

272

# 实用应力分析

## ——机械零件 设备及结构 应力分析实例

黄钟程源范德顺黄平编著

单元序号依次类推

$P/24$   $P/12$   $P/12$   $P/12$   $P/12$   $P/12$   $P/24$

2

4

22

中国石化出版社

TH123

H195

# 实用应力分析

——机械零件、设备及结构应力分析实例

黄 钟 程 源 编著  
范德顺 黄 平

中国石化出版社

7281/13  
(京)新登字048号

## 内 容 提 要

这是一本机械零件、设备及结构应力分析和计算的实用参考书。它介绍的是通用零部件强度与刚度计算的工程方法，如拟梁法、逐段刚化法、折算载荷法、极限设计法、最小功法、影响系数法以及瑞利能量法等。其内容包括：梁、轴、柱、环、机架与框板、弹簧、螺栓、法兰与焊接托架、压力容器和大挠度分析等专题。书中收集了大量的速算公式、曲线图表以及实用参考数据，还重点分析讨论了90个典型的工程实例。

本书可供从事机械零件、设备及结构设计的工程技术人员及大专院校相关专业的师生使用和参考。

## 实用应力分析

——机械零件、设备及结构应力分析实例

黄 钟 程 源 编著  
范德顺 黄 平

\*

中国石化出版社出版

(北京朝阳区太阳宫路甲1号 邮政编码：100029)

海丰印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

\*

850×1168毫米 32开本 15<sup>3</sup>/<sub>8</sub>印张 410千字 印1-4000

1993年8月北京第1版 1993年8月北京第1次印刷

ISBN 7-80043-276-9/TH·043 定价：11.50元

## 前 言

本书的目的是为读者提供一种简易而实用的应力分析方法，使他们在机械结构设计中能够准确而又迅速地进行强度、刚度和稳定性的计算，以求达到结构的经济合理、轻巧耐用和安全可靠。

书中部分内容曾先后在北京化工学院和中国矿业大学机械类专业的研究生和高年级学生中作过专题讲座，并在国内许多机械设计的专业刊物（例如《工程机械》、《化工与通用机械》、《锻压机械》、《化工炼油机械》、《化工设备设计》、《炼油设备设计》、《流体工程》、《橡胶工业设计》、《塑料工业》、《起重运输机械》等）上发表过。经过设计部门与兄弟院校的实际应用，证明我们所介绍的应力分析方法与速算图表是可靠的，也是简易而实用的。在他们的支持和鼓励下，深感有必要将有关资料尽快编辑成书，以期获得更多的读者，特别是从事机械结构设计的广大工程技术人员，希望通过他们将实用应力分析方法加以普及和推广。

在整理计算公式和图表、数据的过程中，除取材于作者过去已编印的讲义及发表的论文外，还参考了美国近20年来的机械设计杂志《Machine Design》以及《Practical Stress Analysis in Engineering》、《Machinery's Handbook》等专著和手册，力求反映最新的科研成果。

限于作者水平，书中的缺点和错误在所难免，恳请读者不吝赐教。

## 符号说明

- $A$  面积、常数  
 $a$  常数、面积、距离  
 $B$  常数  
 $B_1 \sim B_4$  爆破因子  
 $b$  常数、距离  
 $C$  常数  
 $C_v, C_f, C_m$  弹性基础梁的修正因子  
 $c$  常数、孔径、中性轴至梁外缘表面的距离  
 $D$  直径、常数  
 $d$  直径、距离、影响系数  
 $E$  弹性模量、第二类椭圆积分  
 $e$  偏心距  
 $F$  集中力、面积、内力、第一类椭圆积分  
 $f$  挠度、距离、频率、形状因子  
 $G$  剪切弹性模量  
 $G_1 \sim G_3$  薄环的挠度系数  
 $g$  重力加速度  
 $H$  力、距离、当量厚度  
 $h$  高度、厚度  
 $I$  平面面积的惯性矩  
 $I_0$  当量惯性矩  
 $i$  载荷折算系数、刚度比、下标  
 $J$  极惯性矩  
 $K$  刚度、曲梁截面模量  
 $K_u, K_v, K_M$  薄环的修正系数  
 $k$  弹簧常数、曲率、比值  
 $k_i$  形状修正因子

$k_r$	应力放大系数
$L$	长度、跨度、弧长
$l$	长度、跨度、弧长
$M$	弯矩、力矩
$M_n$	扭矩
$m$	力偶矩
$N$	轴力、转数
$n$	安全系数、无量纲系数
$O$	坐标原点
$P$	载荷、集中力
$p$	压力
$Q$	剪力
$q$	载荷集度、广义坐标
$\dot{q}$	广义速度
$\ddot{q}$	广义加速度
$R$	支反力、半径
$r$	半径
$S$	静面矩、弹性截面模量
$s$	弧长、距离
$T$	扭矩、温度
$t$	厚度
$U$	变形能
$u$	无量纲变量、径向挠度
$V$	支反力、挠度
$W$	截面模量、重量、功、集中力
$w$	载荷集度
$X$	静赘余力
$x, y, z$	直角坐标、距离
$Z$	塑性截面模量

- $\alpha$  角度、材料的线胀系数  
 $\beta$  角度、锥度系数、材料的屈强比  
 $\Delta, \delta$  挠度、位移、伸长量  
 $\epsilon$  应变  
 $\theta$  角度、梁的斜度  
 $\rho$  径向坐标、曲率半径  
 $\nu$  泊松比  
 $\sigma$  法向应力  
 $\sigma_b$  极限应力  
 $\sigma_s$  屈服应力  
 $[\sigma]$  许用应力  
 $\tau$  剪切应力  
 $\phi, \varphi$  角度  
 $\psi$  角度  
 $\omega$  临界转速、角速度

# 目 录

## 符号说明

<b>第一章 面积矩与质量几何</b> .....	1
第一节 计算惯性矩的表格法 .....	1
第二节 辛卜生方法 .....	4
第三节 转子质量几何的数值方法 .....	8
第四节 转动惯量的图算法 .....	13
<b>第二章 梁的设计方法</b> .....	18
第一节 逐段刚化法 .....	18
第二节 阶梯梁的折算刚度法和折算荷载法 .....	35
第三节 用数值消元法计算变截面梁的挠度 .....	48
第四节 拟梁法 .....	61
第五节 梁的最佳支承位置 .....	67
<b>第三章 梁弯曲中的特殊问题</b> .....	73
第一节 宽梁的应力和挠度 .....	73
第二节 高梁的应力分析 .....	77
第三节 柱梁 .....	79
第四节 斜弯曲中挠度的速算法 .....	84
第五节 弹性基础梁 .....	89
第六节 组合梁 .....	98
第七节 等强度梁 .....	101
<b>第四章 偏载螺栓组</b> .....	116
第一节 在石油化工设备上的应用 .....	116
第二节 两种典型的偏载螺栓组 .....	118
第三节 地脚螺栓反力的计算表格 .....	128



<b>第五章 压力容器</b> .....	132
第一节 薄壁压力容器.....	132
第二节 薄壁容器的极限压力.....	137
第三节 薄壁短筒的应力和挠度.....	141
第四节 厚壁油缸强度计算.....	143
第五节 组合筒.....	150
第六节 无法兰闭合连接结构.....	156
<b>第六章 刚架与框板</b> .....	164
第一节 弯矩面积法.....	164
第二节 迭合法.....	174
第三节 最小功法.....	181
第四节 相当连续梁法.....	184
第五节 矩形框架的变形计算.....	196
第六节 框板的应力分析与优化设计.....	203
<b>第七章 振动分析与动应力计算</b> .....	212
第一节 直接积分法.....	213
第二节 邓克莱方法.....	219
第三节 影响系数法.....	221
第四节 瑞利方法.....	226
第五节 垂直悬挂轴的临界转速.....	237
第六节 倾斜转盘的应力计算.....	246
<b>第八章 法兰与托架</b> .....	251
第一节 概述.....	251
第二节 巴赫法.....	253
第三节 铁木辛柯法.....	260
第四节 德国的法兰设计.....	263
第五节 美国的法兰设计标准.....	264
第六节 布莱克方法.....	270
第七节 焊接托架的计算.....	282

<b>第九章 薄曲梁</b> .....	292
第一节 竖向力作用下的弓状悬臂梁.....	292
第二节 水平载荷作用下的弓状悬臂梁.....	294
第三节 均布载荷作用下的弓状悬臂梁.....	296
第四节 集中力矩作用下的弓状悬臂梁.....	299
第五节 曲端悬臂梁.....	300
<b>第十章 复杂弹簧的设计计算</b> .....	311
第一节 管簧的设计与计算.....	311
第二节 开口环状弹簧.....	318
第三节 悬臂弧形弹簧.....	322
第四节 U型弹簧.....	325
第五节 对称的波形弹簧.....	330
第六节 框式弹簧.....	331
第七节 考虑纵弯的弹簧夹.....	332
<b>第十一章 薄环结构</b> .....	336
第一节 最简单的弹性薄圆环.....	336
第二节 迭加法.....	340
第三节 具有约束的圆环.....	342
第四节 活塞环的应力分析.....	343
第五节 专用环的分析.....	351
第六节 简单约束的弓形结构.....	353
第七节 弓形柱销.....	354
第八节 嵌入式弓形结构.....	356
第九节 均布载荷下的柱销.....	357
<b>第十二章 厚曲梁</b> .....	359
第一节 幂级数展开法.....	360
第二节 任意断面 $e$ 值的一般公式.....	363
第三节 组合型断面曲梁.....	366
第四节 强度速算曲线.....	376

第五节	等强度吊钩·····	380
第六节	曲梁中的径向应力·····	384
第七节	挠度计算·····	391
第八节	叉形接头的计算方法·····	394
<b>第十三章</b>	<b>梁与杆的大挠度问题</b> ·····	<b>403</b>
第一节	非线性挠度的概念·····	403
第二节	大挠度杆的平衡微分方程·····	406
第三节	悬臂梁的大挠度分析·····	408
第四节	自由端受斜载作用的情况·····	415
第五节	用直接法计算压杆的大挠度·····	423
第六节	实测临界载荷的统一公式·····	429
第七节	计算框图及程序·····	432
<b>第十四章</b>	<b>大挠度梁与杆问题的数值方法</b> ·····	<b>445</b>
第一节	压杆大挠度问题的差分解法·····	445
第二节	单步迭代法与加速收敛·····	447
第三节	用单步迭代法解柱的大挠度方程·····	451
第四节	用“割线加速收敛法”求解梁、柱的大挠度差分方程·····	454
第五节	计算框图及程序·····	461

# 第一章 面积矩与质量几何

在结构设计中，无论是构件的应力分析还是变形计算，均需确定断面的几何性质，特别是要预先计算出断面的轴惯性矩或极惯性矩。对于规则平面图形的几何性质，一般机械设计手册中均有计算这类简单图形的面积，形心位置和惯性矩的公式。然而，在实际问题中通常还会遇到具有非对称或不规则轮廓线截面的构件，其截面惯性矩的计算没有现成的简单公式可以套用。本章将介绍可供近似计算的几种工程方法。

此外，在诸如流体工程一类的机械设计中，转子的质量、重心位置及转动惯量的计算，对于强度计算及振动分析，具有重要意义。但目前多数设计部门还采用“分段法”手算，由于这类机械的转子形状往往极为复杂，当要求有较高精度时便显得计算冗长。受有限单元法的启示，若将旋成体的子午面划分成三角形或梯形网格进行离散，则只须输入单元节点坐标和材料密度，即可电算求得转子的质量、重心位置以及关于对称轴及赤道轴的转动惯量。

## 第一节 计算惯性矩的表格法

对于图1-1所示任意形状的平面图形，可预先选取参考轴标定其位置，其中水平轴 $x$ 与图形的最低点相切，称为基轴。用一组与基轴平行的水平直线分割原图形，只要分点充分加密或选取适当，总可以得到一个与原图形相近的，并由若干矩形条组成的组合截面，称为原图形的折算截面。为了便于下面列表计算惯性矩，可将矩形条标号，如图1-1所示。

首先分析第 $i$ 个矩形条 $A_i$ ，（也代表它的面积）关于截面形心

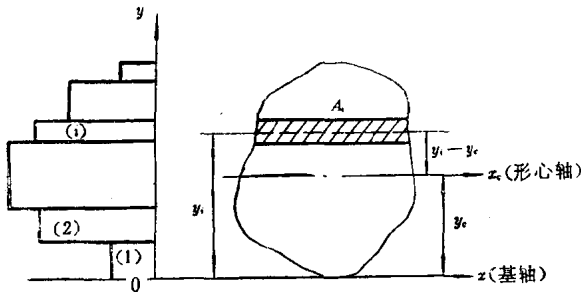


图 1-1 平面图形的折算截面

轴 $x_c$ 。(其位置尚待确定)的惯性矩。显然,按移轴定理,它应等于

$$I_i + (y_i - y_c)^2 A_i$$

式中 $I_i$ 代表 $A_i$ 对其形心线的惯性矩, $y_i$ 为 $A_i$ 的形心的纵标;于是,整个截面对形心轴 $x_c$ 的惯性矩便等于:

$$\begin{aligned} I_o &= \sum [I_i + (y_i - y_c)^2 A_i] \\ &= \sum I_i + \sum y_i^2 A_i + y_c^2 \sum A_i - 2y_c \sum y_i A_i \end{aligned} \quad (1-1)$$

此外,根据形心公式

$$y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} \quad (1-2)$$

或写成 $\sum A_i y_i = y_c \sum A_i$ ,将它代入式(1-1)后,即有:

$$I_o = \sum I_i + \sum y_i^2 A_i - y_c^2 \sum A_i \quad (1-3)$$

为了计算方便,通常将式(1-3)制成表1-1的格式进行演算。设矩形条 $A_i$ 的宽(沿 $x$ 向的尺寸)为 $b_i$ ,高(沿 $y$ 向的尺寸)为 $h_i$ ,则 $A_i = b_i h_i$ , $I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3$  ( $i=1, 2, \dots$ )。附带说明一下,如果在折算断面中除了矩形条之外还包括三角形(为了减少分割点,出现这种情况是完全必要的), $I_o$ 的计算仍然按式(1-3)进行,只须将该三角形单元 $A_i$ 的相应面积和惯性矩按下式计算即可:

表 1-1 惯性矩计算表格

矩形条 序号	几何尺寸		$y_i$	$A_i = b_i h_i$	$A_i y_i$	$A_i y_i^2$	$h_i^3$	$I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3$ 或 $I_i = \frac{1}{36} b_i h_i^3$
	$b_i$	$h_i$						
(1)								
(2)								
(3)								
⋮								
求和 $\Sigma$				$\Sigma A_i$	$\Sigma A_i y_i$	$\Sigma A_i y_i^2$		$\Sigma I_i$

$$A_i = \frac{1}{2} b_i h_i$$

$$I_i = \frac{1}{36} b_i h_i^3$$

〔例1-1〕塑料注射机后模板危险断面之半(图1-2)，其惯性矩就可以采用表格法计算，图中未标明单位的尺寸一律按mm计算。

解：第一步，根据原始图形的轮廓线特征，只须再取4个分点，亦即其折算断面仅需5个矩形条组成如图1-2(b)所示。第二步，按表1-1的格式将这5个矩形条的几何尺寸分别填入所在空格，如表1-2所示。最后，用计算器按行由左向右计算空格内的量值，在求得所需的4个求和值 $\Sigma$ 之后，即可由式(1-2)和(1-3)算得截面的形心位置及关于形心轴的惯性矩。

$$y_o = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i} = \frac{2662.5}{244.2} = 10.90 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} I_o &= \Sigma I_i + \Sigma A_i y_i^2 - y_o^2 \Sigma A_i \\ &= 685.8 + 37567.2 - (10.90)^2 (244.2) \\ &= 9239.6 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

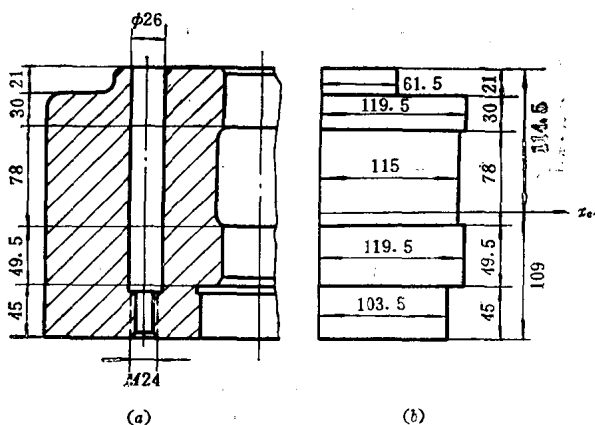


图 1-2 复杂断面的简化  
表 1-2 例 1-1 的计算表格

单元序号	几何尺寸		$y_i$ (cm)	$A_i = b_i h_i$ (cm <sup>2</sup> )	$A_i y_i$ (cm <sup>3</sup> )	$A_i y_i^2$ (cm <sup>4</sup> )	$h_i^3$ (cm <sup>3</sup> )	$I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3$ (cm <sup>4</sup> )
	$b_i$ (cm)	$h_i$ (cm)						
(1)	10.35	4.5	2.25	46.58	104.79	235.79	91.13	78.60
(2)	11.95	4.95	6.98	59.15	412.88	2881.93	121.29	120.78
(3)	11.5	7.8	13.35	89.7	1197.50	15986.56	474.55	454.78
(4)	11.95	3	18.75	35.85	672.19	12603.52	27	26.89
(5)	6.15	2.1	21.3	12.92	275.09	5859.41	9.26	4.75
求和 $\Sigma$				244.2	2662.45	37567.21		685.8

于是，整个危险断面的惯性矩即为：

$$2I_o = 18479.2 \text{ cm}^4$$

## 第二节 辛卜生方法

如果截面的轮廓是由光滑曲线围成，则其惯性矩的计算以辛卜生方法较为适宜。对于图 1-3 所示平面图形，可以一组与纵轴

$oy$  平行的直线将它在  $x$  轴的投影等分为  $n$  段，并设  $n$  为偶数。

为了简便起见，不妨以  $o_i$  为临时原点，写出图中带阴影线的矩形条面积。为此，选用抛物线插值公式

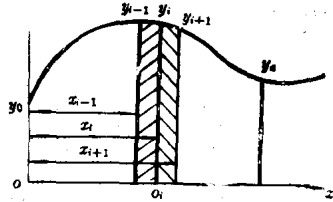


图 1-3 辛卜生插值方法

$$y = ax^2 + bx + c \quad (1-4)$$

连结曲边上的三个分点，显然上式中的常数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  可直接由边界条件定出：

$$a = \frac{1}{2h^2}(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) \quad (1-5)$$

$$b = \frac{1}{2h}(y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (1-6)$$

$$c = y_i \quad (1-7)$$

式中

$$h = \frac{\overline{oN}}{n}$$

于是，图中的两块阴影面积之和即等于：

$$A_i = \int_{-h}^h y dx = \frac{2a}{3} h^3 + 2ch$$

$$A_i = \frac{h}{3}(y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1}) \quad (1-8)$$

这样，图形的总面积就等于

$$\begin{aligned} A &= \sum_{j=1,3,\dots}^{n-1} A_j \\ &= \frac{h}{3} \left[ y_0 + 4 \sum_{i=1,3,\dots}^{n-1} y_i + 2 \sum_{i=2,4,\dots}^{n-2} y_i + y_n \right] \quad (1-9) \end{aligned}$$



按同样的处理方法，不难推得图形关于 $y$ 轴的一次矩（静面矩）和二次矩（惯性矩）分别为

总的静面矩等于：

$$S_y = \frac{h}{3} \left[ x_0 y_0 + 4 \sum_{i=1,3,\dots}^{n-1} x_i y_i + 2 \sum_{i=2,4,\dots}^{n-2} x_i y_i + x_n y_n \right] \quad (1-10)$$

图形关于 $y$ 轴之惯性矩等于：

$$I_y = \frac{h}{3} \left[ x_0^2 y_0 + 4 \sum_{i=1,3,\dots}^{n-1} x_i^2 y_i + 2 \sum_{i=2,4,\dots}^{n-2} x_i^2 y_i + x_n^2 y_n \right] \quad (1-11)$$

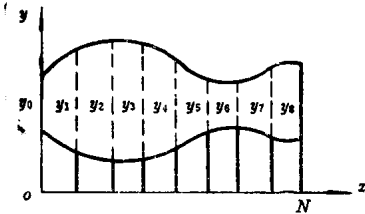


图 1-4 曲边图形的分割

以上二式中的 $x_0$ 可以不等于零。

〔例 1-2〕求图 1-4 所示平面图形对 $y$ 轴的惯性矩及其形心位置，已知 $\overline{ON} = 12\text{cm}$ 。

解：用平行于 $y$ 轴的一组直线将 $ON$ 等分为 8 份，这些平行线被图形轮廓线截出的线段长分别

量得并计算出相应的乘积，列于表 1-3。

表 1-3 辛卜生法算例

$i$ (分点号)	$x_i$ (cm)	$y_i$ (cm)	$x_i y_i$ (cm <sup>2</sup> )	$x_i^2 y_i$ (cm <sup>3</sup> )
0	0	5	0	0
1	1.5	6	9	13.5
2	3	6	18	54
3	4.5	5	22.5	101.25
4	6	3	18	108
5	7.5	3	22.5	168.75
6	9	5	45	405
7	10.5	5	52.5	551.25
8	12	5	60	720