

高等学校教学用书

结构力学

楊耀乾 著

高等教育出版社

21

00433

教育出版

高等学校教学用书



结 构 力 学

楊 耀 乾 著

高等教育出版社

本書包括三部分：靜定結構；超靜定結構；結構穩定與結構動力學。其中第一二兩部分系參照我國“鐵路與公路橋梁隧道”專業和“鐵道建築”專業的結構力學統一教學大綱編寫，第三部分系參照蘇聯“鐵道橋隧”專業1955年的結構力學大綱編寫。

本書經中華人民共和國教育部審查同意作為土建高等學校試用教材。

結 構 力 學

楊耀乾 著

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺7號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第054號)

京華印書局印刷 新華書店發行

統一書號15010·688 開本787×1092¹/₁₆ 印張28⁵/₈ 插頁1 字數671,000 印數0001—3,500
1958年9月第1版 1958年9月北京第1次印刷 定價(10) 4.10

前 言

自从 1952 年开始教学改革以来，在結構力学的教学工作中，我們一直是以普洛柯費耶夫与史密尔諾夫著的結構理論三卷为教科書，并以达尔柯夫与庫茲聶錯夫著的結構靜力学为主要参考書来进行教学的。几年来的經驗告訴我們，由于这些苏联的教科書与中国的学生实际之間存在着一定的距离，并且由于譯文的文理不易为中国学生所接受的緣故，使我們在教学工作中遭遇到一些困难。因此在教改工作进行了四年之后的今天，有必要編写一本專为中国学生閱讀的結構力学教科書。这就是編写本書的目的。

本書包括三部分：結構力学 I—靜定結構；結構力学 II—超靜定結構；結構力学 III—結構稳定与結構动力学。其中第一二兩部分是参照我国铁路与公路桥梁隧道專業以及铁道建筑專業的結構力学統一教学大綱編写的；第三部分是参照苏联铁道桥梁專業 1955 年的結構力学大綱編写的。就本書的內容來說，比这些大綱的要求稍微多了一些，并且鑒于力矩分配法在現場的广泛应用，因此也以一节的分量作了簡要的介紹。在使用本書时，編者認為完全沒有必要把本書的全部內容統統給学生講解，并且在一节之內，也只能是有重点地給学生詳細講解。正是为了这个目的，所以本書在叙述上力求詳細，以便学生在教师的啓發之下能够自己独立鑽研。

目前由于教学計劃尚时有改变，从而教学大綱，特別是实施性教学大綱，也必須作相应的修改。因此，編者建議，使用本書的教师們請按大綱的要求与学生的水平来决定講授內容的去取。書中以小字排印的部分应考虑首先加以抛弃，即使是大字排印的部分也可以考虑作适当的精簡。对学生的要求來說，当然，其中靜定結構与超靜定結構部分是最基本的，因此这些部分的内容应当少精簡些，其余部分可以多精簡些。本書的第三部分，結構稳定与結構动力学，也可以作为选修課程的教科書之用。

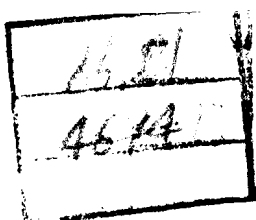
本書主要取材于普氏与史氏的結構理論，其次是达氏与柯氏的結構靜力学。主要参考書籍附于書末。

本書于最后脫稿之前，承金宝楨、王龙甫、李廉銀三位教授詳加申閱，并提出了許多有益的意見，編者曾据此加以修改。謹致謝忱。

本書第十九章系由陈英俊副教授执笔，靜定与超靜定結構部分的習題与答案系由徐文煥、項忠权、陈大鵬、唐昌荣、王業敏五位同志所編制，以上均經編者加以校閱；全書并由唐山铁道学院結構力学教研組的全体教师分担了校对工作，特此致謝。

本書曾在唐院試用过一次，并根据初次实践的經驗作了一定的修改。限于編者的水平，書內难免有不适当以及錯漏的地方，希望使用本書的教师与讀者指正。

編者 1957 年 12 月



目 录

前言	vi	§ 4.7 最不利的荷载位置	50
第一章 緒論及基本概念	1	*§ 4.8 特殊情形	53
§ 1.1 結構力学及其任务	1	§ 4.9 我国铁路与公路的标准荷载制	54
§ 1.2 結構力学的发展簡史	2	§ 4.10 利用換算荷载求最大內力	56
§ 1.3 結構的分类	3	§ 4.11 簡支梁的绝对最大力矩	58
§ 1.4 荷载的类型	4	習題	61
§ 1.5 计算方法	5	第五章 多跨靜定梁	65
第二章 土压力与挡土牆	6	§ 5.1 多跨靜定梁的形成	65
§ 2.1 一般概念	6	§ 5.2 多跨靜定梁在靜荷载下的計算	66
§ 2.2 極限平衡理論的基本假定	8	*§ 5.3 以圖解法画力矩圖与撓度圖	67
§ 2.3 主动土压力及其破裂角	8	§ 5.4 多跨靜定梁的影响綫	70
§ 2.4 用圖解法求土压力	10	習題	71
§ 2.5 土压力分布及其作用点	12	第六章 靜定梁式平面桁架	74
§ 2.6 活荷载的影响	13	§ 6.1 一般概念	74
§ 2.7 牆面为曲折綫时的圖解法(圖2.15)	13	§ 6.2 靜定梁式平面桁架的分类	76
§ 2.8 用解析法求土压力	14	§ 6.3 求桁架內力的解析法	77
§ 2.9 牆后填土浸水对土压力的影响	16	§ 6.4 通路法	84
§ 2.10 被动土压力	17	§ 6.5 代替法	87
§ 2.11 朗金理論	18	§ 6.6 再分桁架的形成及其作用	91
§ 2.12 粘合力的影响	20	§ 6.7 再分桁架的內力分析	93
§ 2.13 挡土牆稳定的計算	21	§ 6.8 以解析法画桁架內力影响綫	95
§ 2.14 挡土牆强度的計算	22	§ 6.9 再分桁架的影响綫	101
*§ 2.15 板樁牆的計算	24	*§ 6.10 桁架外形对杆件內力的影响	105
習題	25	習題	108
第三章 平面結構的靜力分析及机动分析	28	第七章 推力結構	111
§ 3.1 平面結構的支坐	28	§ 7.1 推力結構的分类	111
*§ 3.2 支坐的靜力分析	29	§ 7.2 三鉸拱的数解法	112
§ 3.3 支坐的机动分析	30	§ 7.3 三鉸拱的圖解法	115
§ 3.4 平面結構的自由度及可变度	32	§ 7.4 三鉸拱的合理拱軸	116
§ 3.5 平面桁架的自由度及可变度	34	§ 7.5 三鉸拱的影响綫	118
§ 3.6 稳定結構的形成	34	§ 7.6 核心力矩	121
*§ 3.7 以机动法檢查結構的稳定性	36	§ 7.7 三鉸桁架拱的內力影响綫	122
習題	38	§ 7.8 混合結構的計算	125
第四章 影响綫的一般理論及其应用	40	§ 7.9 悬式結構的計算	128
§ 4.1 影响綫概念	40	習題	131
§ 4.2 以靜力法作直接荷载下的單跨梁影响綫	41	第八章 空間桁架	133
§ 4.3 以靜力法作間接荷载下的影响綫	44	§ 8.1 引言	133
§ 4.4 以机动法作影响綫的概念	46	§ 8.2 空間力系的平衡	133
§ 4.5 以机动法作直梁的影响綫	47	§ 8.3 空間結構的支坐及其稳定性	134
§ 4.6 利用影响綫求应力	49	§ 8.4 空間桁架的形成及其稳定性	135
		§ 8.5 以結点法求內力	138
		§ 8.6 以截面法求內力	139

408468

§ 8.7 分解为平面桁架的计算方法	140	§ 13.3 彈性中心	219
*§ 8.8 代替法	141	§ 13.4 冗力組	220
習題	141	§ 13.5 計算的校核	220
第九章 关于結構变位的一般原理	144	§ 13.6 影响綫	221
§ 9.1 通論	144	習題	223
§ 9.2 实功与位能	145	第十四章 連續梁	225
§ 9.3 虚功	150	§ 14.1 三弯矩方程式	225
§ 9.4 互等定理	151	§ 14.2 溫度变化的影响	228
§ 9.5 求变位的基本公式及其应用	152	§ 14.3 基础下沉的影响	229
§ 9.6 以解析法求結構变位示例	158	§ 14.4 力矩、剪力、反力的一般公式	231
*§ 9.7 位能微分法——卡斯奇梁諾定理	157	§ 14.5 定点与定点比	232
§ 9.8 圖解解析法	158	§ 14.6 荷载跨度內的支点力矩	234
§ 9.9 靜定剛架的内力圖作法	160	*§ 14.7 在彈性支坐上的連續梁	236
§ 9.10 圖解解析法示例	162	§ 14.8 影响綫	237
§ 9.11 溫度变位	164	§ 14.9 連續梁影响綫示例	240
*§ 9.12 基础沉陷作用下的变位	166	§ 14.10 在均布活荷载作用下最不利的荷载配 合	244
§ 9.13 变位影响綫	167	§ 14.11 包絡圖	246
§ 9.14 彈性荷载法	168	*§ 14.12 在行列荷载作用下的計算	247
§ 9.15 在实体截面結構中彈性荷载的公式	171	習題	248
§ 9.16 在桁架中彈性荷载的公式	174	第十五章 超靜定实体拱	250
*§ 9.17 桁架变位圖解法基础	175	§ 15.1 緒論	250
*§ 9.18 簡單桁架的变位圖解法	175	§ 15.2 無鉸拱、沿拱軸的截面变化	251
*§ 9.19 复杂桁架的变位圖解法	177	§ 15.3 拱軸的选择	252
習題	178	§ 15.4 基本結構与彈性中心	254
第十章 超靜定結構的一般概念	182	§ 15.5 冗力的計算	255
§ 10.1 超靜定結構的特性及其計算方法	182	§ 15.6 内力与压力曲綫	259
習題	183	§ 15.7 影响綫	262
第十一章 力法	184	*§ 15.8 拋物綫形無鉸拱的解析法	268
§ 11.1 力法的基本原理及其正则方程式	184	§ 15.9 溫度变化与混凝土收縮的影响	269
§ 11.2 力法示例	187	§ 15.10 拱軸縮短的影响	271
§ 11.3 溫度变化的影响	191	§ 15.11 二鉸拱計算的概念	272
§ 11.4 基础下沉的影响	193	習題	276
§ 11.5 内力圖作法及其校核	195	第十六章 形变法	278
§ 11.6 彈性中心	196	§ 16.1 基本概念	278
習題	199	§ 16.2 基本結構与未知数数目	280
第十二章 复杂剛架的計算	203	§ 16.3 正则方程式的組成	281
§ 12.1 基本結構的选择	203	§ 16.4 未知数前的系数	282
§ 12.2 剛悬臂的应用	205	§ 16.5 荷载項的計算	284
§ 12.3 冗力組	207	§ 16.6 形变法示例	287
§ 12.4 正则方程式的校核	209	§ 16.7 最后内力圖的作法及其校核	290
§ 12.5 最后内力圖的校核	210	§ 16.8 多層剛架与对称剛架的計算	291
§ 12.6 复杂剛架計算示例	211	§ 16.9 具有非平行支柱的剛架計算	293
習題	216	§ 16.10 溫度变化的計算	295
第十三章 超靜定桁架的計算	217	§ 16.11 影响綫	296
§ 13.1 超靜定桁架的一般解法	217	*§ 16.12 形变法的簡化	299
§ 13.2 基本結構的选择	217	§ 16.13 混合法	302
		§ 16.14 联合法	304

§ 16.15 漸近算法	305	I. 一次自由度結構的振动	371
習題	313	§ 19.2 自由振动	371
第十七章 按極限荷載計算結構的概念	316	§ 19.3 衰减自由振动	374
§ 17.1 基本概念	316	§ 19.4 無衰减时的受迫振动	377
§ 17.2 塑性铰	317	§ 19.5 衰减受迫振动	378
§ 17.3 超靜定梁在一次荷載下的計算	318	*§ 19.6 在突加荷載下的振动	380
習題	320	II. 多次自由度結構的自由振动	381
第十八章 結構稳定	322	§ 19.7 二次自由度結構的自由振动	381
§ 18.1 緒論	322	§ 19.8 多次自由度結構的自由振动	383
§ 18.2 求临界力的方法	324	*§ 19.9 对称性的利用	387
*§ 18.3 其他求临界力的方法	329	§ 19.10 考虑自重时等截面梁的自由橫振动	388
§ 18.4 在刚性支承上的等截面直杆的稳定	335	§ 19.11 計算頻率的近似法	394
§ 18.5 在彈性支承上的等截面直杆的稳定	336	§ 19.12 桁架的自由振动	400
§ 18.6 等截面直杆在自重作用下的稳定	338	§ 19.13 計算桁架自振頻率的近似法	402
§ 18.7 变截面压杆的稳定	340	III. 多次自由度結構的受迫振动	404
§ 18.8 剪力对于临界力数值的影响	342	§ 19.14 多次自由度結構在振动荷載作用下 的計算	404
§ 18.9 組合压杆的稳定	344	*§ 19.15 多次自由度結構在振动荷載作用下 的計算示例	406
§ 18.10 圓弧形曲杆的平衡微分方程式	346	§ 19.16 在連續分布質体作用下等截面梁的 受迫振动	411
§ 18.11 在靜水压力作用下圓拱的稳定	347	§ 19.17 在連續分布質体作用下剛架的受迫 振动	418
*§ 18.12 拋物綫拱的稳定	349	習題	422
§ 18.13 剛架的稳定	350	附录 I. 按高斯法解正則方程式	426
§ 18.14 連續梁的稳定	356	附录 II. $\xi_1(u)$、$\xi_2(u)$、$\xi_3(u)$、$\eta_1(u)$、 $\eta_2(u)$、$\eta_3(u)$等函数数值	428
§ 18.15 在彈性介質上的杆件的稳定	357	附录 III. A_{kx}、B_{kx}、C_{kx}、D_{kx}等函数数值	432
§ 18.16 半穿式桥梁上弦杆的稳定	359	附录 IV. 習題答案	435
§ 18.17 工字梁的稳定	361	主要参考書目录	451
*§ 18.18 薄壁杆件的稳定	364		
習題	366		
第十九章 結構动力学	369		
§ 19.1 緒論	369		

第一章 緒論及基本概念

§ 1.1 結構力學及其任務

一切由人手創造出來的東西，凡用以支承或平衡外來的荷載者，謂之結構。工程上所用的結構常用一根或許多杆件連接而成。這些杆件可以是軸向受拉的拉杆或系杆，軸向受壓的壓杆、支撐或柱，受到撓曲的梁，受到扭曲的軸，或同時受有幾種不同作用的複式杆件。除了受到扭曲的軸以外，其他各種類型的杆件在工程結構中是常遇到的。

工程師在設計一個工程結構時，他必須知道，從安全與經濟的觀點出發，在結構的各部分應該採用什麼樣的尺寸大小，才能滿足結構的強度與剛度的要求。為此，他不得不需要將實際的結構變成紙上的計算簡圖，又不得不將實際載重簡化成為設計用荷載，從而可以分析結構各部分的受力情形，以及整個結構的變形。在材料力學中曾經研究了一根簡單杆件的穩定問題。同樣地，當一個結構在變形時，也有喪失穩定的可能，這些有關結構穩定的計算，也是工程師所必須知道的。同時，由於生產的發展與擴大，機器的使用更為廣泛而且速度亦大為提高，這樣就迫使工程師們面對着另一個問題，就是，如何在動力荷載的作用下來分析結構的強度、變形與穩定的問題。

由上所述，可見結構力學的任務，在於研究在靜力與動力作用下，結構的內力、變形與穩定性的分析。此外，結構力學的任務也應該包括結構外形對其內力與變形的影響。

工程師在設計結構時所面臨的一個總的問題是，如何在安全的條件下來貫徹節約的原則。1956年9月16日周恩來總理在共產黨第八次全國代表大會上所作“關於發展國民經濟的第二個五年計劃的建議的報告”中，曾經向全國人民呼籲繼續勵行節約。他說：“在第二個五年計劃期間，由於國家建設規模的擴大，我們在物資供應、資金來源和技术力量等方面，還會遇到很多困難，而勵行節約，合理地使用物力、財力和人力，正是克服這些困難的一項重要辦法”。為了貫徹又好又省的目的，工程師們就必須充分運用結構力學中所述的科學分析方法，來尽可能地節省材料和合理的改進設計方法。在我國發展國民經濟的第一個五年期間，此種事例是屢見不鮮的。

由於生產力的不斷發展，推動着結構力學這門科學的不斷擴大與深化。現在，它本身已發展成為結構靜力學、結構動力學與結構穩定等幾門獨立的學科，而散體壓力理論以及按極限荷載的結構計算等部門正在逐漸脫胎而出成為獨立的學科。結構力學本身又是建築力學的一個部門，正如材料力學是建築力學的一個部門一樣。一般地說，材料力學是對於單一杆件的分析，而結構力學是對於一個結構的分析。然而它們的嚴格分界是沒有的。

§ 1.2 結構力學的發展簡史

祖國古代的文明史充分地顯示出祖國勞動人民在結構工程方面的創造能力。在遠古的時候，石料是最初被利用為建築材料的。我們的祖先對於石料的抗壓性能有了一定的認識，並且由於他們穴居于山洞之中，從而啓發了他們對於拱形的利用。遠在秦代的時候（二千多年前），我們已經創造了最古老的偉大工程——萬里長城。長城的截面形狀，基本上與現代的重力式擋土牆相類似，而它的城門洞做成了拱圈的形狀。拱的作用很早就被利用於橋梁工程中。遠在隋代的時候，距今一千三百多年前，杰出的工程師李春建造了跨過汶水的趙州橋，這是跨度約為 37 公尺的開式石拱橋。拱的理論是結構力學中的一個重要部分，而它却早已體現在古代偉大的拱橋工程以及其他的拱式結構中。以懸索來支承橋面系的懸式橋梁是近代橋梁中的重要形式之一；然而它的設計思想早已體現在十七世紀末所建成的瀘定鐵索橋，此橋在四川省境內跨越大渡河，全長 311 公尺。總之，歷史的記載充分地說明了祖國古代工程建築的偉大成就。這些成就非但隱藏着許多重要的力學原理，而且凌駕於當時歐洲的科學技術水平之上。然而，畢竟由於被落後的封建制度生產關係所限制，束縛着生產力，從而使結構的建造與設計長期停留在經驗的階段。

力學，作為一門科學來說，大約是在十六七世紀的時候形成的。在十六世紀，達·芬奇曾經在這一方面發表過正確的理論，不過他的貢獻始終停留在稿子上。在十七世紀四十年代，伽利略從事於力學的研究，他的成就奠定了力學的基础。在十八世紀中，俄國彼得堡科學院院士歐拉對直杆穩定的問題作出了重要的貢獻。

可是，結構力學一直到十九世紀初葉才從力學中分裂出來，作為一門獨立的科學。當時由於鐵路的出現，需要荷載大、跨度長的橋梁；在這樣的環境下結構力學得到了發展。在這個時候以前已經有了關於梁的變形的一些假設和結論。這些結論被以後的許多實驗證明了。在十九世紀中，由於運輸航運的發展，出現了一些關於板與殼的理論。進入到二十世紀後，隨着生產力的發展，生產技術的提高，就有了大規模的鋼鐵生產。因此在十九世紀末二十世紀初的期間，就出現了桁架理論。隨之而起的是關於桁架合理形狀的研究，以及桁架變形的理論。至於混凝土的被用作建築材料，不過是近幾十年的事。由於鋼筋混凝土結構的整體性與連續性，使剛性構架的理論有了進一步的發展。近年來，由於機械工業的發展，作用在結構上的振動力愈形增大，這樣就使結構動力學得到了飛躍的發展。晚近航空工業的迅速發展，進一步擴大與深化了關於薄壁杆件以及薄板與薄殼的理論。

世界學者，如納維哀、克拉潘朗、儒拉夫斯基、舒霍夫、卡斯奇梁諾、摩爾、普羅斯古拉柯夫、雅辛斯基、加僚金、柏潑考維奇、伏拉索夫等，在結構力學方面有杰出的貢獻。

在解放以前，祖國學者在結構力學方面的研究工作受到了反動統治階級的阻撓和摧殘。雖然如此，仍舊有少數的科學家孜孜於這一方面的學術研究工作，他們的成果散見於國內外的期刊雜誌上，對本門科學作出了一定的貢獻。隨着祖國大陸的解放，社會主義建設的迅速發展，生產

力大大地提高,科学水平得到了新的高漲。在党和政府的号召、鼓励与领导下,深信新中国的学者繼承着祖先的光荣傳統,形將对結構力学本身以及它对于祖国建設的作用作出偉大的貢獻。

§ 1.3 結構的分类

結構的类型很多,可以按不同的方法加以分类。

一个結構总是具有長寬高三个方向的尺寸的。凡是三个尺寸都很大的結構,称为实体結構,如擋土牆(圖 1.1)等。結構之長寬方向內的尺寸很大而其厚度很小者謂之薄壳(壁或板)結構,如板、壳(圖 1.2)等。由一根或許多根杆件連接而成,每根杆件的長度很長但其截面的兩個尺寸很小,由此所形成的結構称为杆接結構。如梁与柱合成的結構(圖 1.3)以及桁架(圖 1.4)等均屬之。

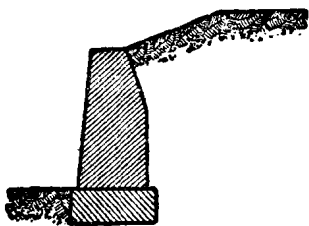


圖 1.1

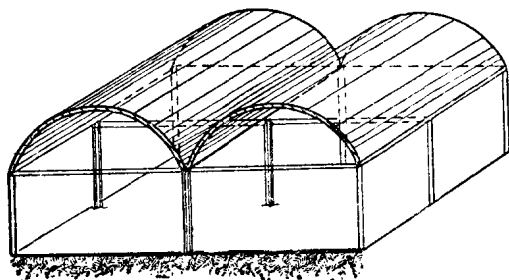


圖 1.2

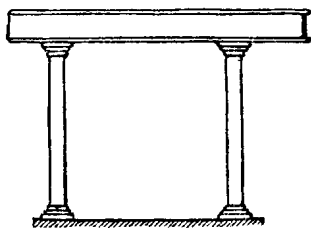


圖 1.3

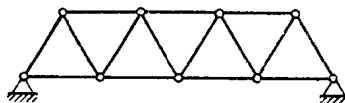


圖 1.4

杆接結構,又可按其各根杆件之是否排列在同一平面內而分为平面結構与空間結構二种。凡各杆的軸以及全部的外力均在一个平面內者,謂之平面結構,如圖 1.4 所示者即其一例;凡不具备上述条件的杆接結構,称为空間結構(圖 1.5)。

就連接的方法而言,則杆接結構又可分为桁架与剛架两种。桁架系在各杆之間用沒有摩阻力的鉸連接而成,故各杆在結点处可以自由旋轉(圖 1.4)。而剛架則系指具有一个以上剛性結点的結構,如圖 1.6 所示。所謂剛性結点,系指:当結構变形时,在結点处杆軸末端的切綫之間的夾角始終維持不变的結点。

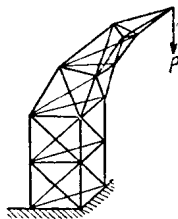


圖 1.5

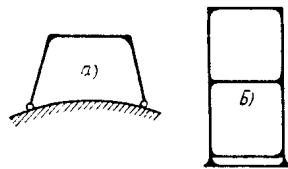


圖 1.6

按支承反力的方向而言，結構又可分为梁式結構(圖 1.4)与推力結構(圖 1.7)。前者在豎直荷載作用下仅有豎直反力，而后者則在豎直荷載作用下还發生水平反力。

就結構几何圖形的稳定性來說，我們又可以把它分为几何稳定与几何不稳定的两种結構。在任何种荷載作用下，恒能保証靜止状态的結構称为稳定結構；反之則为不稳定結構。稳定結構又可分为靜定与超靜定二种。前者其内力与反力均可由靜力平衡的条件来求得，而后者則須借助于結構变形的額外条件来决定。圖 1.8 a 所示为一靜定稳定的結構；圖 1.8 b 所示为一超靜定稳定的結構；而圖 1.8 c 則为一不稳定的几何圖形。

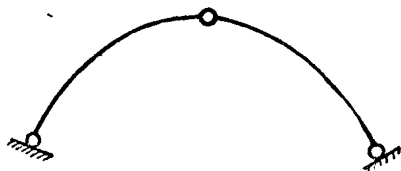


圖 1.7

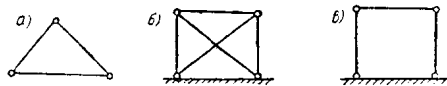


圖 1.8

§ 1.4 荷載的型式

現我們来研究在外力作用下的一切結構。其外力为一向量，有一定的着力点、方向与大小。

作用于任何結構上的外力分为作用力与反力，作用在結構上的風、人群、結構自重等作为作用力。这些作用力引起結構的移动。在作用力作用下阻止結構移动的支点抵抗力称为支承反力。

荷載分为靜荷載与活荷載。属于靜荷載的有：結構自重、桥板重量、屋頂重量等等；总之是永久停放在結構上的荷載。在使用結構的过程中，这些荷載，都不更变。用于計算中的活荷載按計算的目的而不同。列車、人群、風等等属于活荷載。

为了与定位活荷載(風、雪)相区别，在結構中位置能变动的活荷載被称为移动荷載(例如，列車、汽車、人群)。

按型式說，荷載可以是分布的与集中的。分布于已知面积，或沿已知長度分布的荷載叫做分布荷載。这样，單位面积或單位長度上負荷了一定的荷載集度。分布荷載可以是均布的，即集度是常数的，或非均布的，即集度沿結構的面积或長度而变化的。楼板荷載、人群荷載等是均布荷載；水的靜水压力則为非均布荷載，其荷載集度按三角形变化。

一般地說，集中荷載是有着一定着力点的个别的力(例如輪压力、柱压力等)。事实上，这种荷載也分布于一定的表面上，但是这个表面比受力面小得多，因此荷載就被視為作用于一点上。

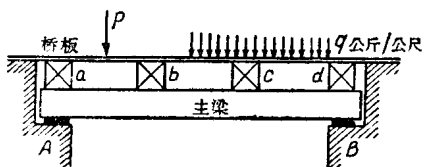


圖 1.9

按作用在結構上的性質來說，荷載可分为直接荷載与結点荷載。圖 1.9 把这种分类表示得最清楚。对桥板來說，集中荷載 P 与均布荷載 q 公斤/公尺是直接作用的荷載。同一荷載对梁來說，却为結点荷載，或为間接荷載，因为它靠輔助梁或傳力梁而傳達于梁上的定点(結点)。

荷載重量的大小，重量沿構件長度的变化，以及个别

荷載彼此之間的間距,其变化範圍很大。这样,随着技术的向前發展,機車、汽車等重量亦随之增加;建立在不同地区的同样結構,其雪压力等也各不相同。为了使設計一起見,政府机关把荷載的基本型式予以标准化。

§ 1.5 計算方法

結構理論所研究的是在外力作用下处于彈性平衡状态的結構。这样的假設,使我們在結構計算中可以使用靜力平衡条件。虽然在結構变形时,作用于其上的荷載的間距稍有改变,但此种变形若与結構原来的尺寸相較,則数值非常小,故荷載位置的变更可以略去。

例如,一端固定而另一端負載的梁(圖 1.10)有了撓度,它的端点下垂 f ,一般的說 f 是一个小于 $0.002l$ 的数值。与这一撓度相对应的水平变位 Δl ,为 l 的更小一部分。显然,这个微小的变位对梁的弯矩数值的影响,也是微不足道的,因此可以略去。

但是在个别情形下,結構形狀的变化,比結構的总尺寸大得多,因之就不能略去变形的影响。例如,此种情形發生于鉄索桥、起重机以及其他具有柔軟索帶的結構中。在集中荷載作用下,索帶的撓度比較大,因之必須考虑撓度的影响。

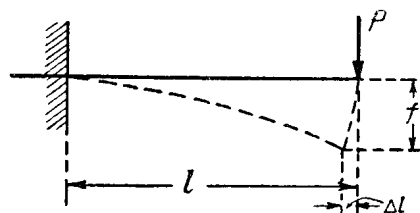


圖 1.10

結構理論使用了截面法或結点法来推算內力,即假想由結構中割出一定的部分,在割断的地方加上內力,用以代替結構物的其他部分对于被割出部分隔离体的作用。在外力与內力的作用下,隔离体被認為稳定于彈性平衡的状态之中,此时对隔离体來說,內力与內力矩也就成为外力与外力矩了。

一般的說,結構的数解計算法系基于平面結構的靜力平衡条件 $\sum X = 0$, $\sum Y = 0$, $\sum M = 0$, 但于个别情况下則值得应用結構平衡的机动条件: 即無限小变位的虛功等于零。

在結構理論中以力多边形与索綫多边形特性为基础的圖解法,也与分析法同样地被广泛地使用着。应用圖解法可得到显明的內力与撓度等等的变化圖。

第二章 土压力与擋土牆

§ 2.1 一般概念

用以支持并防止填土傾坍的結構物，謂之擋土牆。擋土牆的計算常取其一公尺的單位長度按平面結構的理論加以分析。圖 2.1 示一重力式擋土牆的截面。

擋土牆所受的外力包括其本身的重量 G 与土压力兩種，后者又可分为主动土压力与被动土压力。由土壤傳达至擋土牆支承边的压力 E ，使牆在力的作用方向仅有極微量的位移，这种压力称为主动土压力。由于主动压力或拱的橫推力(圖 2.2)作用，使擋土牆有微小的移动，于是牆的前趾承压在土壤上，使土壤产生一抵抗力，施于牆的前趾。这种土壤的抵抗力，称为被动土压力 E' 。擋土牆在外力 E 、 E' 、 G 的作用下，使牆底产生一反力 R ，見圖 2.1。

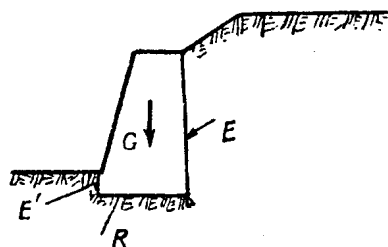


圖 2.1

現在來討論土壤的性質。

土壤的容重 γ 以吨/立方公尺表出，例如干砂 $\gamma = 1.6$ 吨/立方公尺；湿粘土 $\gamma = 1.9$ 吨/立方公尺。其他种土壤的容重可从設計規範書或从工程师手册中查出。

一切土壤的顆粒之間均具有摩擦力与粘合力。但由于土壤性質的差异，在各种土壤中，这两种力对于土壤物理性質的影响也各有不同。

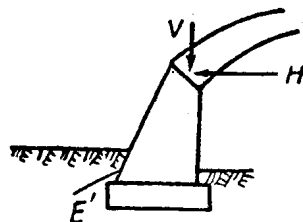


圖 2.2

先来研究土壤的摩擦力。何謂摩擦力？試观察圖 2.3 的情形。一重量为 W 的物体停放于斜坡上。逐渐增加斜坡的傾角至物体抵达于極限平衡的状态(即將动未动之时)，此时斜坡的傾角为 φ ，坡面对物体的反力为 R ，摩擦力为 F ，由力的平衡关系可得

$$\Sigma X = F - W \sin \varphi = 0,$$

$$\therefore F = W \sin \varphi;$$

$$\Sigma Y = R - W \cos \varphi = 0,$$

$$\therefore R = W \cos \varphi.$$

令 f 表示摩擦系数，則

$$F = fR,$$

$$W \sin \varphi = fW \cos \varphi,$$

$$\therefore f = \tan \varphi.$$

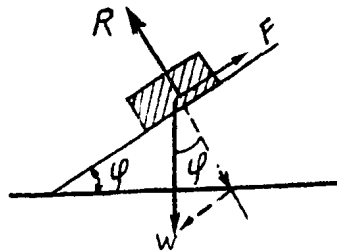


圖 2.3

这里 φ 称为摩擦角，或为静止角。下面我們再来討論干砂的情形。

試將干砂堆在平地上,当其处于平衡状态时,其周圍形成一天然坡度,如再加砂粒于此坡度上,就会順坡滾下,这个斜坡与水平面間的夾角 φ , 通常称为天然傾斜角(或称靜止角), 如圖 2.4 所示。干砂之所以能站住在这个坡度上,乃由于砂粒之間的摩擦作用。



圖 2.4

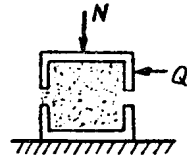


圖 2.5

一般說来,土壤的天然傾斜角 φ 并不等于土壤的內摩擦角 Ψ , 后者可由实验得出。在圖 2.5 中, 当上板开始移动时, 定出 N 与 Q 的数值, 則得內摩擦角 Ψ 如下:

摩擦系数

$$f = \operatorname{tg} \Psi = \frac{Q}{N}.$$

我国铁路桥涵設計規程所规定的各种土壤內摩擦角数值如下:

粉狀細砂.....	15~25°
細砂.....	20~30°
中粒砂.....	30~40°
大粒砂; 礫卵; 石礫.....	40~45°
粘性砂.....	15~30°
砂質粘土.....	10~30°

砂土的天然傾斜角可视为与其內摩擦角相等, 即 $\varphi = \Psi$, 但这种假定仅限于沒有粘合力的散粒体, 如砂。因为用实验来决定內摩擦角的手續很繁杂, 普通都近似地作这种假定。

其次来研究土壤的粘合力。如上所述, 若將干砂堆于平地, 則其表面形成一天然的坡角 φ , 这个角度与內摩擦角的数值很接近, 这种現象仅存在于完全沒有粘合力的散体土壤中。今試取一原狀粘土, 將其切成任意陡坡, 則此粘土仍能站住在此陡坡上而不致傾坍。这两种現象截然不同, 实由于粘合力的緣故。后者粘合力甚大, 而前者則毫無粘合力。可見, 摩擦力存在于一切土壤中, 而粘合力在某些土壤中成为主要的因素, 而在另一些土壤中則可略而不計。在散体土壤中, 常可略去其粘合力的因素, 而仅計及摩擦力。土壤中产生粘合力的原因是很复杂的, 这是土壤力学中的一个主题, 这里我們不去研究它。

土壤的摩擦力与粘合力是影响土壤强度最主要的因素。所謂土壤强度系指土壤的抗剪能力, 因此也叫做剪强度(τ)。設土壤为沒有粘合力的散体土壤, 如干砂, 其剪强度决定于摩擦力。如圖 2.5 所示的土样, 当被外力在水平面內剪断时, 其剪强度 τ , 亦即水平面內的單位面积上的摩擦力, 应为:

$$\tau = \sigma f = \sigma \operatorname{tg} \varphi.$$

此处 f 与 φ 的意义同前, 而 σ 則为剪断面上的單位正交压力, 或 $\sigma = N/F$, F = 剪断面积。

設土壤为粘性土壤, 其剪强度决定于摩擦力与粘合力。圖 2.6 中的曲綫表示粘性土壤剪强度的实验曲綫。

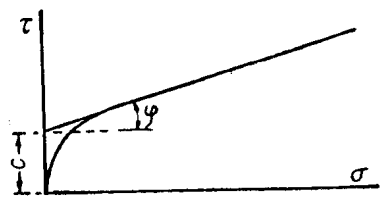


圖 2.6 庫倫圖解

这条曲线可以近似地用庫倫的經驗公式来表示:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + C, \quad (2.1)$$

其中, C 为剪断时土壤在單位面积上的粘合力。

§ 2.2 極限平衡理論的基本假定

一切土压力理論都是近似的, 因为它们都是从某些假定出發的。在庫倫土压力理論中, 把土壤視為一散粒狀的干燥物質, 完全略去了粘合力, 而仅有重量与摩擦力。这个理論系基于下列的一些假定:

視土壤为一散粒狀的匀質体, 此种質体仅能承受压力与剪力。略去粘合力, 仅依靠土壤的摩擦力来抵抗各顆粒間的相对滑动。

土壤的摩擦力与土壤的种类及其潮湿度有关(見 § 2.1)。我們近似地假定內摩擦角等于靜止角, 即

摩擦系数

$$f = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi.$$

設在土压力作用下, 擋土牆略有移动, 乃形成土壤內部的破裂, 如圖 2.7 中虛綫 AC' 所示; 于

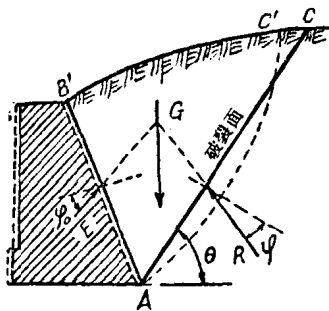


圖 2.7

是一部分土壤开始以極慢的速度沿破裂面向下滑动。

破裂面可近似地以一平面 AC 来代替, 这个把土壤的緩慢移动部分与其靜止部分分开的平面, 称为滑动平面, 或破裂面。在擋土牆背面与破裂面之間的緩慢移动的土壤是一个楔形, 这个楔形 ABC 称为滑动楔形。

極限平衡理論是基于这样一个假定, 即: 当牆背的土压力 E 抵达到極限值时 (亦称極限压力) 滑动楔形就开始緩慢地移动。根据这个假定, 即可算出破裂面与水平之間的傾斜角 θ (破裂角)。

当楔形在將动未动时, 牆的反力 E 与靜止土壤的反力 R 作用在与楔形移动方向相反的一側。这些反力与其各自法綫之間的角度 φ_0 与 φ , 等于各該平面上的摩擦角。

土壤与土壤間的摩擦角 φ 可近似地假定等于其靜止角。至于牆与土壤間的摩擦角 φ_0 , 其数值自零至 φ 不等, 視牆背平面光滑程度而定。設牆背很平滑, 則可采用 $\varphi_0 = 0$; 設牆背面很粗糙, 則可采用 $\varphi_0 = \varphi$, 有时則假定 $\varphi_0 = \frac{1}{2}\varphi \sim \frac{3}{4}\varphi$ 。总之, φ_0 的数值应以实验的結果为依据。

將滑动楔形 ABC 視為匀質的絕對剛体, 在其本身的重量 G 与反力 E 及 R 的作用下維持平衡。

§ 2.3 主动土压力及其破裂角

在圖 2.8 a 中, ABC 为滑动楔形, 它在 G 、 E 、 R 三力的作用下維持平衡, 这三个力必交于一

点。

圖中： β = 牆背面与豎直線的夾角； θ = 破裂角； φ = 靜止角 = 內摩擦角； φ_0 = 牆与土壤間的摩擦角； α = 土压力 E 与豎直線間的夾角 $= (90^\circ - \beta - \varphi_0)$ 。圖 2.8 示閉合的力三角形，由此得：

$$E = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\alpha + \theta - \varphi)} \quad (a)$$

根据 § 2.2 的假定，滑动楔形处于临界的平衡状态时，牆的反力（即土压力） E 抵达到它的極限值。因此相当于極限压力 E 的 θ 角，可由 $\frac{dE}{d\theta} = 0$ 中求出。惟須注意，楔形重量 G 亦为一变数，它随 θ 角的增大而减小。故

$$\frac{dE}{d\theta} = \frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\alpha + \theta - \varphi)} + G \cdot \frac{\cos(\theta - \varphi) \sin(\alpha + \theta - \varphi) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\alpha + \theta - \varphi)}{\sin^2(\alpha + \theta - \varphi)} - G \frac{\sin(\theta - \varphi) \cos(\alpha + \theta - \varphi)}{\sin^2(\alpha + \theta - \varphi)} = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{因} \quad \cos(\theta - \varphi) \sin(\alpha + \theta - \varphi) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\alpha + \theta - \varphi) &= \\ &= \sin[(\alpha + \theta - \varphi) - (\theta - \varphi)] = \sin \alpha, \end{aligned}$$

$$\text{故} \quad \frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \varphi) \sin(\alpha + \theta - \varphi) + G \sin \alpha = 0,$$

$$\text{乃得} \quad G = - \frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi) \sin(\alpha + \theta - \varphi)}{\sin \alpha} \quad (6)$$

今設 θ 角增加 $d\theta$ ，則破裂面 AC 变到 AC_1 的位置，因此重量 G 减小。相当于面积 ACC_1 的重量 dG 为：

$$\text{面积 } \triangle ACC_1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{C_1C_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC}^2 d\theta.$$

設， γ = 土壤的容重，則

$$dG = \gamma \cdot \triangle ACC_1 = - \frac{1}{2} \gamma \cdot \overline{AC}^2 \cdot d\theta.$$

此处，因 G 随 θ 的增加而减小，故用負号。代入公式(6)，得：

$$G = \frac{1}{2} \cdot \gamma \overline{AC}^2 \cdot \frac{\sin(\theta - \varphi) \sin(\alpha + \theta - \varphi)}{\sin \alpha}.$$

作直線 CK ，令 $\angle CKA = \alpha$ ，則由三角形 CKA 中可得出

$$\overline{AC} = \overline{AK} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta - \varphi)};$$

$$\text{故} \quad G = \gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AK} \cdot \sin(\theta - \varphi) = \gamma \cdot \text{面积 } \triangle ACK. \quad (B)$$

但 G 为滑动楔形的重量，該楔形系以面积 ABC 作底，而其垂直于紙面的高度为 1 公尺，故

$$G = \gamma \cdot \text{面积 } ABC. \quad (r)$$

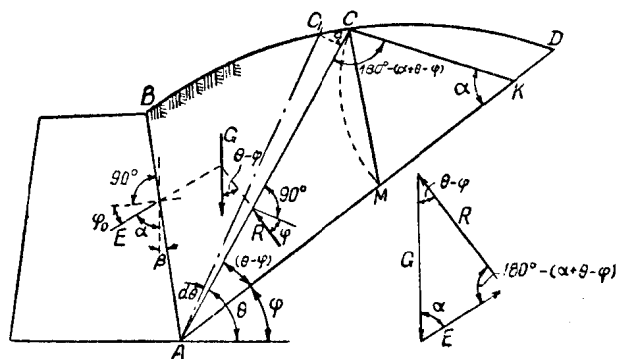


圖 2.8

