

计算机模拟和 蒙特卡洛方法

方再根 编著

北京工业学院出版社

9
4

TP391.9
F2G/1

计算机模拟和蒙特卡洛方法

方再根 编著

北京工业学院出版社

内 容 简 介

计算机模拟和蒙特卡洛方法是适用于计算机的数值计算方法,是系统分析和系统设计的有力工具,已广泛应用于自然科学、工程技术和国民经济各部门。

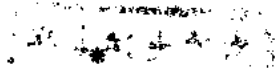
本书系统讲解计算机模拟和蒙特卡洛方法的各主要方面,全书共10章:计算机模拟和蒙特卡洛方法基础,模拟中的概率统计概念,系统输入过程的建模,均匀随机数的产生与检验,非均匀随机数的产生,相关随机数列的产生,减少试验方差的方法,模拟程序设计,模拟数据分析,模拟模型正确性的确认等。

本书是研究生和高年级大学生的教科书,可供数学、物理、化学、计算机、自动控制、电子与电气、商业、经济、管理、军事等理科、工科、经济、管理各专业选用,亦可作为有关专业科技人员的参考书和自修读物。

JS360/14

计算机模拟和蒙特卡洛方法

方再根 编著



北京工业学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

河北省三河县中赵常顺印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 14.75印张 329千字

1988年6月第一版 1988年6月第一次印刷

ISBN 7-81013-030-7/TP·4

印数: 1—4,000册 定价: 2.40元

序

计算机模拟和蒙特卡洛方法是适用于电子计算机的数值计算方法，是系统分析和系统设计的有力工具，已广泛应用于自然科学、工程技术和国民经济各个部门。随着计算机技术的迅速发展，其应用将会更加普及，更加重要。

本书系统讲解计算机模拟和蒙特卡洛方法的各主要方面。第一章叙述基本概念，作为以后各章深入研究的基础；第二章介绍为学习本书所必需的统计概念和主要计算公式；第三章叙述系统输入过程的建模，讲解选择随机变量概率分布和建立相关时间序列线性模型的方法；第四章讲解均匀随机数的产生与检验，其中给出许多实用程序，可用来产生统计性质优良的均匀随机数；第五章讲解非均匀随机数的产生方法，其中给出产生常用连续分布和离散分布随机数的算法和实用程序；第六章系统地讨论了正态和非正态相关随机数列的产生方法，所叙述内容在实践中日益重要，已受到广泛重视；第七章叙述减小模拟试验方差的方法；第八章介绍模拟程序设计，简要叙述了常用的模拟语言；第九章讲解模拟数据分析方法；第十章简要介绍目前常用的确认模拟正确性的方法。

本书根据作者的教学和科研工作实践，并参考国内外有关文献、专著、教科书等编著，可作为大专院校有关专业的研究生或高年级大学生的教科书。书中引用了作者的部分研究成果，所附实用程序可供直接引用。全书力求讲清基本概

念,说明应用方法,简明扼要,通俗易懂。

为了使读者更好地理解概念和所述方法,书中举出许多数值实例。教学实践表明,研究生在学完本书后,可用所述方法解决他们在完成毕业论文期间遇到的许多问题,并为以后研究工作中应用所述方法打下良好的基础。

这里,顺便说明一下与“模拟”有关的另一个术语——“仿真”,以及模拟与仿真这两个术语之间的关系。模拟指某一现实的或抽象的系统的部分状态或特征,用另一系统(称为模型)来代替或模仿。例如机械系统的运动状态可用电路的电压变化模仿。这个概念是明确的,已为人们普遍接受。问题出在对应的英文词,模拟对应的英文词是 *simulation*,但是另一英文词 *analog* 的汉译名也叫作模拟,例如 *analog computer*, *analog system*, *analog circuit* 等分别译作模拟计算机、模拟系统、模拟电路等。虽然这些译名在概念上与前述模拟的定义是一致的(这里不详述),但却出现了 *analog simulation* 无法翻译的问题。于是曾有人建议将 *simulation* 译为“仿真”,而将模拟专用作 *analog* 的译名。

但是,在计算机技术中模拟和仿真是有区别的两个概念。与仿真概念对应的英文词是 *emulation*。美国《电气与电子工程师学会标准术语词典》^①和《计算机、数据处理和通信词典》^②等对 *simulation* 和 *emulation* 有明确的定

① IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms, ANSI/IEEE Std 100-1984.

② Dictionary of Computers, Data Processing & Telecommunications, John Wiley & Sons, 1984.

义。它们在基本概念上是一致的，其主要差别在于 *simulation* 主要是软件实现的，而 *emulation* 则主要是硬件实现的，且通常是实时的。例如，若一个计算机系统的一部分或整个系统，被另一计算机系统（主要通过硬件）模仿，因而可接受与原系统同样的数据，执行同样的程序，取得同样的计算结果，则后者称为前者的仿真计算机。

本书中的模拟概念与上述 *simulation* 的定义相一致，並作为其译名。书中研究计算机软件模拟和蒙特卡洛方法的理论和方法，不涉及硬件实时仿真问题。至于 *analog* 的译名，在不致混淆的场合仍可译作模拟；在可能发生混淆时，可将 *analog computer*, *analog system*, *analog simulation* 等分别译作连续作用计算机，连续系统，连续模拟等。事实上，近年来在英文文献中也广泛采用 *continuous simulation* (连续模拟) 代替 *analog simulation*。美国计算机模拟学会 (*The society for computer simulation*) 在其学术文献关键词分类中，就没有出现 *analog simulation* 这一术语，使用的是 *continuous simulation*, *discret simulation* 等术语，显然后者可直译为连续模拟、离散模拟等。本书同样采用这种处理方法。

本书写作过程中得到很多同志的支持和帮助，书中还引用了许多中外学者的著作，在此一并表示衷心谢意。由于作者学识有限，书中错误和不当处恐在所难免，恳请读者批评指正。

方再根 完稿于北京潭柘寺写经室
1987年10月

目 录

第一章 计算机模拟和蒙特卡洛方法基础

第一节 引言	(1)
第二节 系统与模型	(4)
第三节 连续系统模拟	(6)
第四节 离散系统模拟	(19)
第五节 蒙特卡洛方法	(59)
第六节 计算机模拟的步骤	(69)
第七节 计算机模拟的优缺点	(72)
习题	(75)

第二章 模拟中的概率统计概念

第一节 随机事件与概率	(77)
第二节 随机变量与概率分布	(81)
第三节 随机向量与随机变量的独立性	(91)
第四节 数字特征与特征函数	(95)
第五节 极限定理	(102)
第六节 参数估计	(104)
第七节 假设检验	(111)
习题	(115)

第三章 系统输入过程的建模

第一节 引言	(116)
第二节 经验分布	(117)
第三节 概率分布类型的选择	(123)
第四节 参数估计	(137)

第五节 拟合性检验.....	(142)
第六节 时间序列模型.....	(151)
第七节 时间序列模型的参数估计与检验.....	(163)
第八节 非正态过程的时序模型.....	(173)
习题.....	(180)

第四章 均匀随机数的产生和检验

第一节 引言.....	(183)
第二节 线性同余法.....	(186)
第三节 线性同余法的实现.....	(189)
第四节 其他方法.....	(201)
第五节 一些特殊均匀随机数序列的产生.....	(204)
第六节 独立性检验.....	(208)
第七节 均匀性检验.....	(211)
第八节 参数检验.....	(214)
第九节 其他经验检验.....	(216)
习题.....	(220)

第五章 非均匀随机数的产生

第一节 反变换法.....	(223)
第二节 舍选抽样法.....	(228)
第三节 复合法.....	(234)
第四节 变换法.....	(237)
第五节 查表法.....	(241)
第六节 多维随机数的产生.....	(247)
第七节 连续随机数的产生.....	(251)
第八节 离散随机数的产生.....	(281)
习题.....	(285)

第六章 相关随机数列的产生

第一节 多维随机向量法.....	(287)
------------------	---------

第二节	线性滤波器对正态平稳过程的响应	(229)
第三节	有理谱正态随机数列的产生	(233)
第四节	高斯谱正态随机数列的产生	(297)
第五节	ARMA谱正态随机数列的产生	(303)
第六节	相关对数正态随机数列的产生	(307)
第七节	相关非正态随机数列的产生	(309)
习题		(312)

第七章 减小试验方差的方法

第一节	蒙特卡洛积分	(314)
第二节	减小试验方差方法的特性	(321)
第三节	重要抽样法	(324)
第四节	分层抽样法	(329)
第五节	控制变数法	(334)
第六节	对偶变数法	(337)
第七节	相关抽样法	(340)
第八节	定积分计算举例	(342)
第九节	系统模拟举例	(344)
习题		(351)

第八章 模拟程序设计

第一节	模拟程序设计的特点	(353)
第二节	通用程序设计语言FORTRAN 77	(355)
第三节	模拟语言GASP IV	(365)
第四节	模拟语言SIMSCRIPT I.5	(373)
第五节	模拟语言GPSS	(381)
第六节	模拟语言的选择	(384)
第七节	模拟程序设计	(386)
习题		(393)

第九章 模拟数据分析

第一节	引言	(389)
-----	----	-------

第二节	终点模拟与稳态模拟	(390)
第三节	终点模拟的置信区间	(394)
第四节	稳态模拟的置信区间	(402)
第五节	多参量的置信区间	(410)
第六节	两个系统参量之差的区间估计	(411)
第七节	最优系统的选择	(416)
	习题	(422)

第十章 模拟模型正确性的确认

第一节	引言	(424)
第二节	模拟模型的验证	(424)
第三节	模拟模型的确认	(425)
第四节	比较模拟数据与实际数据的统计方法	(427)
	习题	(430)

附录

一、	常用离散概率分布	(431)
二、	常用连续概率分布	(437)
三、	随机数表	(448)
四、	t分布双侧分位数 $[t_{\alpha/2}(n)]$ 表	(452)
五、	χ^2 分布的上侧分位数 $[\chi^2_{\alpha}(n)]$ 表	(454)
六、	正态分布双侧分位数 $(u_{\alpha/2})$ 表	(456)

	参考文献	(457)
--	------	---------

第一章 计算机模拟和蒙特卡洛方法基础

本章介绍有关计算机模拟和蒙特卡洛方法的一些基本概念和方法，作为以后各章进行深入研究的基础。

第一节 引言

“模拟”是人们熟悉的概念，已逐渐成为日常用语。概括起来可以说，模拟是把某一现实的或抽象的系统的部分状态或特征，用另一系统（称为模型）来代替或模仿。例如，一个物理系统可用一个计算机程序代替；一个生物系统可用一个数学模型代替等。人们利用构造的模型作试验，来学习、研究、分析原有的系统或设计新的系统。在模型上作的试验称为模拟试验，所构造的模型称为模拟模型。

相对来说，“蒙特卡洛方法”这个名字却会使一些人感到奇怪。蒙特卡洛(Monte Carlo)是摩纳哥国的世界闻名的赌城。第二次世界大战期间，冯·诺依曼(Von Neuman)和乌拉姆(Ulam)两人把他们所从事的与研制原子弹有关的秘密工作，以赌城名蒙特卡洛作为秘密代号来称呼。他们的具体工作是对裂变物质的中子随机扩散进行直接模拟。用赌城名比喻随机模拟，既风趣又贴切，很快就得到人们的普遍赞许和接受。具体地说，蒙特卡洛方法属于试验数学的一个分支，它利用随机数进行统计试验，以求得的统计特征值

(如均值、概率等)作为待解问题的数值解。所作的统计试验称为蒙特卡洛模拟。

从上述可见,模拟和蒙特卡洛方法两者是紧密相关的,它们都是通过构造模型和进行模拟试验求得待解问题的数值解(本章后面将详细讨论它们之间的关系)。内勒(Naylor)等人甚至就把冯·诺依曼和乌拉姆在二次世界大战期间进行的蒙特卡洛模拟工作,看作是计算机模拟的现代概念的起源。

电子计算机的出现和高速发展,为模拟和蒙特卡洛方法提供了极有力的工具。人们可以通过在计算机上建立数学模型,进行模拟试验,从而大大推动了这两种科学方法的发展。但是,也应说明,电子计算机的产生和发展同样也受到模拟方法的巨大推动。事实上,美国宾西法尼亚大学曼彻利(Manchly)和埃克特(Eckert)于1946年研制出的第一台电子数字计算机 ENIAC(*Electronic Numerical Integrator and Calculator*),就是为美国陆军弹道研究所研制的,主要用来解决弹道轨迹问题。与之同时,美国麻省理工学院研制的电子数字计算机 Whirlwind 是为模拟飞行器而研制的。大约在同一时期,以贝尔试验室研制出的运算放大器为基础的第一台电子连续作用计算机(又名电子模拟计算机)也出现了。第一代的电子连续作用计算机可用来实时模拟飞机和导弹的飞行。

本世纪五十年代是电子连续作用计算机的“黄金时代”。当时的计算机模拟几乎全部采用电子连续作用计算机,其主要优点是运算速度很快,可实时模拟连续系统。特别是到了五十年代后期,全电子非线性器件(如乘法器和函数产生器等)取代了早期采用的机电器件,使运算速度又提高了1~2

个数量级。但是，它的“好景不长”，在此期间电子数字计算机技术也取得了惊人进展，其中包括已研制成晶体管数字电路，磁带、磁鼓和磁芯存贮器等，因此，电子数字计算机的运算速度和可靠性显著提高。在软件方面像FORTRAN一类的面向用户的程序设计语言，使用户更容易编制计算机程序。这样，电子数字计算机的高精度、逻辑运算能力、数据存贮容量大、编程方便、使用灵活等优点便十分突出。相形之下，电子连续作用计算机的一些缺点，如精度差、变量间有比例要求、编制程序麻烦、改变待解问题费时等也很突出。但是，当时电子连续作用计算机的高速运算能力仍具有主导地位。

五十年代中期，将电子连续作用计算机和电子数字计算机联成一体混合计算机出现了。起初，这些混合计算机用来解决飞行器的飞行模拟问题。例如，用混合计算机模拟弹道导弹飞行时，人们用其数字子系统模拟要求高精度和较小带宽的导弹质心运动和制导方程；用其连续子系统模拟大带宽和较低精度要求的导弹旋转运动和姿态控制方程。这样，混合计算机用混合连续系统和数字系统的方法解决了要求计算机同时具有高精度和高速度的难题。在六十年代，混合计算机的应用比较广泛。

七十年代以来，随着大规模集成电路技术的迅速发展，电子数字计算机科学技术飞速发展，其售价越来越低，而运算速度愈来愈高。特别是超高速“向量”计算机，其运算速度可高达每秒500百万次浮点运算以上。同时，各种实用的电子数字计算机模拟程序设计语言不断出现和日益完善。因此，这一时期，绝大部分模拟应用领域都使用电子数字计算机。应当指出，这一时期微型电子数字计算机的迅猛发展和普及，

为计算机模拟和蒙特卡洛方法提供了廉价的有力的工具，使这两种科学方法应用领域更加广泛。

八十年代以来，在数字计算机占有绝大部分模拟应用领域的同时，混合计算机经历了七十年代的低潮后又有回苏。这一方面由于在一小部分需要高速运算能力的 应用场合，混合计算机中的连续系统仍确有优点，另一方面混合计算机在改进其连续系统的编排程序困难，操作、检验不便等方面也有了一些新的进展。

第二节 系统与模型

系统是互相作用的一些物体的集合。系统中的确定的物体称为实体，或部件。实体的特征称为属性，通常以某些逻辑的或数字的值或关系式表示。系统内发生的变化过程称为活动。在指定时间，系统的实体、属性和活动组成的整体，称为系统在该时间的状态。系统状态用一组状态变量表示，例如输入变量、输出变量等。系统可以是实际存在的，也可以是人们的构思或设想。

如果系统的活动是完全可以按一定条件预先确定的，则称为确定性活动。如果系统的活动受随机因素作用，不可预测，但服从一定概率规律，则称为随机活动。

如果系统的状态仅在有限个时刻，或至多在可列个时刻发生变化，则称该系统为离散系统。如果系统状态随时间连续变化，则称该系统为连续系统。

应当说明，对系统的描述并不是完全由系统本身特征决定的，而是在很大程度上由研究目的决定的。例如，系统状态变量的选取，对系统的分类等都是如此。

模型是为研究系统而构造的用来收集有关信息的替代物。人们用这些信息预测系统的性能或运动状态，进行控制等。对模型必须进行确认，以确保所需研究的一些特征，在模型中与原系统是相似的，可以替代的。这样，所收集的信息才有实用价值。

用实际存在的物体构成的模型称为实物模型，用数学关系式构成的模型称为数学模型，为进行模拟试验而构造的模型称为模拟模型。一般来说，计算机模拟模型属于数学模型，但它们之间也有区别。数学模型完全由一组数学关系式表示，它是系统的数学抽象，在结构上不受系统结构的约束。模拟模型则需要考虑系统结构，系统中的一些部件反映在模拟模型中常常存在对应部件的模型。模拟模型的运动状态要反映系统的运动状态。

如果模拟模型中不包含时间因素，或者说它仅代表系统在某特定时刻的状态，则称之为静态模拟模型。一般来说，蒙特卡洛模拟模型就是典型的静态模型。如果模拟模型中包含着时间因素，或者说它代表系统在整个时间过程中的运动状态，则称之为动态模拟模型。

如果模拟模型中不包含随机变量，则称之为确定性模拟模型，它的输出数据完全由输入数据决定。如果模拟模型中包含有随机变量，则称之为随机性模拟模型，它的输出数据具有随机性质，只可作为模型特性的一个估计。

与连续系统或离散系统对应的模拟模型称为连续模拟模型或离散模拟模型。应当说明，离散或连续模拟模型不一定必须对应于离散或连续系统，反过来说也是一样，它们之间可以交叉。总之，一个系统究竟采用哪一种模拟模型除了与系统本身有关之外，还与所研究目的有关。

为了建立模拟模型，首先必须明确研究目的。一般来说，模拟试验的目的有以下几个方面：（1）评价，对实际存在的或所设计的系统性能作出评价；（2）比较，在指定的性能指标下比较各个不同的系统；（3）预测，预测系统在某些条件下的性能；（4）敏感性分析，确定一些因素对整个系统性能影响的显著性；（5）优化，在许多因素中选择出使系统性能最优者；（6）检验系统假设，用模拟结果与系统实际性能或状态作对比，检验对系统所作假设的正确性。

明确了研究目的之后，便可确定模型中应包括的部件。为此，我们首先应把系统中所有的部件都列出来，然后根据研究目的和系统特性逐个检查在模型中应包含哪些部件。当然这对复杂系统来说，不是一次能作好的，因此，建模的过程是个不断修改、不断完善的过程。

确定了系统包含的部件之后，便可决定与这些部件有关的变量和参数，以及这些部件、变量、参数之间的数学关系。这里也有许多困难。例如，一些重要的系统状态难于用数值表示；部件与变量之间的关系不清楚；缺少可用的数据等等。

构造模拟模型既是一门科学也是一种技巧，只有积累了丰富的实践经验才有可能构造出好的模拟模型来。

第三节 连续系统模拟

一、连续作用计算机模拟

连续作用计算机基于相似理论。以同一数学方程描述的不同系统的运动状态是相似的，因此我们可以用其中一个系统来研究其他系统。例如，图1.1中示出的机械系统和电路的

数学方程分别为

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + d \frac{dx}{dt} + kx = f(t) \quad (1.1)$$

和

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = e(t) \quad (1.2)$$

其中, M 是物体质量, d 是阻尼系数, k 是弹性系数, x 是物体位移; L 是电感, R 是电阻, C 是电容, q 是电荷; $f(t)$ 和 $e(t)$ 分别是外力和电源电压。当我们合理选择参数使两个系统间的参数保持一定关系时, 它们是相似的, 即机械系统中物体位移的运动过程与电路中电荷的运动过程相似。

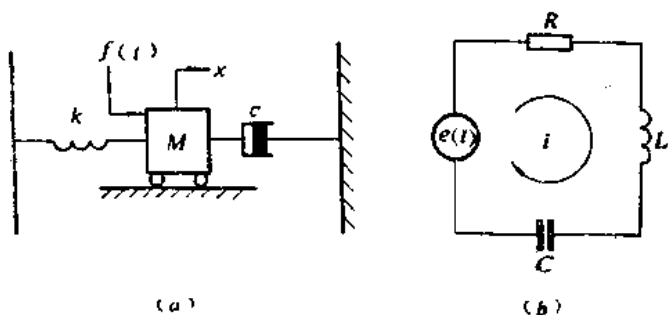


图1.1 机械系统 (a) 与电路 (b)

电子连续作用计算机以运算放大器为基础构成各种运算部件。通常以图 1.2 所示各种符号代表相应运算部件。电子连续作用计算机的结构框图如图 1.3 所示。

现以求解如式 (1.1) 和 (1.2) 所示的二阶线性常微分方程为例, 说明在连续作用计算机上的解题过程。将二阶线性常微分方程写成下式所示一般形式, 并设其初始条件为零: