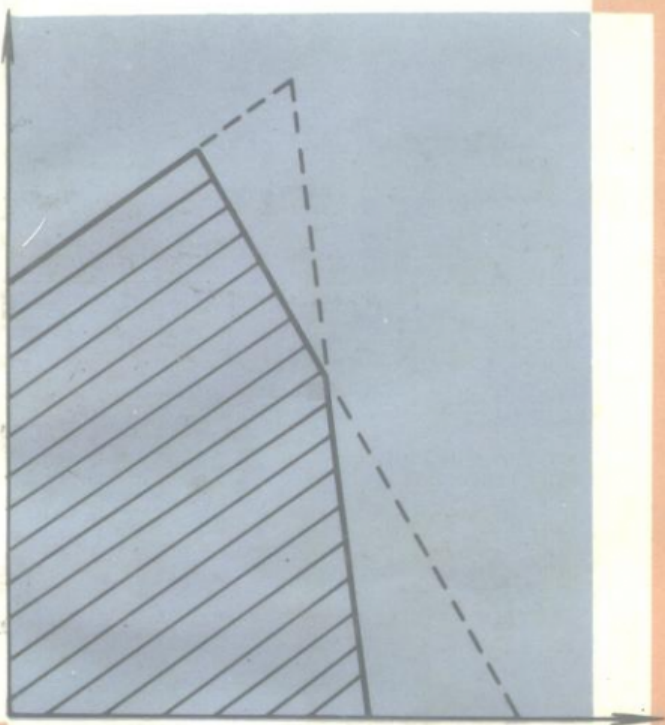


线性规划

方跃
张铁男
编



管理方法丛书

哈尔滨船舶工程学院出版社



数据加载失败，请稍后重试！

0221.1
F24

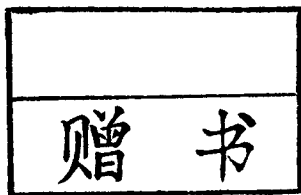
420726

线 性 规 划

方 跃 张铁男 编



00420726



哈尔滨船舶工程学院出版社

(黑)新登字第9号

EA02/01

内 容 简 介

本书面向具有中等文化程度的广大初、中级管理人员,着重于普及线性规划的基本原理和基本方法。内容浅显易懂、循序渐进,并列出了大量的例题供参考。学习中可以结合书中内容联系管理工作中的具体实际,以提高经营管理水平。本书主要内容包括:概论、线性规划的单纯形解法、对偶原理及对偶单纯形方法、运输问题及表上作业法、分配问题及匈牙利解法、经济因素变动对优化方案的影响(灵敏度分析)。



线 性 规 划

方跃 张铁男 编

哈尔滨船舶工程学院出版社出版、发行

东北林业大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 3.75 字数 81千字

1993年12月 第1版 1993年12月 第1次印刷

印数: 1—3000册

ISBN 7-81007-386-9/O·23

定价: 2.50元

前 言

为了推动管理干部岗位培训的开展，提高企业的经营管理水平，适应我国社会主义现代化建设的需要，中国船舶工业总公司教材编审室和中国船舶工业总公司干部培训教材指导委员会联合组织编写一套《管理干部岗位培训教材》。

本套教材是在中国船舶工业总公司管理干部岗位培训的基础上，根据中国船舶工业总公司组织审定的《一般管理干部岗位培训规范》编写的，同时兼顾中层管理干部和领导干部岗位培训的需要。为了提高教材质量，我们组织了部分高校管理专业的专家、教授和企业有丰富实践经验的管理干部、岗位培训教师参加编写工作。本套教材聘请学术造诣较深、教学经验丰富的管理专业教授和多年从事管理工作的专家审定。

本套教材在编写过程中，注意体现干部岗位培训的特点：第一，既注意管理干部岗位所必需的基本理论与基本知识的论述，又同我国的一些先进管理经验、国外行之有效且对我国实用的现代管理方法结合起来，做到理论联系实际，突出实用性；第二，对行业的针对性比较强的教材既注意体现船舶行业的特点，又考虑到其它行业的需要，扩大适用范围，增强教材的适应性；第三，内容简练，重点突出，语言流畅，通俗易懂，便于自学。

这套教材是管理干部岗位培训的教学用书，既可作为有

关职工学校、电大、职大、自修大学的管理专业和相应专业的函授、刊授教学用书，也适于管理人员自学。欢迎广大读者在使用过程中提出补充、修改意见，以便再版时予以修订。

中国船舶工业总公司 教材编审室
中国船舶工业总公司干部培训教材指导委员会

编 者 的 话

本书是根据中国船舶工业总公司教材编审室的要求为中船总各企、事业单位的初、中级管理人员编写的一本线性规划普及教材。其目的是通过线性规划的学习，提高管理人员的现代化管理水平。

教材编写过程中，考虑到使用对象的特点，因此注意内容上浅显易懂、循序渐进，略去了对一些公式的推导和定理的证明，着重于介绍线性规划的基本概念、基本原理和基本方法，并通过大量例题来加以说明，使读者感到好学、有用、不难。

当前，我国的改革开放步入了蓬勃发展时期，社会主义市场经济的发展要求管理人员用科学的现代化的管理方法来替代传统的落后的管理方法。因此，学习过程中希望能根据书中内容触类旁通、举一反三，联系本单位经济活动的实际情况，学习与运用相结合，提高经营管理水平。

本书由方跃、张铁男两同志编写，其中方跃编写第一章和第五章，张铁男编写第三章，第二章和第四章由两人共同编写，硕士研究生张安参加了部分编写工作。

教材编写过程中，承蒙中船总教材编审室李堃主任和陈晓军编辑的大力支持，特表示真诚谢意。

本教材由大连造船厂陆宝金高级经济师主审，编写过程中提出了许多好的意见和建议，在此一并致谢。

编 者

1993年6月

— 3 —

目 录

第一章 概述	(1)
第一节 线性规划问题的提出及其数学模型.....	(1)
第二节 有关线性规划的几个问题.....	(5)
第二章 线性规划的基本解法——单纯形法	(9)
第一节 线性规划模型的标准形式.....	(9)
第二节 线性规划的图解法.....	(13)
第三节 线性规划的单纯形法.....	(16)
第四节 线性规划的对偶问题及对偶单纯形法...	(28)
第五节 对偶问题的经济意义.....	(39)
第三章 表上作业法与最佳运输	(45)
第一节 运输问题的线性规划模型.....	(45)
第二节 运输问题的表上作业法.....	(47)
第三节 表上作业法的应用领域及实例.....	(64)
第四章 匈牙利法与最佳分配	(72)
第一节 最佳分配的线性规划模型.....	(72)
第二节 匈牙利法.....	(75)
第三节 应用举例.....	(87)

第五章	经济因素变动对优化方案的影响 ·····	(91)
第一节	目标函数系数变动的分析·····	(91)
第二节	常数项 (资源限量) 变动的分析·····	(97)
第三节	增加新变量的分析·····	(100)
第四节	增加新约束条件的分析·····	(101)
第五节	应用举例·····	(103)
参考文献	·····	(111)

第一章 概 述

第一节 线性规划问题的提出及其数学模型

一、线性规划问题的提出

现实生活中，我们经常面临这种情况，有许多活动要完成，同时，存在为完成这些活动可供选择的多种方法。但是，由于有时某些资源有限，这就有一个稀少资源的最优分配问题。规划论就是研究如何将有限的人力、物资、设备、资金等资源最适当、最有效地进行分配的理论和方法。规划论是运筹学的重要组成部分，而线性规划是规划论中最基本、最重要的一个分支。

规划论中所涉及的有限资源的最佳分配问题，几乎覆盖了经济活动中的各个领域，从生产能力对产品的分配到国家资源对需要的分配，从生产进度的安排到运输方式的选择等等，应用范围极其广泛。线性规划就是把这类问题归结为一个线性模型来进行描述，并加以解决的。“线性”，意味着规划的数学模型中所有的表达式都必须是一次函数，即线性函数；“规划”，在这里就是计划的意思。所以线性规划就是通过对上述线性模型的研究，来获得一个最优的计划。

线性规划这门技术，从40年代创始至今，尽管只有短暂

的几十年时间，但目前就其理论上的完整性、方法上的有效性以及应用上的广泛性来说，都远较运筹学的其它各分支成熟得多。特别是近20年来，随着电子计算机技术的飞跃发展，线性规划已成为了一种标准的数学方法，在生产的组织管理、交通运输、邮电、国防工业以及国民经济的许多领域中，都有着广泛而重要的应用。

二、线性规划问题的数学模型

下面我们通过资源利用问题来引出线性规划问题的数学模型。

例1 某工厂生产A、B、C三种产品。已知每生产1公斤A种产品需耗煤9吨、电力4瓩和3个劳动日（一劳动日为一个工人劳动一天）；每生产1公斤B种产品需耗煤4吨、电力5瓩和10个劳动日；每生产1公斤C产品需耗煤5公斤、电力6瓩和8个劳动日。A、B、C三种产品的利润分别为700元、1200元和1100元。但因受资源数量限制，这个厂只能获得360吨煤，200瓩电力和300个劳动日。问如何安排三种产品的生产计划，才能使获得的利润最大。

问题中给出的数据可整理成表1-1。

表1-1 资源利用问题初始数据表

活动 资源	产品A的生产 (公斤)	产品B的生产 (公斤)	产品C的生产 (公斤)	各种资源的 利用限度
煤(吨)	9	4	5	360
电力(瓩)	4	5	6	200
劳动日	3	10	8	300
利润(百元)	7	12	11	—

1. 目标函数

象这样多头绪，似乎是比较复杂的问题，需要借助于数学方法给予解答。线性规划就是为了适应这样的需要而产生的。

假定以 x 代表产品的生产数量（ x_1 为产品A的生产数量， x_2 为产品B的生产数量， x_3 为产品C的生产数量），我们面临的问题就是正确决定产品A、B、C的生产数量（也就是求出 x_1 、 x_2 和 x_3 的数值），既可以充分利用各种资源，又使利润最大。

显然，这个问题的目标是谋求最大利润，而利润是由产品的品种及数量而决定的。以 Z 代表利润总额，可以将问题写成以下的目标函数或目标方程式：

$$\text{即 } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

$$\text{或 } Z = 7x_1 + 12x_2 + 11x_3$$

$7x_1$ 就是生产产品A可以获得的利润，显然随产量变化而变化，所以利润是产量的函数，亦称目标函数。不同的一组 x 值，导致不同的利润。

2. 约束条件

利润虽然随产品的产量增加而增加，但资源数量是有限的，因此产量不能无限制地增加。这就要求对各种资源的约束条件加以适当地考虑。

首先，让我们考虑第一种资源——煤。这种资源的总供应数量为360吨，三种产品在生产过程中都需要消耗该种资源，其单位产品的消耗分别为9吨、4吨、5吨。由于产品

A、B、C的生产量分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 公斤，则煤资源对这个规划问题的约束可以表述为：

$$9x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 360$$

按照同样的道理，可以列出其余的约束条件。对电力资源的需要不能超过其供应量 200 瓩，对劳动日需要不能超过其供应量 300 劳动日。用数学形式表示，这两个约束条件的方程为：

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 200$$

$$3x_1 + 10x_2 + 8x_3 \leq 300$$

任何生产计划都必须满足上述三种资源产生的约束条件，很明显，任何超过这些条件的生产计划都会因为资源短缺而无法实现。只有满足这三个约束条件，并使 z 值（利润总额）最大的生产计划（以一组 x 值表示），才是最优生产计划或最优生产方案。

3. 非负限制

利润最大的生产计划，决定于每种产品的产量，因为每种产品只能生产一定的数量或根本不生产，这就是说产量应作为正数或零，而不能取负值。所以，可以列出以下一组新的约束条件：

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

通常将上述约束称为非负限制。

4. 线性规划模型

综合以上几点，可得到下面的线性规划模型。

$$\max Z = 7x_1 + 12x_2 + 11x_3$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 360 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 200 \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 \leq 300 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

即在满足资源约束的条件下，求出产品 A、B、C 的产量 x_1 、 x_2 、 x_3 ，使获得的利润总额 z 最大。

第二节 有关线性规划的几个问题

一、线性规划的典型特征

线性规划可以用来解决经济领域特别是企业生产经营中遇到的很多实际问题，但这绝不表明这方面的所有问题都可以用线性规划来求解。有一些问题不属于线性规划的应用范畴，自然就不能用线性规划的方法求解。线性规划所解决的各种实际问题，必须符合一定的要求或条件。从前面的阐述和例子中，可以对线性规划问题归纳出以下一些典型的特征。

(1) 存在着决策者可以进行控制的一组变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ (通常将其称为决策变量)，要决策的问题与资源限制及决策变量之间可以建立起特定的数学关系。每一组变量的取值就代表了一个具体的行动方案，每个方案都是决策者采用线性规划模型优化方案时若干备选方案中的一种。因而，可以把决策变量考虑为一个过程，它的不同取值，表达了决策过程发展的不同结果。

(2) 资源的有限性要求决策的行为必须受到限制，

所以，决策变量的控制必须不违背决策者所受到的限制条件。正因为有了这些限制条件，才约束了方案的任意性，这组限制条件就是约束条件。线性规划问题的约束条件是限制决策者决策行为的数学描述，它往往由各决策变量之间存在的相互关系来表达。因此，必须能够把这种关系用线性等式或线性不等式来表述。

(3) 决策者必须有明确的欲达到的目标，这个目标与一个项目（如利润或成本）有关，并且使这个项目达到最大或最小。线性规划问题的目标、方程式，应表示成为决策者所要达到的最优目标与规划问题中各决策变量之间的线性函数关系，这就是目标函数。我们可以把目标函数理解为在线性规划问题中引入的一个新变量，将其标记为 z ，则 $z = f(x)$ 就表示这个有待最优化变量的函数值。

二、线性规划应用时的注意事项

线性规划与其它数学方法在实际应用时相类似，即能解决实际工作中的一些问题，也会出现一些困难。应注意加以解决。

(1) 在求解线性规划数学模型的时候，我们通常假定目标函数中的系数（通常用 c_j 表示），资源的数量（通常用 b_i 表示），约束条件组的消耗系数（通常用 a_{ij} 表示），都是确定的数值，在整个规划期内这些系数不发生变化。但由于我们要规划未来，而在未来的问题中，这些参数不可能一成不变，因此必须及时掌握反映当前情况的新数据，并应用新数据对线性规划问题进行修正分析（见第五章经济因素变动对优化方案的影响）。描述情况的数据越真实，则方案越可靠。

(2) 在规划问题中, 线性规划有着公认的行之有效的求解方法——单纯形法。在实际应用中, 有些并不完全是线性规划的问题, 也可以变换为线性规划来加以求解, 并取得较为满意的结果。但这并不表明线性规划对一切规划问题都可随意变换使用, 在非线性条件下滥用线性规划, 结果通常是错误的。

三、线性规划的局限性

线性规划虽在经济领域的各类问题中得到广泛应用, 但仍存在某些局限性, 还处在不断发展、充实之中。

第一个局限性是目标单一。例如, 不是求利润最大, 便是求成本(费用)最小, 但在实际经济活动中, 人们遇到的问题往往并不那么单纯, 要求达到的目标往往并非一个而是多个。这些众多目标有主次、先后及缓急之分, 且可能是相互矛盾及排斥的。在这些问题面前, 就必须在线性规划基础上, 应用美国学者查尔斯和库伯1961年提出的目标规划, 以解决多目标规划的优化问题。

第二个局限性是线性规划不可能保证求得整数解。在一般情况下, 四舍五入可获得合理的解答, 但在某些情况下, 这种解答可能导致错误的结论。例如, 工厂船用柴油机的最优生产规划, 如若用线性规划求解有可能出现小数, 鉴于船用柴油机产品的整体性, 非整数解便无实际意义, 而舍入取整往往会导致规划并非最优, 在这种情况下就必须在线性规划基础上应用整数规划来求解。

第三个局限性是线性的范畴。企业经营管理中的实际问题及各项变量之间, 并不一定都是直线相关关系。所以, 非

线性规划仍然具有实际应用意义，但线性规划方法不能解答。

综上所述，线性规划是一个卓有成效、应用广泛的方法，但不能应用于解决所有的实际问题。