現代波导理論

L. 列文 著

科学出版社

現代波导理论

L. 列文 著

邱荷生 譯

叶培大 校

科[redacted]社

1960

L. Lewin

ADVANCED THEORY OF WAVEGUIDES

Iliffe & Sons, Ltd: London

1951

內 容 簡 介

本書主要論述波导管內各种不均匀性影响的計算法. 在第一章里对于波导管理論的基本关系作了扼要說明，其后六章分別对膜片，栓，諧振銷，介質塡充，波导管截面的突然变化，如扩张、开口，以及周期性加載等具体問題作了分析.

本書可供从事波导管的設計、計算及实际工作的科学工作者及工程师参考，也可供高等学校相应专业高年級学生及研究生閱讀.

現代波导理论

L. 列文 著

邱荷生 譯

*

科学出版社出版（北京朝阳門大街 117 号）

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华書店总經售

*

1960 年 4 月第一版　　书号：2166　字数：196,000

1960 年 4 月第一次印刷　　开本：787×1092 1/27

（京）0001–5,500　　印張：9 1/27

定价：1.10 元

21C500/07

波导不連續理論簡介

波导不連續性理論，是波导传輸方面主要問題之一，包括內容很广，如膜片、銷釘、各种接头、过渡器、激发器、周期性不連續等等。到目前为止，不連續性問題尙解决得不够完善，例如波导跟同軸电纜的轉換（亦卽一般波导的激发方法），只有計算小天綫輻射电阻的方法，还沒有分析它电抗的严格方法。又如双T接头以及其他机械結构較复杂的不連續問題，均尙无精确的計算方法。特別是圓波导不連續性的分析，发表的文献更少。

分析不連續的方法約有：1）利用靜电方法，卽利用复平面上的保角变換，以得出场分布和代表不連續性的等效电抗。靜电問題所以能够利用复变函数的保角变換理論，在于它能够滿足拉普拉斯方程。交变电磁场問題要利用保角变換理論，只能限于二維的不連續性問題。这种方法称为准靜电法。2）固有函数或正規波的級数法，卽把波导不連續两边的电磁场写成固有函数或正規波的級数，在不連續处彼此相等，然后求各模的系数，或根据反射系数跟等效阻抗間的关系，找出等效电抗。这种方法，困难問題在于級数的处理。3）积分方程法。把不連續两边的电磁场，作成正規波的級数，在不連續处进行面积分，得出积分方程。解积分方程卽可求得反射波，传递波，或者反射系数，等效电抗等。这种方法困难在于积分方程不易求解，往往須用試探的方法。在应用此法时，也往往利用变分法。4）在工程上为簡单起見，采用等效电路法。卽根据不連續的情况，用一般集中参数的 L-C 电路与之比拟，作出等效电路，用实驗确定等效电路的各参数。分析不連續性問題时，也往往利用靜电方面的鏡象法，例如波导內小天綫作激发源时，波导內有銷釘时，均可用小天綫在波导的上下左右的鏡象，求取合成电磁场，以代替一般滿足边界条件的方法。

除此之外，还可以应用等效边界条件法和应用互易定理法等。

波导不連續性問題的分析，所用概念并不困难，困难在于所需的数学比較广泛。分析时数学推演往往比較冗长。常須用到的有复变函数，包括保角变换、复平面积分等；級数处理，設法使級数收斂得快一些，以及級数求和等；积分方程的处理；与变分法等等。

本書所介紹的內容，并未包括全部不連續性問題，而是些最基本的不連續性問題。本書特点在于概念直接，数学推演步驟比較完全，应用方法也比較广泛。因此，閱讀此書，可以获得有关波导不連續性問題的基本处理方法。

本書系根据英文原文本和俄文翻譯本校譯。翻譯和校訂可能不够严格、不够全面，希讀者批評指正。

叶培大

1959年8月于北京邮电学院无綫电系

原　序

現在对大多数的科学来說，精确的理論处理須要应用复杂的数学方法。在这方面波导管的理論也不例外。当研究超短波的这一最有趣的分支时，应用繁难的数学方法，对許多人来說不可避免的是一种困难。但是在数学方面，我們尽量避免这一点，有时为了使書的內容更易了解，我們就很詳細的敍述与推导。与此有关的，在書內所討論的一些問題，从数学的观点来看，是不够严格的。对数学有兴趣的讀者来說，补充以严格的数学推导，不是怎么特别費力的事。

作者假設讀者对波导管的基本理論是熟悉的并且从事于应用波导管的工作，从这样的概念出发，書中的分析总是把导出公式作为結束，因为应用它們的方法工程师們是知道的。本書的主要目的是敍述波导管理論的各种典型問題的解法。

本書并非全面的概述波导管的理論，而是波导管的各种典型問題的文集。大多数的問題我們仅限于研究矩形波导管，但是在实質上掌握这些方法的讀者可以独立的把这些方法应用到工作中所遇到的其他問題上。波导管的理論吸引了許多研究工作者的注意，特別是最近这十年。在第二次世界大战期間，波导管理論上的重大貢献是屬于尤·許溫格 (Julian Schwinger)① 及麻省理工学院輻射試驗室的其他同事的。这些工作的結果在本書中被广泛的应用着。

希望在附录的文献里，我沒有把重要的工作漏掉。而且要事

---

① 波导理論中一系列的重要問題，譬如波导管激发的理論，波导管的开端輻射的理論以及波导管的縫隙輻射的理論等都是由苏联的学者探討的：例如吉洪諾夫 (Тихонов)，薩馬尔斯基(Самарский)，基松科 (Кисунько)，比斯道尔科斯 (Пистолькорс)，費尔德 (Фельд)，列溫 (Левин)，发因斯坦 (Вайнштейн)，弗拉基米尔斯基 (Владимирский)，克拉斯奴士金 (Краснушкин) 等等——俄譯本註。

先向由于我的疏忽而沒有把其工作列入本書的作者致以歉意．所涉及的問題的文献很多，而且每天都在增加．不可能把所有的問題都包括在本書內；对于这些問題讀者可在原始文献中参閱．

本書的大部分是参照在标准通訊公司超高頻試驗室的工作所写成的．

俄譯本序

在現在的有关波导管理論的专題論文集及教科書中一般仅敘述其一方面，即規則波导管的理論．涉及到破坏各种規則性的更广泛的問題仅发表在杂誌上的原始文献里．不久以前出版的波导管手册（Waveguide Handbook）① 并沒有改善这种状况，因为在它里面所給出的計算各种不均匀性的影响的公式并沒有敘述推导的方法．

列文的書主要是敘述計算波导管里各种不均匀性的影响的方法．所以原作者給書起的名字“現代波导理論”并不完全与書的內容相符．

列文的書并沒有系統的敘述波导管的理論．一般的“經典”問題，譬如計算在規則波导管里波的传播、分析波型、計算衰減等等，在該書內几乎沒有触及到．本書是各种波导管問題詳細解法的短集．仅在第一章提了一些波导管理論的基本关系．以后各章是敘述各种具体問題的分析，主要是計算各种最簡单的不均匀性的影响：膜片、栓、諧振銷、介質的填充、波导管断面的突然变化、波导管截面的扩张、波导管的开口、波导管的周期性加载等．

这些問題的分析及敘述使用了各种的数学方法，譬如积分方程法、变分法、与靜态問題比拟的方法等．

本書对于从事波导管的构造、計算及实际工作的广大科学工作者及工程师是有用的．

---

① Waveguide Handbook, Massach. Inst. of Technology, Rad. Lab. Ser., Vol. 10, New York–London, 1950.

目　　录

第 一 章

电磁波的理論及其在波导管方面的应用

§1. 单 位 及 符 号

本書内所有的物理量都用实用 c.g.s. 单位来表示。下面就是所用的主要的符号及其表示的单位。

a（厘米）——矩形波导管的寬壁

$\mathbf{a}$ ——方向恆定的单位矢量

b（厘米）——矩形波导管的窄壁

B ——电納之标么值（即电納与特性导納之比）

e ——自然对数之底

$\mathbf{E}$（伏/厘米）——电场强度

$\mathbf{H}$（奥）——磁场强度

$\mathbf{i}$ [安/(厘米)^2]——电流密度（綫密度的单位为安/厘米）

$\mathbf{i}_s$ ——单位矢量：

$s=1, 2, 3$，表示任意正交曲綫坐标系

$s=x, y, z$，表示直角坐标系

$s=r, \theta, z$，表示圆柱坐标系

$s=r, \theta, \varphi$，表示球坐标系

I（安）——电流

Im ——虚部

j ——$\sqrt{-1}$

k（1/厘米）——自由空間的传播常数，$\frac{2\pi}{\lambda}$

k'（1/厘米）——基波型在波导管内的传播常数，$\frac{2\pi}{\lambda_g}$

P（瓦）——功率

$\mathbf{r}$（厘米）——径矢量

R——电压反射系数

Re——实部

T——传递系数

x, y, z（厘米）——直角坐标

X——电抗之标么值（即电抗与特性阻抗之比）

Y——导納之标么值（导納与特性导納之比）

Z——阻抗之标么值（阻抗与特性阻抗之比）

γ（1/厘米）——衰减系数

γ ——欧勒常数，等于 0.5772

Γ_{mn}（1/厘米）——mn 波型在波导管内之传播常数

ε——复介电常数与眞空中之比

ε'——介电常数与眞空中之比

λ（厘米）——自由空間中之波长

λ_g^*（厘米）——在矩形波导管中之波长，等于$\lambda\Big/\left(1-\frac{\lambda^2}{4a^2}\right)^{1/2}$

σ（1/欧·厘米）——电导率

$\mathbf{\Pi}$（伏·厘米）——电赫兹矢量

$\mathbf{\Pi}^*$（伏）——磁赫兹矢量

μ——介質之导磁率与眞空中导磁率之比

ξ, η, ζ（厘米）——直角坐标（电流坐标）

ω（1/秒）——角頻率

假定导磁率 μ 为常数，与磁场之方向及大小都无关。

上列符号有时也用来代表其他的量，但此时这些特别的意思都交待的很清楚。譬如 λ 与 μ 有时也用作积分之变数，而在第七章里用 a 及 b 分别表示加工的圓波导管內外半径。

与时間有关的量都用对应于矢量 $e^{j\omega t}$ 的复数形式来表示。这些量都用方均根值（即有效值），因此对时間的平均值仅等于其模的平方（沒有 $\frac{1}{2}$ 的因子）。矢量都是用黑体字来表示，而其絕对值

* 这仅系 TE_{10} 波型的波导波长——校者註.

及其分量都是用斜体字来表示。

当化作合理化 MKS 制时仅須把我們式中之 300 及 $3\cdot10^{10}$ 分别代以 $(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$ 及 $(\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ 就够了。此时长度的单位都用米，而磁场强度都用（安/米），凡应有 $4\pi/10$ 的地方都給它略去。譬如在 (1.11) 中之 30 当去掉 $4\pi/10$ 以后可化为 $300\left(\frac{4\pi}{10}\right)\Big/4\pi\equiv\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$。介电常数及导磁率分别为 $\varepsilon_0=1/(4\pi\cdot9\cdot10^9)$ 法/米及 $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ 亨/米。（因为我們这里所用的 μ 及 ε 为相对常数，当化为 MKS 制时須把它們换为 μ/μ_0 及 $\varepsilon/\varepsilon_0$。）

§2. 麦克斯韋方程式

用上节的符号可把麦克斯韦方程式写为

$$\begin{aligned}\nabla\times\mathbf{E}&=-\mu\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\cdot10^{-8},\\ \nabla\times\mathbf{H}&=\frac{1}{9\cdot10^{12}}\varepsilon'\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{10}\mathbf{i}.\end{aligned}\tag{1.1}$$

把对时間的微分化为 $j\omega=3\cdot10^{10}jk$，得

$$\begin{aligned}\nabla\times\mathbf{E}&=-jk\cdot300\mu\mathbf{H},\\ \nabla\times\mathbf{H}&=\frac{jk}{300}\varepsilon'\mathbf{E}+\frac{4\pi}{10}\mathbf{i}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

因 $\nabla\cdot\nabla\times\mathbf{E}\equiv0$，所以 $\nabla\cdot\mathbf{H}=0$ 就包含在式(1.2)内。

电流密度 $\mathbf{i}$ 有两个来源。当沒有外加电动势时，电流密度与电场强度的关系，可由欧姆定律写作

$$\mathbf{i}=\sigma\mathbf{E}.\tag{1.3}$$

把此式代入 (1.2) 得

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{jk}{300}(\varepsilon'-j60\lambda\sigma)\mathbf{E}.\tag{1.4}$$

如此則电导率的影响就是把介电常数 ε' 代以复介电常数 $\varepsilon'-j60\lambda\sigma$。后者可以写作 ε，因之当沒有外加电动势时

$$\nabla\times\mathbf{H}=\frac{jk}{300}\varepsilon\mathbf{E}. \tag{1.5}$$

产生电流的第二个来源是外加电动势，由它产生“外加”电流密度 $\mathbf{i}$. 它們也可由方程組(1.2)来表示，此时 ε' 应代以复介电系数 ε，而 $\mathbf{i}$ 仅应了解为外加电流密度.

赫兹矢量 $\mathbf{\Pi}$ 我們在这里不打算全面的討論电磁波理論，这些东西讀者可从一些比較新的参考書里看到[1-6]. 本节的主要目的是得出一些以后分析时所必須的重要关系. 赫兹矢量为一种輔助量，用它可把其他电磁场的量用比較簡单运算子代表出. 因 $\nabla\cdot\mathbf{H}=0$，故 $\mathbf{H}$ 为一有旋量并且可以表示为某一矢量 $\mathbf{\Pi}$ 的旋度. 令

$$\mathbf{H}=\frac{jk\varepsilon}{300}\nabla\times\mathbf{\Pi}, \tag{1.6}$$

式中之 $\mathbf{\Pi}$ 就是所謂赫兹矢量. 由(1.2)得

$$\nabla\times\mathbf{E}=k^2\varepsilon\mu\nabla\times\mathbf{\Pi}.$$

因梯度的旋度总是等于零，故积分上式可得

$$\mathbf{E}=k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}-\nabla\varphi, \tag{1.7}$$

式中之 φ 为任意标量函数.

把 $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{H}$ 代入(1.2)之第二方程式得

$$\nabla\times\nabla\times\mathbf{\Pi}=k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}-\nabla\varphi-j\frac{120\pi}{k\varepsilon}\mathbf{i}. \tag{1.8}$$

标量 φ，直到现在还是任意的函数，可取其等于 $-\nabla\cdot\mathbf{\Pi}$. 如此則式(1.8)可化为

$$\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}-\nabla\times\nabla\times\mathbf{\Pi}+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}=j\frac{120\pi}{k\varepsilon}\mathbf{i}. \tag{1.9}$$

式(1.9)为非齐次的波动方程式. 在直角坐标系內它可更簡化为

$$\nabla^2\mathbf{\Pi}+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}=j\frac{120\pi}{k\varepsilon}\mathbf{i}. \tag{1.10}$$

式中之 ∇^2 为拉普拉斯算子

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

方程式(1.10)之解为

$$\mathbf{\Pi}=-j\frac{30}{k\varepsilon}\int\mathbf{i}\frac{e^{-jk\sqrt{\varepsilon\mu}\,r}}{r}d\tau, \tag{1.11}$$

式中之 $d\tau$ 为体积元，而 r 为自 $d\tau$ 至所求场之点的距离. 矢量方程式(1.11)与所用的具体的坐标系无关，特别是它并不仅限于式(1.10)的直角坐标系. 因此，式(1.11)完全是(1.9)的通解. 矢量 $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{H}$ 以 $\mathbf{\Pi}$ 表示则为

$$\begin{aligned}\mathbf{E}&=\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi},\\ \mathbf{H}&=\frac{jk\varepsilon}{300}\nabla\times\mathbf{\Pi}.\end{aligned} \tag{1.12}$$

对于激发用的电流，我們总是对一个綫电流 $\mathbf{I}$ 比較对电流密度 $\mathbf{i}$ 更感兴趣. 由关系式 $\mathbf{i}d\tau=\mathbf{I}ds$，而 ds 为电流之长度元，可把式(1.11)之赫兹矢量写为

$$\mathbf{\Pi}=-j\frac{30}{k\varepsilon}\int\mathbf{I}\frac{e^{-jk\sqrt{\varepsilon\mu}\,r}}{r}ds. \tag{1.13}$$

在无源区域内 $\mathbf{i}=0$. $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{H}$ 之値可仍由关系式(1.12)求得，卽 $\mathbf{\Pi}$ 为 $\mathbf{i}=0$ 时式(1.9)之解，亦卽下列齐次波动方程式之解，卽

$$\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}-\nabla\times\nabla\times\mathbf{\Pi}+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}=0. \tag{1.14}$$

场源在所討論之区域以外，而矢量 $\mathbf{\Pi}$ 服从边界上场的相切场及法綫通量的連續性.

当无外加电流时麦克斯韦方程式具有一种(1.12)式还沒有表示出来的 $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{H}$ 的对称性. 若不先由 $\nabla\cdot\mathbf{H}=0$ 而我們可同样的先由 $\nabla\cdot\mathbf{E}=0$，而得[1)]

$$\mathbf{E}=\nabla\times\mathbf{\Pi}^*,$$

1) 矢量 $\mathbf{\Pi}^*$ 可由关系式 $\mathbf{E}=-\frac{j\nabla\times\mathbf{\Pi}^*}{300k\mu}$ 定为更对称的形式，但是我們这里已經把 $\mathbf{\Pi}$ 及 $\mathbf{\Pi}^*$ 选用了不同的单位，因为这涉及到它們(电的或磁的)源的不同的性質.

$$\mathbf{H}=\frac{j}{300k\mu}(\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}^*+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}^*). \qquad (1.15)$$

因之普遍的关系式可以写为

$$\mathbf{E}=(\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi})+\nabla\times\mathbf{\Pi}^*, \qquad (1.16)$$

$$\mathbf{H}=\frac{j}{300}\left[k\varepsilon\nabla\times\mathbf{\Pi}+\frac{1}{k\mu}(\nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}^*+k^2\varepsilon\mu\mathbf{\Pi}^*)\right].$$

若 $\mathbf{\Pi}$ 及 $\mathbf{\Pi}^*$ 都满足式(1.14)则把(1.16)代入(1.2)（当 $\mathbf{i}=0$ 时）很容易看出它們是滿足于麦克斯韦方程式的(注意 $\mathbf{\Pi}$ 的单位用伏·厘米，$\mathbf{\Pi}^*$ 用伏)。

矢量 $\mathbf{\Pi}$ 可称为电赫兹矢量，因由式 (1.11) 系由电流元素产生。同理矢量 $\mathbf{\Pi}^*$ 可叫做磁赫兹矢量，因其与 (1.11) 类似的方程式含有（假設的）磁流元素．在实际上，虽然磁流并不存在但也沒有什么关系，因式 (1.15) 是为均匀的介質而导出的和 $\mathbf{\Pi}^*$ 可由实际的边界条件而定。

矢量 $\mathbf{\Pi}^*$ 在矩形波导管的理論里具有重要的地位，因为由它可以得一种所謂混合型的解［参看 (1.57)］，这种解适合于表示由各种反射体所扰乱的场。

波动方程式之解　算子 ∇ 在直角坐标里的形式为

$$\nabla=\mathbf{i}_x\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{i}_y\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{i}_z\frac{\partial}{\partial z},$$

其作用等于一个矢量．如所周知，若 $\mathbf{A}$ 为任一矢量，而 φ 为任一标量，则

$$\nabla\times\mathbf{A}\equiv\mathrm{rot}\mathbf{A},\quad \nabla\cdot\mathbf{A}\equiv\mathrm{div}\mathbf{A},\quad \nabla\varphi\equiv\mathrm{grad}\varphi. \qquad (1.17)$$

若 $\mathbf{a}$ 为方向恆定的单位矢量，则很易証明

$$\nabla\times\nabla\times(\mathbf{a}\varphi)\equiv\nabla\nabla\cdot(\mathbf{a}\varphi)-\mathbf{a}\nabla^2(\varphi).$$

而 ∇^2 为拉普拉斯算子．应用此結果并把(1.14) 中之 $\mathbf{\Pi}$ 代为 $\mathbf{i}_x\Pi_x+\mathbf{i}_y\Pi_y+\mathbf{i}_z\Pi_z$（注意 $\mathbf{i}_x$, $\mathbf{i}_y$ 及 $\mathbf{i}_z$ 都是常矢量）后很容易看出算子 $\nabla\nabla\cdot-\nabla\times\nabla\times$ 可被拉普拉斯算子所代替，而能对 $\mathbf{\Pi}$ 的直角坐标的分量进行运算．在一般曲綫坐标系統里不能得到这样簡单的結果，因为其他单位矢量的方向不是恆定的，而把它分解成其他方向很

不方便．因此必須用特殊的方法来求解．

在柱形坐标里由于 z 軸的方向是一定的，問題就簡化了．所以 a 可以取作 $\mathbf{i}_z$．由(1.16)我們可解得

$$\begin{aligned}\mathbf{E}&=[\nabla\nabla\cdot+k^2\mu\varepsilon][\mathbf{i}_z\Pi]+\nabla\times(\mathbf{i}_z\Pi^*),\\ \mathbf{H}&=\frac{j}{300}\Big[k\varepsilon\nabla\times(\mathbf{i}_z\Pi)+\frac{1}{k\mu}(\nabla\nabla\cdot+k^2\varepsilon\mu)(\mathbf{i}_z\Pi_z^*)\Big],\end{aligned}\tag{1.18}$$

式中之 Π 及 Π^* 为标量波动方程之解，即

$$\nabla^2\Pi+k^2\varepsilon\mu\Pi=0.\tag{1.19}$$

矢量波动方程式的通解已經由汉生 (Hansen) 討論过了[4]．若标量 ψ 为方程式 $\nabla^2\psi+k^2\varepsilon\mu\psi=0$ 之解，而 a 为一单位常矢量，则很容易証明这三个矢量函数

$$\begin{aligned}\mathbf{L}&=\nabla\psi,\\ \mathbf{M}&=\nabla\times(\mathbf{a}\psi),\\ \mathbf{N}&=\nabla\times\nabla\times(\mathbf{a}\psi/k\sqrt{\varepsilon\mu})\end{aligned}\tag{1.20}$$

满足恆等式

$$\nabla\nabla\cdot-\nabla\times\nabla\times+k^2\varepsilon\mu=0.$$

因 M 及 N 之散度为零，故它們满足更簡单的方程式

$$-\nabla\times\nabla\times+k^2\varepsilon\mu=0.$$

这*跟 E 和 H 的公式(1.2)，令 i 等于零时，分别消去 E 或 H 以后而得出的方程式是一样的．由(1.20)显然可以看出

$$\mathbf{M}=-\mathbf{a}\times\nabla\psi=\nabla\times\mathbf{N}/k(\varepsilon\mu)^{1/2}.$$

如此则 M 与 N 互成旋度．这样的一对矢量很适于代表电场及磁场．其通解之形式为

$$\begin{aligned}\mathbf{E}&=a\mathbf{M}+b\mathbf{N},\\ \mathbf{H}&=\frac{j}{300}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}(a\mathbf{N}+b\mathbf{M}),\end{aligned}\tag{1.21}$$

式中之 a 及 b 为常数．

此法的缺点与前段相同，为必須引用一个单位常矢量，普遍的

---

* 指波动方程——校者註．