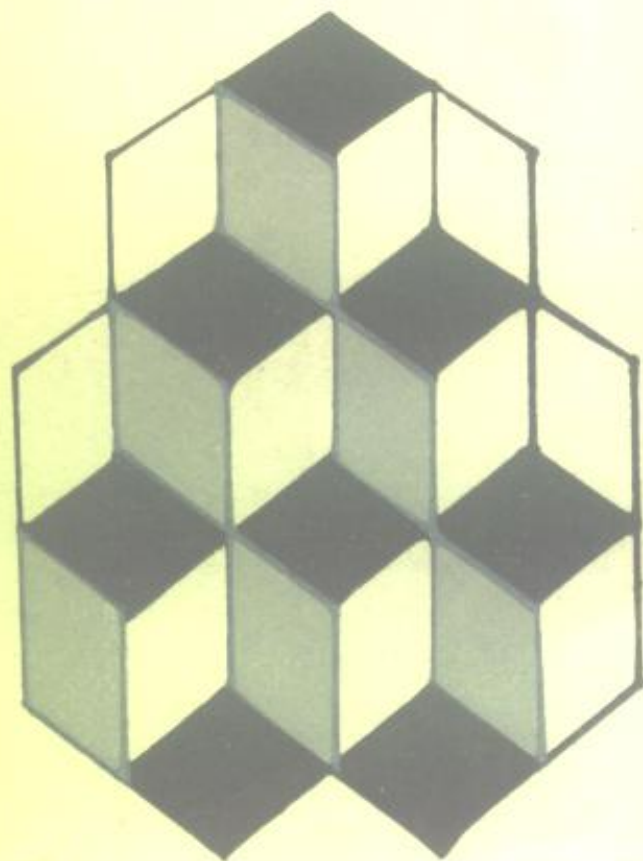


上海交通大学出版社

JIEGOUFENXICHENGXUSHEJIJICHU

结构分析程序 设计基础

● 刘正兴 编著



结构分析程序设计基础

刘正兴 冯太年

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书主要介绍利用有限单元法进行结构分析的基本原理以及程序设计方法,以空间桁架结构分析程序为例,说明单元刚度矩阵的形成、坐标转换、结构刚度矩阵的组集、一维变带宽压缩存储技巧、线性代数方程组的三角分解法以及各单元的应力计算等程序模块,从而使读者掌握结构分析程序的设计与编制技巧。

在我国当前条件下,微型机比较普及,因此本书还介绍了在微机上编制结构分析程序的基本知识及相应的源程序。该程序在IBM-PC机上运行多年,效果很好。

考虑到目前结构分析已扩展到动态和非线性等领域,因此在静力分析程序后,便介绍弹塑性分析、几何非线性分析及动力分析的程序设计的基本知识。

本书主要作高等院校有限元程序设计的教材之用,也可作从事结构分析的工程技术人员的参考书。

JS284/06

结构分析程序设计基础

上海交通大学出版社出版

(淮海中路1984弄19号)

新华书店发行所发行

上海交通大学印刷厂印装

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 9.375 字数 240000

1988年6月第1版 1988年6月第1次印刷

印数: 1—4000

ISBN7-313-00229-7/TU318 科技书目: 176-297

定价: 1.80元

序

由于计算机的出现及随之而来的有限元方法的发展，结构分析已经不再限于线性分析了，且不必因计算工作量的限制而去寻求各种简化的粗略的计算方法了，它越出了传统的杆系结构力学而成为统一处理各种复杂组合的体系，包括杆、膜、板、壳、块等单元的结构，以用于精确模拟实际结构的各种性态；它从过去以线性静力计算为主而转向同时考虑结构动力分析及大量非线性的计算如大挠度、弹塑性等；它不仅被动地计算一个给定的结构，而且还可以按照结构所受到的荷载与环境的制约，主动地优化结构的设计。在工程中具有巨大意义的计算机辅助设计中，结构分析也是不可缺少的一环。所有这些巨大的发展都是与计算机应用相结合的产物。

在有限元法发展的 30 年中，人们已积累了一系列的通用与专用的结构分析程序，但从实际工作的进一步发展来看，这些程序是远远不能满足需要的。为了推进计算机辅助设计的发展，要求结构分析进一步与工程结构数据库、网格自动剖分、图形处理、人工智能、专家系统、超级并行计算等相结合，而这些问题又更多地依赖于计算机程序设计的能力。此外，固体力学与结构分析本身的发展与大变形、各种形式的材料非线性、加工成形、自适应网格、结构优化、介质共同作用等方面的关系也越来越密切。

本书是作者长期实际研究与教学工作的成果。前 4 章由浅入深地讲述一般的结构线性分析程序设计。第 5 章介绍微机的应用，这部分内容是很适合于我国国情的。第 6、7 两章讲述非线性问题的各种解法及其程序设计。第 8 章讲述动力问题的程序设

计。本书适合于大学高年级学生与研究生使用，也可以供工程技术人员参考。

钟万勰 1987年8月20日

前 言

有限单元法是一个解场问题的近似方法。按照这个方法，将一个 V 域分割成有限数目而互不重叠的、称之为“单元”的子域 V_n 。首先在每个单元内找一个近似解，并用一个有限数目的未知参数来描述单元的特征；然后用一个合适的过程，将各个单元的关系式集成一组方程，用来解这些未知参数；当这些单元的尺寸变得越来越小时，这个场变量的离散化误差将逐渐消失，从而逼近精确解。这些未知参数通常是场变量在有限个点（节点）上的值，它可以在单元的边界上或单元的内部。该近似解可以仅在每个单元内内插这些场的变量求得。该单元的特征和对这些未知参数建立的这组方程，通常依赖于某个变分原理的泛函的驻值条件。变分公式等价于原来的场方程。当该变分是根据最小原理来确定时，这些未知参数也可以由一个系统的数学搜索技术来确定，以代替一组方程的求解，例如在线性稳定性分析和求系统自振频率中的特征值。

有限单元法在国内外的的发展大致可分为三个阶段。

50年代中期，美国波音公司工程师特纳(M.J. Turner)等人采用三角形和矩形单元，把结构力学中的位移法扩大到平面应力问题中并应用于飞机结构的分析。在这些公式的推演过程中，每个单元的特征用一个单元刚度矩阵来表示，它把这一单元的节点上的力和位移联系起来。阿吉里斯(Argyris)写的能量定理和矩阵方法的综合性论文，也为推导平面应力矩形板单元刚度矩阵提供了理论基础。他们的这些工作，为有限单元法的形成做出了重要的首创工作。

60年代初期，人们逐渐认识到，有限元法是一种依据于虚功

原理的广义里茨 (Ritz) 法。从历史上说, 库兰特 (Courant) 已经在每个三角形单元的总域内用假定的线性分布的应力函数提出了一个圣维南 (St. Venant) 扭转问题的近似解, 然而, 有限元法最突出的优点是它只要求在各个单元范围内作出合理的、假定的位移函数, 而不必象在里茨法中那样, 假定的位移模式必须伸展到整个域内。因此可以说, 有限元法是一种对能量泛函作分块近似的里茨法, 也就是在各个单元的界面上可以放松某种有连续性要求的变分原理, 从而比传统的里茨法要通用、灵活得多。有限元法有了这样的理论依据后, 研究者们便自觉地以各种形式的变分原理为基础, 建立了多种形式的有限元。例如, 基于虚功原理的协调单元, 基于余虚功原理的平衡单元, 基于修正原理的杂交单元等。反过来, 有限元的应用和发展也推动了广义变分原理的研究。在理论上, 从变分原理建立起来的各种单元都是可行的。这个时期可以说是建立各种有限元模型的盛期, 并于60年代末达到了高潮。

从70年代开始, 进入了第三阶段。首先采用各种成熟的单元编制了一系列结构分析程序。其中著名的有威尔逊 (E.L. Wilson) 教授等编制的 SAP 系列, 拜塞 (K.J. Bathe) 等编制的 ADINA 系列, 美国国家航空和航天管理局 (NASA) 发展的 NASTRAN, 大连工学院钟万勰教授等研制的 JIGFEX 和 DDJ 程序系统, 航空工业部研制的 XAJEF 系列等。

从工程应用角度来看, 目前已有足够的程序可供使用。但是, 作为结构分析工作者, 仅仅会使用现有程序是不够的, 还必须具备根据不同的需要编制相应程序的能力。在教学过程中, 我们发现, 学生在学完材料力学、结构力学、计算方法等课程后, 掌握有限元理论及算法语言不会有什么困难, 但是要掌握有限元结构分析程序的设计却不是那么容易。为此, 我们自1980年起, 在上海交通大学工程力学专业、南京航空学院飞机设计专业开设了“有限元结构分析程序设计基础”课程, 并编写了相应的讲

义。第一版是交通大学油印讲义《有限单元法结构分析程序设计基础》，曾被该校评为优秀教材（二等奖）。由于当时使用的是TQ-16、CJ-709机，程序是用ALGOL-60语言编写的。随着微机的普及，我们作了相应的修改，于1986年编写成《有限元程序设计入门》（南京航空学院讲义），所有程序都是用FORTRAN语言在IBM-PC机上调通的。所编教材在我们两校的教学 中经多年使用。学生们毕业后反映，认为这门课程对他们的工作颇有帮助，也希望我们能够将教材铅印出版。现在，在上海交通大学出版社的关心与帮助下，我们在原有两个版本的基础上进行了修改与补充，作为正式教材出版。

由于我们两校在“结构分析程序设计”课程之前都安排了“有限元基础”课程，因此在本书中不再详叙有限元的基本理论。需要这方面知识的读者，可以参阅《计算固体力学》（刘正兴编，上海交通大学铅印教材，1985年9月）或其他有关参考书。

用有限单元法对结构进行静力和线性弹性分析，可以说已经成熟，目前已转入动力、弹塑性或大挠度结构分析领域的应用了。我们已经为固体力学硕士研究生开设了相应的课程。

考虑到本科学生和工程技术人员实际情况，以及将来可能的发展需要，我们叙述了这方面的一些基本知识，作为入门之砖。

本书编写过程中，得到了钟万勰教授、李定夏教授的悉心指导及吴连元副教授、沈为平博士的通力协作，笔者在此表示深切的感谢。

目 录

第一章 桁架结构的程序设计	1
一、简介.....	1
二、输入与输出.....	5
三、单元刚度矩阵的形成.....	9
四、单元刚度矩阵的坐标转换.....	11
五、结构刚度矩阵的形成.....	16
六、约束处理.....	23
七、解线性方程组.....	27
八、单元节点力和应力的计算.....	36
九、空间桁架有限元分析程序.....	40
十、通用程序的设计.....	50
第二章 刚架结构的程序设计	59
一、等截面空间直梁单元的刚度矩阵.....	59
二、偏心修正.....	63
三、坐标转换.....	68
四、空间刚架程序设计中的几个问题.....	70
第三章 平面应力问题的程序设计	81
一、三角形平面应力单元.....	81
二、矩形平面应力单元.....	93
三、梯形受剪板单元.....	99
四、平面等参单元.....	101
第四章 板壳问题的程序设计	115

一、薄板弯曲问题的程序设计.....	115
二、薄壳问题的程序设计.....	128
三、组合结构的程序设计.....	134
第五章 微机在结构分析中的应用.....	140
一、压缩存贮.....	140
二、大型线性方程组的分块解.....	143
第六章 弹塑性问题的有限元程序设计.....	165
一、引言.....	165
二、屈服准则、等效应力 $\bar{\sigma}$ 、等效应变 $\bar{\epsilon}$	166
三、弹塑性分析中单元刚度矩阵的形成.....	168
四、增量变刚度法的程序设计.....	176
五、提高计算效率的一种有效方法.....	193
第七章 几何非线性问题的程序设计.....	205
一、引言.....	205
二、用逐步增量法解几何非线性问题.....	205
三、位移、应力、内力叠加和坐标修正的子程序.....	217
第八章 动力问题的程序设计.....	220
一、引言.....	220
二、质量矩阵与阻尼矩阵.....	221
三、结构的自由振动.....	229
四、结构的动力响应.....	240
参考文献.....	244
附录.....	246
一、常用子程序.....	246
二、考题.....	248
三、子空间迭代法的子程序 SSPACE	256

第一章 桁架结构的程序设计

一、简介

有限元结构分析是建立在结构离散化的计算模型基础上的，即把连续弹性体离散成为一群仅在节点处互相连接的有限单元的集合体。对于杆系结构(桁架、刚架)，这种离散是自然的，将组成桁架(刚架)的杆(梁)作为离散元素。图 1-1 中的桁架离散为 14 个杆元素，它们分别在 8 个节点处相连接。一般设结构离散元素总数为 NE ，离散节点总数 NP ，节点在结构总体坐标系下的自由度为 NF 。对于图 1-1 中桁架结构， $NE=14$ ， $NP=8$ ， $NF=3$ 。

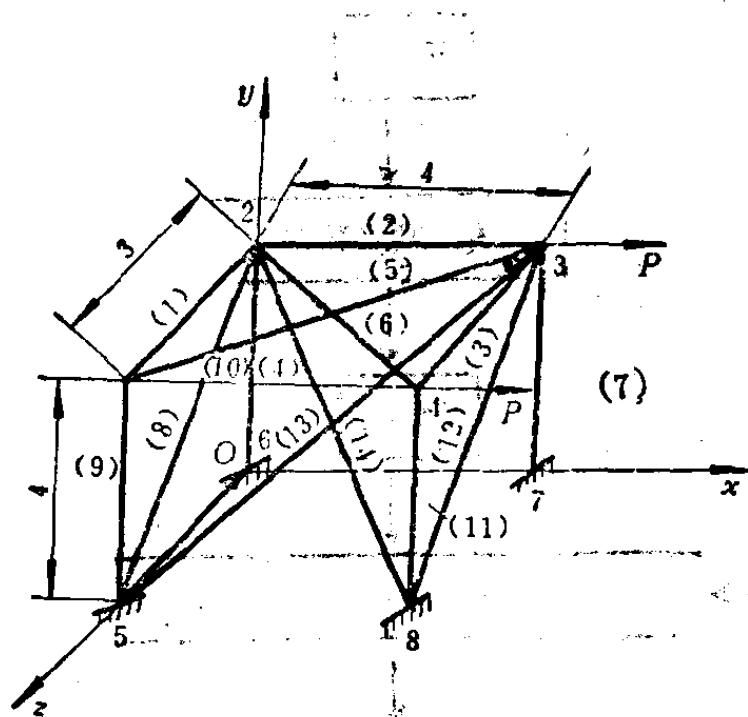


图 1-1 空间桁架

用有限元素法分析结构的线弹性静力问题，其基本方程为

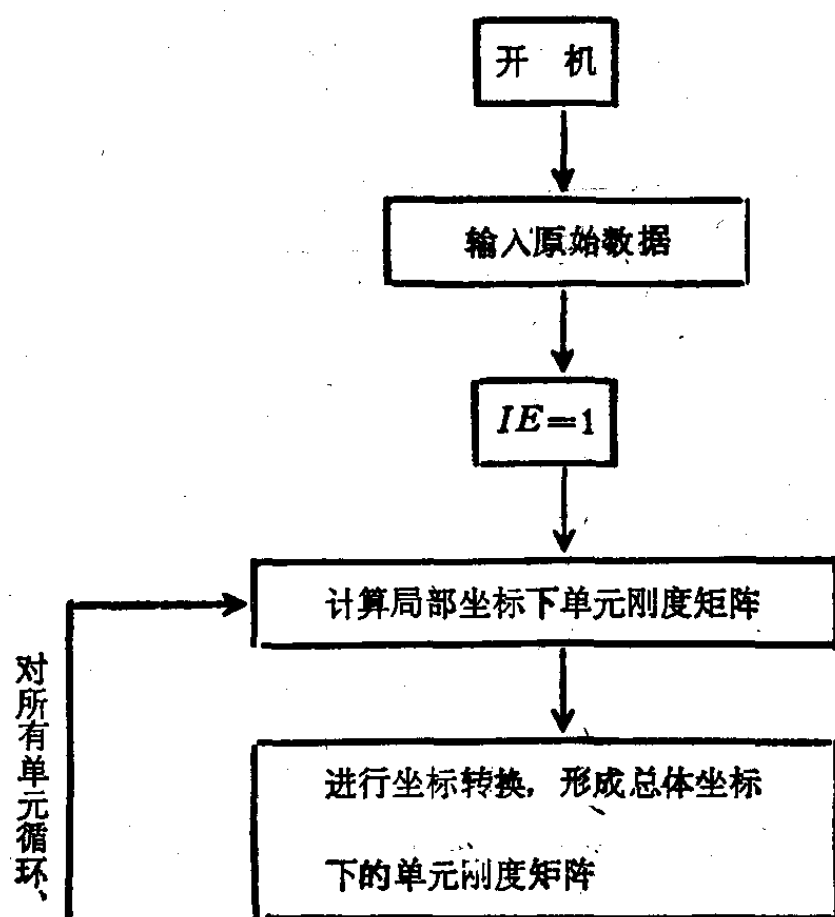
$$[K]\{\delta\} = \{P\} \quad (1-1)$$

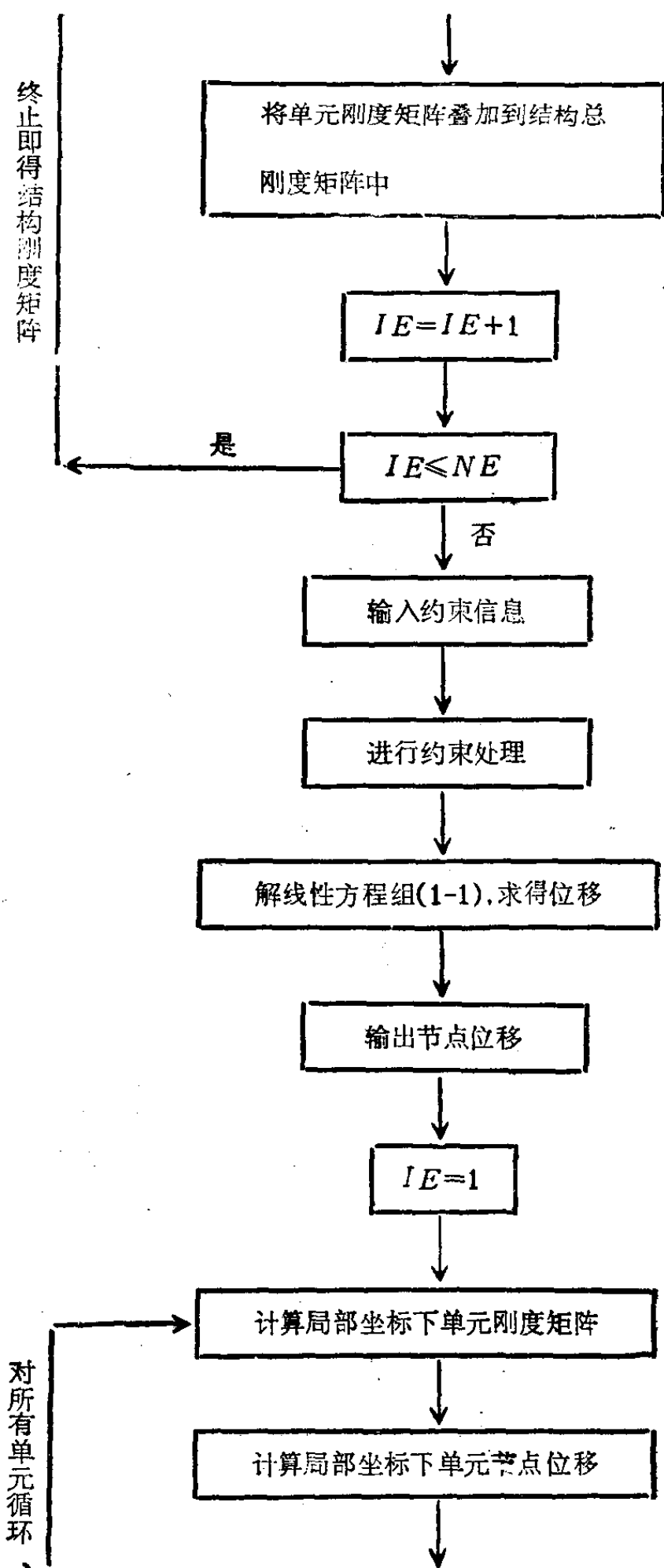
其中的 $[K]$ 为结构的刚度系数矩阵，它的阶数是 $N \times N$ ($N = NP \times NF$)， $\{P\}$ 为结构的节点载荷列阵， $\{\delta\}$ 为节点位移列阵，它们的阶数都是 $N \times M$ (M 是载荷和相对于载荷的位移的组数，当仅有一组载荷时，取 $M=1$)。

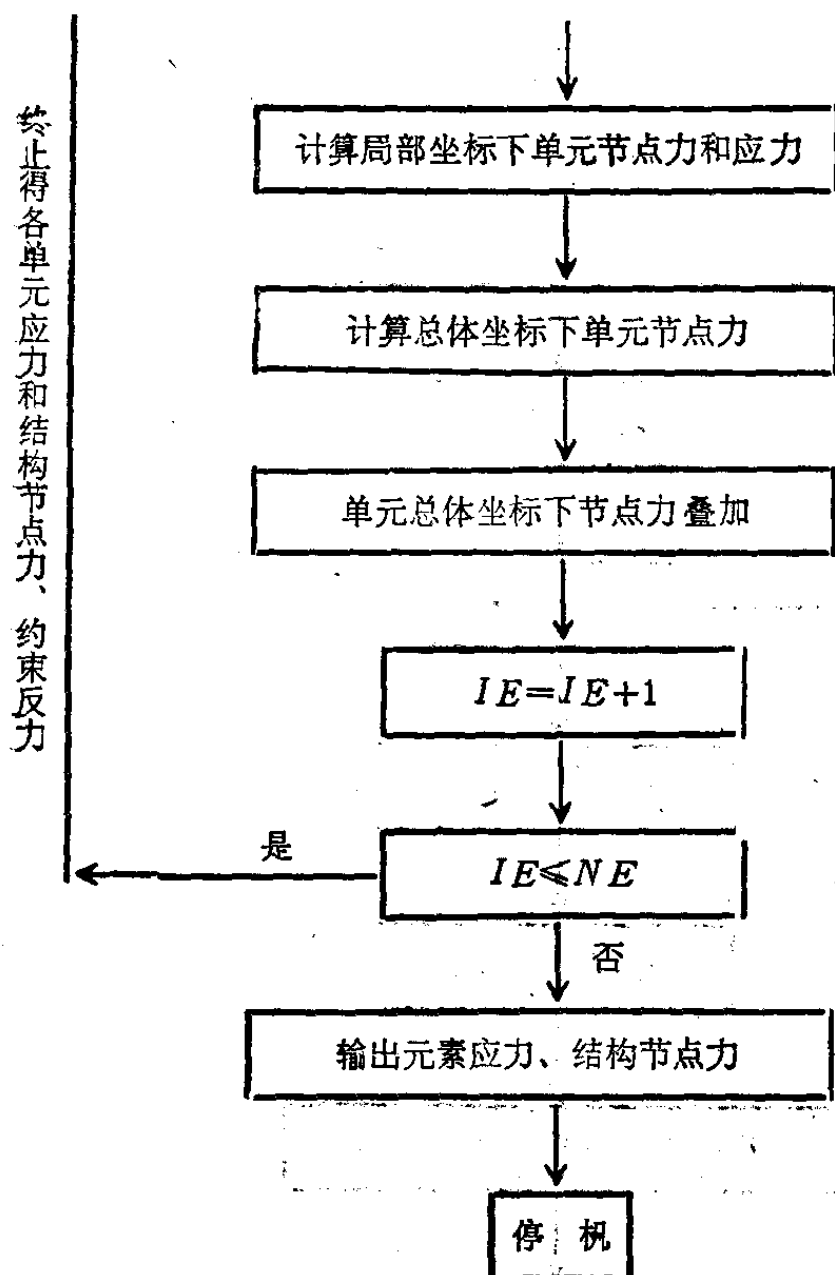
大家知道，结构的刚度系数由各单元的刚度系数叠加而成，它具有对称、稀疏的特点，在进行约束处理后，它又是一个正定矩阵。载荷列阵通常是已知的，所以求解方程(1-1)，即可得到节点位移，进而求得各元素的应力和节点力。

有限元素法的内容很丰富，有许多种类的单元，对方程(1-1)也有各种各样的求解方法。我们首先选定一种结构（空间桁架结构）和一种解法（乔累斯基法）介绍线弹性静力问题有限元程序设计的思路和方法，然后介绍其他常用单元的程序设计。

线弹性静力问题有限元程序设计的粗框图为







本书按照上述框图的顺序，介绍有限元程序设计方法。为便于读者自学，所介绍的程序力求简单明了。因此它不是一个非常精炼的通用标准程序，必有很多可修改之处，我们将这一工作留给读者。

附录 1 中给出了数组置零子程序 PUTO、矩阵转置子程序 MATT、矩阵相乘子程序 MATMUL，这些均为今后经常调用的子程序，为了节省篇幅和减少重复，使用时不再编写这些子程序，而予直接调用。

二、输入与输出

对于任何一个有限元的计算程序，都要输入计算所必需的数据，并输出所需的计算结果。虽然这是一项技术性较低的工作，但是对技术人员来说，确仍是非常重要的。

(一) 输入数据

对有限元计算程序，输入数据可归结为

控制数据；

几何数据；

单元特征数和单元特征数类信息；

载荷数据。

1. 控制数据

整理出这些数据，是为了使程序能解决规模不同的同类型问题，使程序具有一定的通用性。一般说来，程序的通用性越大，则这类数据就越多。对于桁架结构，它的控制数据为

NF 单个节点自由度数；

NP 结构离散节点总数；

NE 结构离散单元总数；

NM 结构中单元不同特征数类的总数；

NR 结构受约束的自由度总数。

图 1-1 所示空间桁架，若所有杆的材料和横截面都相同，则其控制数据为

$$NF=3, NP=8, NE=14, NM=1, NR=12。$$

2. 几何数据

确定结构的几何形状、单元几何形状和结构边界支持条件的数据称为几何数据。它包含

(1) 节点坐标

当选定结构的总体坐标系 XYZ 后，每一节点的坐标即可确定，有了节点坐标即可确定单元的几何特性（杆长）以及该元素的空间位置。对于空间桁架，用三个数组来存放节点总体的坐标值，即

$X(NP)$ 存放节点的 X 坐标值；

$Y(NP)$ 存放节点的 Y 坐标值；

$Z(NP)$ 存放节点的 Z 坐标值。

在数组 X 、 Y 、 Z 中分别存放第一个节点到第 NP 个节点的坐标值，而 $X(I)$ 、 $Y(I)$ 、 $Z(I)$ 分别是第 I 个节点的 X 、 Y 、 Z 三个坐标值。

对于图 1-1 所示的桁架结构，应取数组 $X(8)$ 、 $Y(8)$ 、 $Z(8)$ ，它们的值分别为

$X(8)=[0, 0, 4, 4, 0, 0, 4, 4]$ ；

$Y(8)=[4, 4, 4, 4, 0, 0, 0, 0]$ ；

$Z(8)=[3, 0, 0, 3, 3, 0, 0, 3]$ 。

(2) 单元信息

单元信息是存放单元节点的编号，它是非常重要的数据，因为只要知道单元节点编号，即可知道单元的位置，并从 X 、 Y 、 Z 数组中得到它所对应的节点坐标，从而确定元素的几何参数和空间方位。一般可用一个二维数组 $ME(ND, NE)$ 存放单元信息，数组的行数 ND 为该单元的节点总数，列数 NE 为单元总数。对于空间桁架，则有 $ND=2$ 。 $ME(1, IE)$ 中存放第 IE 个单元的第一个节点号， $ME(2, IE)$ 中存放第 IE 个单元的第二个节点号。图 1-1 所示桁架结构的单元信息可写成

$$ME(2,14)=\begin{bmatrix} 1, 2, 3, 1, 1, 2, 7, 5, 5, 6, 8, 8, 5, 8 \\ 2, 3, 4, 4, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 4, 3, 3, 2 \end{bmatrix}$$

(3) 边界条件和约束信息

由单元刚度矩阵叠加而成的结构刚度矩阵是奇异矩阵，必须

根据几何边界条件进行约束处理,使其成为非奇异矩阵。约束信息就是给出约束的位移号,用 $NRR(NR)$ 数组存放这个信息, NR 是结构约束自由度总数,对于图 1-1 的空间桁架, $NRR(12)=[13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24]$ 。

3. 单元特征数及单元特征数类信息

所谓单元特征数是指表示单元的几何特性和物理特性的数据。对于不同的单元,所需的特征数是不同的。等截面杆元的特征数是指弹性常数 EO 和横截面面积 AO 。

在实际结构中,单元的个数虽然很多,但是一般不会有所有单元特征数都各不相同的情况,因此不需要每一个单元都输入一组特征数,只要输入各种不同的特征数就可以了。前面提到的 NM 是表示不同特征数类的总个数,可用 $AE(2, NM)$ 数组存放全部不同的特征数。对于桁架结构 AE 的第一行存放材料弹性常数 EO , AE 的第二行存放杆元面积。 $AE(1, IN)$ 存放第 IN 类杆元弹性常数, $AE(2, IN)$ 存放第 IN 类杆元横截面面积。这里, $IN=1, 2, \dots, NM$ 。

从上面分析知道,要能得到单元的特征数,必须给每一个单元一个信息,表明该单元的特征数类别。这个信息称为单元特征数类信息,可用数组 $NAE(NE)$ 存放这个信息。因此, $NAE(IE)$ 中存放第 IE 单元的特征数类别 $NM1$, 即

$$NM1 = NAE(IE),$$

可知它的弹性模量和横截面积为

$$EO = AE(1, NM1),$$

$$AO = AE(2, NM1)。$$

4. 载荷数据

数组 $P(N)$ 存放结构的节点载荷,其中 $N = NF * NP$ 是结构的节点自由度总数,载荷是按节点和每一节点的自由度顺序排列的。对于空间桁架,每一节点有三个自由度,分别用 u, v, w 表示。这样 $P(1), P(2), P(3)$ 中就存放着第一个节点 X ,