = |x_{\max} - x_{\min}| \quad (1-15)$$

用极差可粗略地表示这些数的范围及离散情况, 它易受分布中的异常数值的影响。

第二节 可靠性的概率分布

机械可靠性设计中常用的概率分布的数式模型有二项分布、泊松分布、正态分布、对数正态分布和威布尔分布等多种函数。

一、二项分布

在一次试验中, 只能出现二种结果之一的场合要用到二项分布, 例如投币试验、成品检验等。如设不合格品率为 p , 合格品率为 $q=1-p$, 如抽检 n 次, 按二项式展开有:

$$(q+p)^n = q^n + C_n^1 q^{n-1} p + C_n^2 q^{n-2} p^2 + \dots + C_n^r q^{n-r} p^r + \dots + C_n^{n-1} q p^{n-1} + p^n = 1$$

$$\text{式中} \quad C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \text{ 且 } 0! = 1$$

在大批量中随机抽取 n 个试验, 而其中发现 r 个为不合格品的概率 $f(r)$ 和产生 c 个以下不合格品的累积概率分布 $F(c)$ 为: