

# 剛架計算

Д. М. 索西斯 著

057

建筑工程出版社

# 剛 架 計 算

(初未知数重分配法)

程永年 殷立梅 等譯



建筑工程出版社出版

1959

**內容提要** 本書敘述超靜定杆件系統計算法（作者称为初未知数重分配法）对于各种不同型式的剛架結構的应用。

按此法計算剛架时，除精确的解法外，还有近似的解法；同时可以估計出誤差的程度。

書中列举了許多实例來說明这种計算方法的运用。

本書对象为工业及民用建筑工程师、設計人員以及建筑及公路高等学校学生。

本書由程永年、殷立梅、楊郁及刘瀚等同志合譯，并由薛茨辛、吳乃健、施永芳等同志作技术校訂。

### 原本說明

書 名 РАСЧЕТ РАМ(СПОСОБОМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕИЗВЕСТНЫХ)

著 者 П. М. Сосис

出版者 Государственное издательство технической литературы усср

出版地点  
及 年 份 Киев—1956

## 剛 架 計 算

程永年 殷立梅 等譯

\*

---

1958年5月第1版      1959年9月第2次印刷      2,196—6,203册

850×1168  $\frac{1}{32}$  · 115千字 · 印張4  $\frac{5}{8}$  · 定价(10)0.90元

建筑工程出版社印刷厂印刷 · 新华书店发行 · 書号: 776

---

建筑工程出版社出版(北京市西郊百万庄)

(北京市書刊出版业营业許可証出字第052号)

# 目 录

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 对中文版的序言 .....                  | 4   |
| 原 序 .....                      | 5   |
| 第一章 非闭合外形的无侧移刚架的计算 .....       | 7   |
| 第一节 逐次渐近法 .....                | 7   |
| 第二节 精确解法 .....                 | 26  |
| 第二章 闭合外形的无侧移刚架的计算 .....        | 41  |
| 第一节 第一种计算方法 .....              | 41  |
| 第二节 第二种计算方法 .....              | 49  |
| 第三节 刚架在竖向荷载作用下的近似算法 .....      | 60  |
| 第三章 有侧移单层刚架的计算 .....           | 62  |
| 第四章 对称多层单跨刚架的计算 .....          | 78  |
| 第一节 逐次渐近法 .....                | 78  |
| 第二节 精确解法 .....                 | 91  |
| 第五章 有平行立柱的多层多跨有侧移刚架的计算 .....   | 97  |
| 第一节 第一种计算方法 .....              | 97  |
| 第二节 第二种计算方法 .....              | 98  |
| 第六章 混合体系的计算 .....              | 110 |
| 第一节 概述 .....                   | 110 |
| 第二节 计算例题 .....                 | 112 |
| 第三节 刚架在水平荷载及吊车荷载作用下的近似计算 ..... | 129 |
| 第四节 横梁与立柱铰接时刚架的计算 .....        | 132 |
| 结 语 .....                      | 135 |
| 附 录 .....                      | 137 |
| 参考书籍 .....                     | 147 |

# 剛 架 計 算

(初未知数重分配法)

程永年 殷立梅 等譯

建 筑 工 程 出 版 社 出 版

1959

**內容提要** 本書敘述超靜定杆件系統計算法（作者称为初未知数重分配法）对于各种不同型式的剛架結構的应用。

按此法計算剛架时，除精确的解法外，还有近似的解法；同时可以估計出誤差的程度。

書中列举了許多实例來說明这种計算方法的运用。

本書对象为工业及民用建筑工程师、設計人員以及建筑及公路高等学校学生。

本書由程永年、殷立梅、楊郁及刘瀚等同志合譯，并由薛茨辛、吳乃健、施永芳等同志作技术校訂。

### 原本說明

書 名 РАСЧЕТ РАМ(СПОСОБОМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕИЗВЕСТНЫХ)

著 者 П. М. Сосис

出版者 Государственное издательство технической литературы усср

出版地点 及 年 份 Киев—1956

### 剛 架 計 算

程永年 殷立梅 等譯

\*

---

1958年5月第1版      1959年9月第2次印刷      2,196—6,203册

850×1168  $1/32$  · 115千字 · 印張4  $5/8$  · 定价(10) 0.90元

建筑工程出版社印刷厂印刷 · 新华書店发行 · 書号: 776

---

建筑工程出版社出版(北京市西郊百万庄)

(北京市書刊出版业营业許可証出字第052号)

# 目 录

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 对中文版的序言 .....                  | 4   |
| 原 序 .....                      | 5   |
| 第一章 非闭合外形的无侧移刚架的计算 .....       | 7   |
| 第一节 逐次渐近法 .....                | 7   |
| 第二节 精确解法 .....                 | 26  |
| 第二章 闭合外形的无侧移刚架的计算 .....        | 41  |
| 第一节 第一种计算方法 .....              | 41  |
| 第二节 第二种计算方法 .....              | 49  |
| 第三节 刚架在竖向荷载作用下的近似算法 .....      | 60  |
| 第三章 有侧移单层刚架的计算 .....           | 62  |
| 第四章 对称多层单跨刚架的计算 .....          | 78  |
| 第一节 逐次渐近法 .....                | 78  |
| 第二节 精确解法 .....                 | 91  |
| 第五章 有平行立柱的多层多跨有侧移刚架的计算 .....   | 97  |
| 第一节 第一种计算方法 .....              | 97  |
| 第二节 第二种计算方法 .....              | 98  |
| 第六章 混合体系的计算 .....              | 110 |
| 第一节 概述 .....                   | 110 |
| 第二节 计算例题 .....                 | 112 |
| 第三节 刚架在水平荷载及吊车荷载作用下的近似计算 ..... | 129 |
| 第四节 横梁与立柱铰接时刚架的计算 .....        | 132 |
| 结 语 .....                      | 135 |
| 附 录 .....                      | 137 |
| 参考书籍 .....                     | 147 |

## 对中文版的序言

刚架体系計算的問題已由建筑力学中的所謂古典方法从原則上作了詳尽的解答。

但对工程师來說,重要的不仅是原則上的解答,而且是既方便又簡易的刚架結構实用計算法。所以,研究这个迫切問題的著作总是十分引人注意的。

在本書所闡述的初未知数重分配法中,用一种計算的阿剌伯数字算法将建筑力学的各种方法結合了起来,例如,力法与形变法,精确解法与逐次漸近法。本書十分注意单独阶段上簡化計算技术的实用方法的研究,并且列举了許多取自苏联实际設計中的数例。

作者希望本書在中国結構工程师們的伟大創造性劳动中,能成为一本对他們有益的参考書。

П. 索西斯

1957年6月7日 基輔



## 原 序

超靜定杆件系統的計算理論是建筑力學中研究得最透徹的部分之一。著名的蘇聯學者 И. М. 拉賓諾維奇、Б. Н. 日莫契金、М. М. 費洛涅格-波洛基奇、П. Ф. 巴拍哥費奇、П. Л. 拍斯切爾那克、Н. В. 高爾勒烏哈夫、Б. Н. 高爾布諾夫、А. А. 烏曼斯基、И. Я. 施泰爾曼等，都曾從事過這方面的研究工作。

許多學者，例如 Н. М. 貝爾納茨基、С. А. 羅吉茨基、Ш. М. 郭夫曼（蘇聯）、克勞斯（美國）、奧斯瓦爾德（德國）、克魯契克（捷克）、顧翼鷹（中國）、鷹部屋（日本）等，都曾潛心研究過簡化超靜定系統計算的各種近似法。

作者在 1950 年，在蘇聯學者們辛勤研究的成果的基礎上所提出的初未知數重分配法，其目的在於進一步簡化並加速已在工業及民用建築中廣泛採用的剛架結構的計算。

正如方法名稱的本身所表示的，這種計算方法就在於根據超靜定系統中初未知數的現成公式進行計算，然後對初未知數進行重分配，並進而確定所求的未知數。重分配在專門的表格內進行，並須乘以所謂傳遞系數。這種傳遞系數是確定相鄰節點的形變或內力對已知節點的影響的。

對於各種不同的基本體系（力法、形變法或混合法的基本體系）、各種不同的問題解法（完全精確的解法及逐次漸近的解法）以及具有任何特點的荷載，上述計算方法均不改變。因此，可以利用建築力學中的各種原理，同時，使計算步驟的統一與方法的靈活性相結合，而方法則能使我們對各種具體問題選擇最合理的解決途徑。

本書僅研究初未知數（力矩或形變）重分配法對各種不同型式的平面剛架計算的應用。

第一章系研究初形变重分配法对非閉合外形无側移剛架計算的应用。基本体系在剛架节点加一阻止該节点旋轉的虛拟約束而成。节点的旋轉角就当作未知数。問題的解法可有两种方案:逐次漸近法及精确法。

第二章系研究閉合外形的无側移剛架的計算。在解算有关本章的問題时,可将复杂的系統分解成非閉合外形的簡單系統,并用逐次漸近法計算之。

第三章系叙述初形变重分配法对于有側移单层剛架計算的应用。

第四章系探討在反对称荷載作用下对称多层单跨剛架的計算。基本体系按力法选择,并使立柱下端为鉸接。鉸接点的力矩即作为未知数。本章計算方法實質上与第一章完全相同,不同之点仅在于未知数的性質——以初力矩重分配代替旋轉角的重分配。

第五章系叙述有側移多层多跨剛架的两种計算方法。第一种方法,其基本体系是按形变法选择的——有受約束的节点,但沒有水平的杆件。求解問題时,可用逐次漸近法,将多层剛架分解成一系列的双层剛架。第二种方法,是以混合体系作为基本体系,即立柱下端具有附加的鉸及受約束的节点。求解問題时,須将多层剛架分解成一系列的单层剛架。

本書第二版增补了第六章,专门叙述格构式橫梁与阶形变截面柱剛接或鉸接的混合体系的計算。用初未知数重分配法計算混合体系时,必須利用阶梯形变截面杆件的图表,这些图表均刊载于其他参考書籍(参见文中附注)中。

在結語中对如何根据所計算的剛架型式来选择(从本書所述各种方法中选择)最合理的解法的问题提出了一些建議。

除平面剛架而外,初未知数重分配法还可用来解算空間剛架、由薄壁构件組成的受扭曲作用的剛架以及本書沒有提到的其他許多問題。

## 第一章 非閉合外形的無側移剛架的計算<sup>①</sup>

本章敘述無側移剛架的一種計算方法。作者稱之為初形變重分配法。其基本體系的选择系按照形變法，即在節點上加一虛拟約束的方法。用這種方法計算骨架式剛架是最合理的。

用形變法計算剛架通常是歸納為組成聯立方程及解聯立方程兩部分，而方程則表示節點系統的平衡條件。

另一種解答問題的方法稱為角定點法<sup>②</sup>，採用此法時可以不必列出一般形式的直綫聯立方程，而代之以一些在解答與荷載無關的問題時求得的現成公式。

應用角定點法（及力矩定點法）的困難，在於必須對整個體系進行單獨加荷於各個跨度或者以不平衡力矩作用於每個節點（實質上是同樣的）的計算，然後求結果的總和。這種計算方法很繁重，由此也說明定點法為什麼在實際上未曾得到足夠廣泛的採用。

本章各節所敘的初形變重分配法應用了角定點比值的概念（術語稱為“旋轉角傳遞係數”），但進行計算時，允許荷載同時作用在剛架的所有杆件上。

通常採用的計算步驟是先計算旋轉角初值，隨後在表格內重分配，最後確定節點旋轉角之最終數值。

### 第一節 逐次漸近法

#### 要 點

試研究一剛架棧橋，其外形如圖 1a 所示。形變法的基本體系（圖 1b）系在剛架節點置以剛性約束形成，而由彼此隔離的梁組成，

① 所謂無側移剛架就是綫位移等於零的剛架。所謂閉合外形就是剛架外形上的所有節點均為彈性的。如果在剛架外形上雖只有一個節點是剛性約束或是鉸接的，則剛架就應作為非閉合外形考慮。

② Б.Н. 日莫契金：“剛架計算”，國立建築書籍出版社，1933年版，第386～419頁。

該梁的一端或兩端受到約束。

基本體系與計算體系的差別如下：

a) 在基本體系中，剛架節點受剛性約束，因此節點的旋轉角等於零；

b) 在基本體系的約束處，抵抗力矩系由外荷載所引起。

計算目的就在於解除剛架節點的虛設約束，以消除基本體系與計算體系間的差別，並確定這些節點的旋轉角。

用逐次漸近法求解問題時，需逐次解除剛架節點的約束。此時節點的旋轉角應作為外界影響來考慮。因此，複雜剛架體系的計算就成為一系列單元體系的計算。

譬如，解除節點 6 的約束後，得一隔離體系 5—6—7，在外界荷載作用下計算該體系，即可求得旋轉角  $\varphi_6^1$  (圖 1a)。

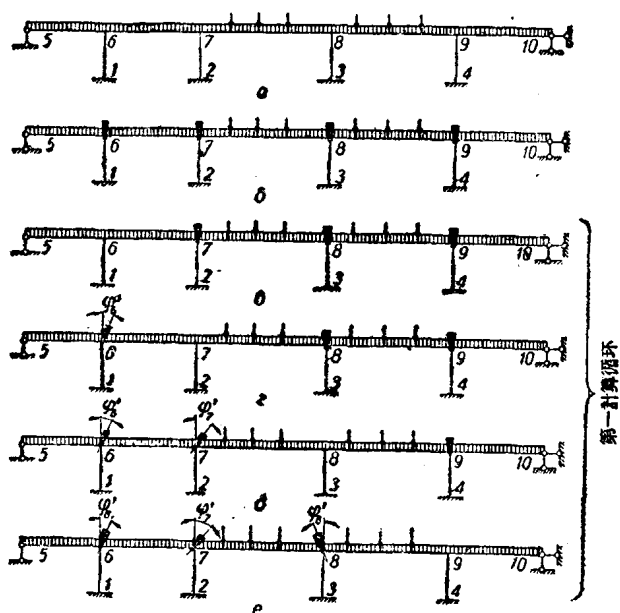


圖 1

在節點 6 加上約束，用以固定已求得的節點 6 的旋轉角，並解除下一個節點 7 的約束 (圖 1b)。

我們又可得到另一單元體系6—7—8。在外界荷載及旋轉角 $\varphi_6^1$ 作用下計算該體系可求得旋轉角 $\varphi_7^1$ ①。同樣地，依次解除節點8及9的約束，可求得旋轉角 $\varphi_8^1$ 及 $\varphi_9^1$ (圖1d及1e)。至此，第一計算循環結束。

求得的旋轉角值系第一次近似值。為了使這些數值更精確，可以同一循序解除剛架6、7、8、9的約束。

在第二計算循環中，外界作用只考慮第一循環中未曾考慮的因素。

譬如，對於體系5—6—7，外界作用是旋轉角 $\varphi_7^1$ (圖2a)。

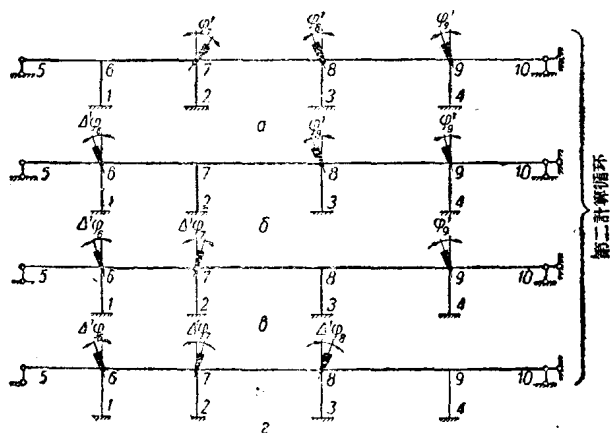


圖 2

計算剛架5—6—7后，求得節點6旋轉角的第一次修正值，稱之為 $\Delta^1 \varphi_6$ 。對於體系6—7—8，外界作用就是旋轉角 $\Delta^1 \varphi_6$ 及 $\varphi_7^1$ (圖2b)。

計算剛架6—7—8后，求得節點7旋轉角的第一次修正值，即 $\Delta^1 \varphi_7$ ，余此类推(圖2c、d)。然後以同樣方式依次計算以下循環，以求得第二次、第三次…以及最後的修正值，直到它們小於計算上所要求的精確度為止。

① 圖中未繪出剛架的形變軌線。

上述逐次渐近法的特点是以后求得的未知数比以前的具有更大的精确度。

这是因为确定以后的每一个未知数时，比确定以前的要考虑更多的因素。譬如，在第一循环中计算刚架 5—6—7 时，仅考虑了外界荷载的影响；而在计算刚架 6—7—8 时，除外界荷载外，还考虑了旋转角  $\varphi_6^1$  的附加影响；计算刚架 7—8—9 时，考虑了旋转角  $\varphi_7^1$  的影响，并且它也间接地将旋转角  $\varphi_6^1$  的影响包括在内，余此类推。因此，如连续不断地依次解除约束，即

|    |                       |
|----|-----------------------|
| 正向 | 6 → 7 → 8 → 9 —       |
| 反向 | ( — 6 ← 7 ← 8 ← 9 — ) |
| 正向 | ( — → 7 → 8 → 9 — )   |
| 反向 | 7 ← 8 ← 9 —           |

.....,

则旋转角的修正值将在最后求得，即由最精确的未知数数值中求得。所以，在采用连续不断的方案时，其逐次渐近过程，较之采用正向过程后即行中断的循环方案要快得多。尽管如此，循环方案在不少情况下仍然能合理地加以运用，这一点将在以后的章节中予以阐述。

如在循环方案中节点转角的修正值一般是由左右两个旋转角的作用来确定的，则在连续方案中修正值只由一个旋转角的作用来确定：正向时由左面的旋转角，反向时由右面的旋转角。

计算过程中的所有计算，均可列成表格，其编制程序参见实例。

由此可见，逐次渐近过程就是把复杂的刚架体系分解为一系列的单元体系[17]。而每个这种单元体系，我们不难加以研究，亦即列出计算这种体型所用的现成公式。

单元体系节点  $b$  的旋转角的数值，应使附加约束处由于旋转角及外界作用而引起的总抵抗力矩值等

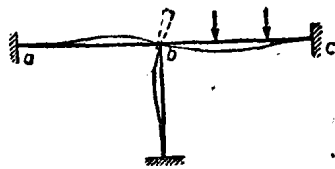


图 3

于零(图3,4),即相当于没有约束(实际上也没有)。

上述平衡条件可列成方程如下:

$$\varphi_b r_{bb} + r_{bp} = 0, \quad (1)$$

由此得

$$\varphi_b = -\frac{r_{bp}}{r_{bb}}. \quad (2)$$

式中:  $r_{bb}$ ——旋转约束  $b$  成  $\theta$  角度  $\varphi_b = 1$  时, 约束  $b$  的抵抗力矩;

$r_{bp}$ ——由外界作用引起的约束  $b$  的抵抗力矩;

$\varphi_b$ ——节点  $b$  的旋转角。

若旋转角及抵抗力矩的方向为顺时针时, 则其值为正。

当杆件的约束旋转一单位角度时, 在杆件约束上产生的抵抗力矩称为杆件刚度  $T$ 。

根据附录中的表 I 及 II(简图 1) 可求得:

杆件两端受约束时,  $T = \frac{4EI}{l}$ ; 当一端受约束, 而另一端铰接时,  $T' = \frac{3}{4}T$ 。

计算刚架时可不采用刚度  $T$  之绝对值, 而采用它的相对值。

因此, 所有杆件的刚度  $T$  均可乘以  $\frac{n}{4E}$ , 式中  $n$  为任意值, 并取:

$$T = \frac{I}{l} n. \quad (3)$$

下面再引用节点刚度的概念。

汇集于节点处的杆件刚度总和的两倍称为节点刚度  $R^0$ :

$$R_b^0 = 2\sum T. \quad (4)$$

一端受约束或两端受约束的梁, 由于各种不同的作用而引起的约束力矩  $M^p$ , 可由附录中的表 I 及表 II 求得。

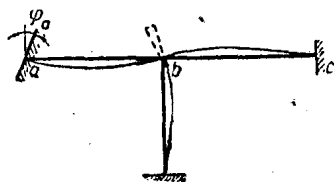


图 4

由汇集于一节点上的全部杆件

约束力矩总和中求出  $r_{bb}$  及  $r_{bp}$  值, 并把它們代入公式(2), 即可得到在各种不同的作用下求单元体系节点旋转角的一些现成公式。

1. 由于前一个节点的旋转角  $\varphi_a$  而引起的单元体系中节点  $b$  的

旋轉角(图4)。根据

$$r_{bb} = -\frac{T_{ab}}{2} \varphi_a; \quad r_{bb} = \sum_b T = \frac{R_b^0}{2},$$

再按照公式(2),即得:

$$\varphi_b = -\frac{T_{ab}}{R_b^0} \varphi_a,$$

或

$$\varphi_b = -\varphi_a K_{ba}, \quad (5)$$

式中:

$$K_{ba} = \frac{T_{ab}}{R_b^0}. \quad (6)$$

数值  $K_{ba}$  即所謂傳遞系数,亦即由于旋轉角  $\varphi_a = -1$  所引起的节点  $b$  之旋轉角。

2. 由外界荷載的作用而引起的单元体系中节点  $b$  的旋轉角(图3)。

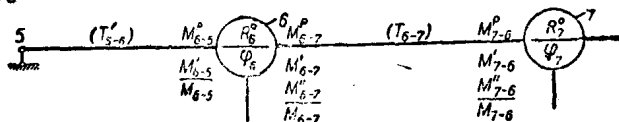


图 5

当

$$r_{bb} = \sum_b M^p \text{ 时,}$$

由公式(2)可得

$$\varphi_b^0 = -\frac{2 \sum_b M^p}{R_b^0} \quad (7)$$

在单元体系中,由外界荷載所引起的节点旋轉角  $\varphi^0$  称为初旋轉角。至于考虑系統中所有的节点形变的相互影响的旋轉角終值  $\varphi$ ,可在表中利用重分配初值  $\varphi^0$  的方法求得。

在体系节点旋轉角  $\varphi$  求得之后,即可根据下列公式求出杆件末端的力矩(并注在刚架簡图上):

$$M_{ab} = M_{ab}^p + M'_{ab} + M''_{ab}; \quad (8)$$

$$M_{ba} = M_{ba}^p + M'_{ba} + M''_{ba}; \quad (9)$$

式中:

$$M'_{ab} = \varphi_a T_{ab}; \quad (10)$$

①  $K_{ba}$  就是單元體系的反向定點比值(3)。



$$M'_{ba} = \varphi_b T_{ab}; \quad (11)$$

$$M''_{ab} = \frac{1}{2} M'_{ba}; \quad (12)$$

$$M''_{ba} = \frac{1}{2} M'_{ab}. \quad (13)$$

現在,当用逐次漸近法求解問題时,采用初形变重分配法計算复杂剛架所需的全部資料均已齐备。

进行計算的程序如下(图 5):

1. 在剛架杆件上,把剛度的相对值  $T$  注在小括弧內,而对于一端是鉸接的杆件而言,則数值为  $T' = \frac{3}{4}T$ 。
2. 在节点小圓圈的上半圈內,注上数值  $R^0 = 2\Sigma T$ 。
3. 求傳遞系数  $K$ , 并随时將它們列于重分配表內。

重分配表的格式如下

| 節 點 號 次     | 6             |           | 7             |           | 8             |           | 9             |   | 行 次      |
|-------------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|---|----------|
| 傳 遞 系 數     | —             | $K_{6-7}$ | $K_{7-6}$     | $K_{7-8}$ | $K_{8-7}$     | $K_{8-9}$ | $K_{9-8}$     | — |          |
| 初 旋 轉 角     | $\varphi_6^0$ |           | $\varphi_7^0$ |           | $\varphi_8^0$ |           | $\varphi_9^0$ |   | 0        |
| 第一次近似值之確定   |               |           |               |           |               |           |               |   | 1        |
| 修 正 值 之 確 定 |               |           |               |           |               |           |               |   | 2        |
| 旋轉角的實際值     |               |           |               |           |               |           |               |   | $\Sigma$ |

第 1 項、第 2 項及第 3 項內的計算均为不变的,也就是說,这些計算部分不依荷載而变化。

4. 按照附录中的表 I 及表 II 求得  $M^p$ , 并把它們注在剛架节点附近的杆件上。

5. 根据公式 (7) 求初旋轉角, 并将它們注在重分配表內。

6. 在表內进行初旋轉角的重分配。由此可见: 对于无側移剛架, 若傳遞形变的构件的相对剛度  $T$  愈小, 則逐次漸近过程收斂得愈快。反之, 若构件的相对剛度愈大, 則过程收斂得愈慢。

7. 将重分配后所得的旋轉角, 注在剛架簡图节点圓圈的下半圈內(图 5-)。