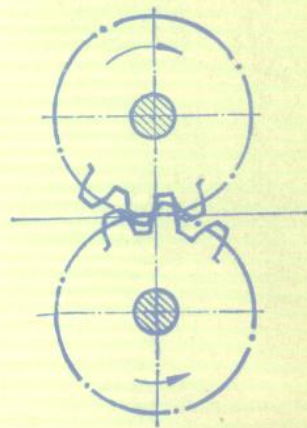


工程力学

下 册

上海交通大学力学教研组

上海科学技术出版社



71.212
115
2:1

工 程 力 学

下 册

上海交通大学力学教研组

(11.21.212)

上海科学技术出版社



内 容 提 要

本书系教学用书,可供高等院校机械制造、动力机械等专业教学使用,亦可供有关工人和技术人员参考。

本书分上下二册出版,共分四篇。上册包括第一篇:静力学。讨论了构件的外力分析和在各种力系作用下的平衡条件。第二篇:材料力学。讨论了杆件在拉压、弯曲、剪切、扭转四种基本变形下以及组合变形下的强度、刚度问题。下册包括第二篇的三章:讨论交变应力下的强度、压杆稳定性和电测应力概论。第三篇:运动学和动力学。讨论质点的运动、构件的定轴转动、运动的分解与合成、动静法、机械能与功、碰撞以及机械振动基础。第四篇为专题:讨论图解法、能量法、超静定问题、厚壁筒和线弹性断裂力学简介。

工 程 力 学

下 册

上海交通大学力学教研组

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 上海中华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 21.5 字数 514,000

1978年5月第1版 1978年5月第1次印刷

书号: 15119·1909 定价: 2.25 元

目 录

第二篇 材料力学(续)

第八章 电测应力分析概论	1
§ 8-1 概述	1
§ 8-2 电测应力分析的基本原理	1
§ 8-3 应变及应力的测定 广义虎克定律	6
§ 8-4 电阻应变片的粘贴	16
§ 8-5 电测应力中的其它问题简介	18
小结	19
复习思考题	20
习题	21
第九章 交变应力下的强度计算	23
§ 9-1 工程实例及循环特征	23
§ 9-2 “疲劳”破坏	25
§ 9-3 材料的疲劳极限及其测定方法	27
§ 9-4 影响疲劳极限的因素	31
§ 9-5 构件在交变应力下的强度校核	37
§ 9-6 提高构件疲劳强度的措施	47
小结	52
复习思考题	53
习题	54
第十章 压杆的稳定性	56
§ 10-1 压杆稳定的概念	56
§ 10-2 细长压杆的临界力	58
§ 10-3 压杆的临界应力	63
§ 10-4 压杆的稳定计算	67
§ 10-5 提高压杆稳定性的一些途径	71
小结	73
复习思考题	75
习题	75

第三篇 运动学和动力学

第一章 质点的运动	79
§ 1-1 引言	79

§ 1-2 构件的平动 质点	80
§ 1-3 点的直线运动	81
§ 1-4 用直角坐标法研究点的平面曲线运动	87
§ 1-5 用自然法研究点的平面曲线运动	90
§ 1-6 动力学基本方程式	95
§ 1-7 动力学基本方程式应用举例	97
小结	101
复习思考题	101
习题	102
第二章 构件的定轴转动	105
§ 2-1 定轴转动构件的转动方程式 角速度 角加速度	105
§ 2-2 定轴转动构件上各点的速度和加速度	108
§ 2-3 定轴轮系的传动比	110
§ 2-4 转动定理	112
§ 2-5 转动惯量	116
小结	120
复习思考题	121
习题	121
第三章 动静法	124
§ 3-1 动静法	124
§ 3-2 构件绕定轴转动时的动反力 静平衡和动平衡的概念	127
§ 3-3 构件加速平动或匀速转动时的应力	133
小结	136
复习思考题	136
习题	137
第四章 机械能与功	140
§ 4-1 功和能的概念	140
§ 4-2 功的计算	141
§ 4-3 功率	145
§ 4-4 动能 动能定理	147
§ 4-5 动能定理在飞轮计算中的应用	153
§ 4-6 势能(位能) 机械能守恒定律	155
小结	158
复习思考题	160
习题	160
第五章 碰撞	163
§ 5-1 碰撞现象及其特点	163
§ 5-2 动量定理	164
§ 5-3 碰撞过程的两个阶段 恢复系数	167
§ 5-4 碰撞时动能的损失 打击效率	168
§ 5-5 构件受冲击时的应力和变形	171
小结	176

复习思考题	176
习题	177
第六章 机械振动基础	179
§ 6-1 机械振动的概念	179
§ 6-2 自由振动	180
§ 6-3 受迫振动	188
§ 6-4 杆件受迫振动时的应力计算	192
§ 6-5 减振与隔振	193
小结	197
复习思考题	198
习题	198
第七章 运动的分解与合成	202
§ 7-1 点的运动的分解与合成	202
§ 7-2 点的速度合成定理	203
§ 7-3 构件的平面运动	206
§ 7-4 平面运动分解为平动和转动	208
§ 7-5 平面运动构件上各点的速度	209
小结	216
复习思考题	216
习题	216

第四篇 专 题

第一章 力系合成(或平衡)与弯曲变形的图解法	221
§ 1-1 图解法求平面力系的合力	221
§ 1-2 图解法求简支梁的支座反力	223
§ 1-3 图解法作梁的弯矩图	224
§ 1-4 图解法作梁的近似弹性曲线	226
小结	231
复习思考题	231
习题	232
第二章 能量法	233
§ 2-1 弹性变形能的概念与功能原理	233
§ 2-2 杆件基本变形的变形能计算	235
§ 2-3 莫尔积分法	239
§ 2-4 图乘法	243
§ 2-5 功的互等定理和位移互等定理	248
§ 2-6 卡氏定理	249
小结	252
复习思考题	253
习题	254

第三章 超静定问题	256
§ 3-1 超静定问题实例及其特点	256
§ 3-2 解简单超静定问题的基本方法	258
§ 3-3 装配应力与温度应力	263
§ 3-4 连续梁与三弯矩方程式	267
§ 3-5 简单超静定刚架及正则方程式	275
小结	283
复习思考题	284
习题	285
第四章 厚壁圆筒	287
§ 4-1 厚壁圆筒的轴向应力	287
§ 4-2 厚壁圆筒的周向应力和径向应力	288
§ 4-3 受内压厚壁圆筒的强度计算	295
§ 4-4 过盈配合与组合筒的应力计算	298
小结	305
复习思考题	306
习题	307
第五章 线弹性断裂力学简介	309
§ 5-1 材料力学与断裂力学	309
§ 5-2 线弹性断裂力学的基本理论	310
§ 5-3 应力强度因子 K 的计算资料	318
§ 5-4 线弹性断裂力学在小塑性区的推广应用	324
§ 5-5 断裂韧性 K_{I0} 的测试原理与方法	327
§ 5-6 线弹性断裂力学的工程应用	332
小结	336
复习思考题	338
习题	338

第二篇 材料力学(续)

第八章 电测应力分析概论

§ 8-1 概 述

随着社会主义建设的不断发展,对工程技术提出了许多新的要求和问题。如在机械制造及船舶动力机械方面出现的许多新型机构,它们的构件形状、载荷情况及工作条件都很复杂,设计中存在不少目前尚难进行理论计算的问题,其中包括许多力学问题。我们必须按照“实践、认识、再实践、再认识”的认识论,经过调查,总结实践经验,进行初步设计,再通过实验或实践,对理论计算作检验修正,不断改进提高。也可以直接通过科学实验对实际结构或模型进行应力测定,为设计提供参考依据。这种应用实验的方法研究和了解工程结构或构件的应力(应变)大小及其分布的学科,就叫实验应力分析。随着生产不断发展的需要,实验应力分析已形成一门专门的学科,在生产中被广泛应用。

例如我国自行设计制造的万吨水压机,采用了以焊代铸的先进工艺,自重大大减轻,它的上、中、下三个横梁的重量由原来 1110 吨减轻为 570 吨,节约材料约为原重量的一半。对于其结构强度,通过实验应力分析进行了验证,证明了我国工人阶级学习运用毛主席的光辉哲学思想,战胜了许多困难而造出来的万吨水压机完全符合设计要求;又如上海某单位自行设计制造的 60 吨桅杆式起重机代替 40 吨塔式起重机,可以节约钢材 190 吨及制造费用 60 余万元,为了验证其结构强度是否符合设计及使用要求,也是通过电测应力分析解决的;在十二万五千瓩双水内冷汽轮发电机锅炉的建造过程中,也曾运用电测的方法测量焊缝残余应力,为选择合理的焊接工艺提供了依据等等。从以上参加科学实验的几个实例可以看出,掌握了实验应力分析方法可以使力学更好地为三大革命运动服务。

测定应力的实验方法很多,如机械测定法、电测法、光测法、涂漆法等等。这些方法各有特点。其中的电测法,由于它主要是利用电学的方法来测量各种非电量(如:变形、位移、速度、加速度、压力……),测试精确度、灵敏度均较高,又便于远距离测量,因而特别适用于对实际结构的直接测量,目前应用很广。本章主要对电测应力的方法作一简略介绍。

§ 8-2 电测应力分析的基本原理

(一) 转换原理

电测应力的目的是运用电测的方法测定工程结构或构件的应力大小及分布。由于应力一般不能直接测出来,所以电测应力实际上是利用电学原理测得结构、构件的变形(应变),

然后再运用应力与应变的关系,将应力计算出来的。

怎样利用电学方法来测量应变呢?由实验可知,金属电阻丝的电阻与其长度成正比,与其截面面积成反比,即

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

式中 R ——金属电阻丝的电阻值;

l ——金属电阻丝的长度;

A ——金属电阻丝的截面面积;

ρ ——金属电阻丝的电阻率,即电阻丝单位长度、单位截面面积的电阻。

当电阻丝受力作用发生变形时,电阻丝长度、截面面积均将发生变化,电阻 R 也随之变化。根据实验结果,在一定范围内,金属电阻丝单位电阻的变化量 $\frac{\Delta R}{R}$ 与其单位长度的变化量 $\frac{\Delta l}{l}$ 成正比,即

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta l}{l} = K \varepsilon \quad (8-1)$$

式中 ΔR ——电阻丝变形后产生的电阻变化量;

K ——与电阻丝的横向变形系数 μ 、电阻率 ρ 有关的比例常数,称为电阻丝的灵敏系数, K 值愈大,灵敏度愈高;

ε ——电阻丝的应变值。

因此,只要测得电阻丝的电阻变化量,通过(8-1)式,就可以得到应变值 ε 。为了测得构件上某一点的应变,我们将电阻丝制成电阻应变片,用特制胶水牢固地粘贴在待测构件的表面上某点,使成为一体,能随构件一起变形,则测得的应变值就代表构件上该点的应变(实际为一较小面积内的平均值)。这样,经过电阻应变片的转换可得到一点的应变值,再运用应力-应变公式就可计算出构件上该点的应力值。

(二)电阻应变片

由上可知,电阻丝在测量中起转换的作用,通过它将几何量(应变)的变化转换为电阻的变化,一般称为转换器(转换片)。它通常由金属电阻丝绕成栅状,称为敏感栅,再用特制胶水粘贴在两层半透明薄纸或塑料薄片内而成,称为电阻应变片,简称应变片。图 8-1 所示为

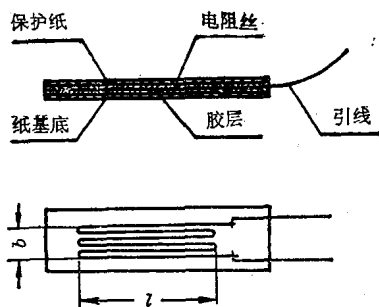


图 8-1 丝式应变片

丝式应变片,它的敏感栅常用直径为 $0.02 \sim 0.05 \text{ mm}$ 的康铜丝或镍铬合金丝绕制而成,用厚 0.05 mm 左右的薄纸作为基底,尾部有直径为 $0.1 \sim 0.2 \text{ mm}$ 的镀银铜丝作为引线与外接导线焊接。基底也有用塑料薄片制成的,它和纸基底有相同作用,均能使敏感栅定位及保证敏感栅与构件之间的绝缘作用。

电阻应变片所以要绕成栅状,是因为试验时测量的是电阻的变化量 ΔR ,而受力构件处在弹性范围内,变形很小,故电阻的变化量 ΔR 也很小,为了提高测量精度,我们希望电阻丝的初始电阻 R 尽量大些,即电阻丝的长度越长、截面越细越好,这样,电阻变化量 ΔR 也可大些,易于测量。但由于测得的应变值是电阻丝全长的平均值,不能代表构件

上的一点应变,因此又希望电阻丝尽量短些,以便测量一点上的应变,为了解决这个矛盾,通常就将电阻丝绕成栅状,使电阻丝较长,初始电阻较大,而测量的范围较小,可近似地代表一点。

电阻应变片的基本参数包括:标距 l , 宽度 b (图 8-1), 灵敏系数 K 及电阻值 R 。

其它尚有箔式应变片,它的敏感栅由 $0.003 \sim 0.01\text{mm}$ 的金属箔腐蚀而成,一般多为塑料基底,如图 8-2 所示。箔式应变片在测量性能及加工方面均较丝式应变片为好,目前应用已日益广泛。另外还有灵敏系数很高的半导体应变片及多种专门用途的电阻应变片等,可参阅有关资料。

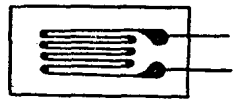


图 8-2 箔式应变片

(三) 测量原理及电阻应变仪

构件表面待测点应变片的电阻变化量 ΔR 是很小的,一般只有百分之几欧姆,如用普通万用电表是很难测量出来的,所以通常多采用电桥零位读数法来测量。此方法的原理如下:

电桥(也叫四臂电桥或惠司登电桥)由四个电阻组成,如图 8-3a 所示。设电桥的电阻 R_1 为工作应变片的电阻,粘贴在构件表面待测点,并用导线接至电桥中作为一个桥臂,另一桥臂 R_2 是与 R_1 电阻值相等但不发生变形的应变片的电阻(其作用将在后面讨论)。 R_3 与 R_4 为另外两个阻值相等的已知电阻,在 R_3 与 R_4 之间串联一个可变电阻,当指针向左或向右移动时可用以改变 R_3 与 R_4 的实际电阻值,如图 8-3b 所示。

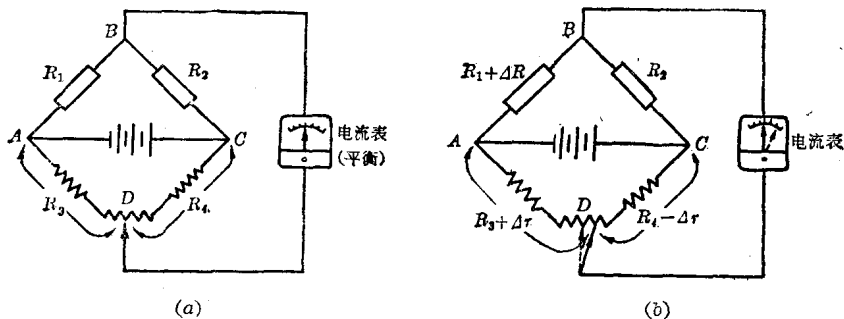


图 8-3

当构件未受力作用时,工作电阻应变片 R_1 无应变,其电阻值无变化,电桥处于平衡状态,在电路中 B 、 D 两点间电位差等于零,电流表中无电流通过,指针指在零位(图 8-3a)。此时电桥的平衡条件可写成:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

当构件受力产生变形后,工作电阻应变片 R_1 的电阻值随之发生变化。设变化量为 ΔR , 则电阻值由 R_1 变为 $R_1 + \Delta R$, 此时电桥失去平衡, BD 间产生一电位差,电流表中有电流通过,指针就发生偏转,如图 8-3b 中虚线所示。要使电桥保持平衡,可以改变 D 点的电阻,使电阻 R_3 增加一个 Δr 值,同时使 R_4 也减少了一个 Δr 值,直至 BD 间电位差等于零,电流表指针又回至零位,则电桥重新处于平衡状态。设此时电阻调整值为 Δr , 则 R_3 改变为 $R_3 + \Delta r$, R_4 随之改变为 $R_4 - \Delta r$, 电桥的平衡条件可写成:

$$\frac{R_1 + \Delta R}{R_2} = \frac{R_3 + \Delta r}{R_4 - \Delta r}$$

上式移项整理后得:

$$R_1 R_4 - R_1 \Delta r + R_4 \Delta R - \Delta R \Delta r = R_2 R_3 + R_2 \Delta r$$

式中 $R_1 R_4 = R_2 R_3$; $\Delta R \Delta r$ 为两个微量的乘积, 属于高阶微量, 与其它各项相比较, 可以略去。

令 $R_1 = R_2 = R$, $R_3 = R_4 = r$ 。于是得到:

$$\begin{aligned} r \Delta R &= 2 R \Delta r \\ \frac{\Delta R}{R} &= \frac{2 \Delta r}{r} \end{aligned} \quad (8-2)$$

将(8-1)式代入(8-2)式, 得:

$$\begin{aligned} K \varepsilon &= \frac{2 \Delta r}{r} \\ \varepsilon &= \frac{1}{K} \cdot \frac{2 \Delta r}{r} = \left(\frac{1}{K} \cdot \frac{2}{r} \right) \Delta r \end{aligned} \quad (8-3)$$

式中 Δr ——使电桥重新平衡时电阻的调整值;

ε ——构件表面被测点的应变值;

K ——电阻应变片的灵敏系数。

这样, 根据电桥保持平衡测得电阻调整值 Δr , 由(8-3)式就可得到相应点的应变值 ε , 此种方法称为零位读数法。为了读数方便, 在电桥的调节刻度盘上不是刻出 Δr 值, 而是经过换算后直接刻出 ε 值。在仪器上还装有灵敏系数调整器, 已将 K 值进行换算, 测量时只要将电阻应变片的灵敏系数 K 对准调整器上相应的 K 值, 测出的数值即为所需的应变值。

实际上, 由于应变片产生的电阻改变量很小, 通过电流表的电流也很微弱, 若直接用电流表测试, 则对电流表要求很高, 灵敏度也受到一定限制, 且不易调整, 所以目前除数字显示式外, 均采用普通的微安电流表, 并在电流表前装置电子管或半导体放大器, 使电桥输出端的讯号经过几万倍的放大, 再由电流表显示出来。因为仪器可直接读出构件被测处的应变 ε , 故称为电阻应变仪。其结构原理示意图见图 8-4。具体结构较复杂, 可参考有关仪器说明书, 这里不作详细介绍了。

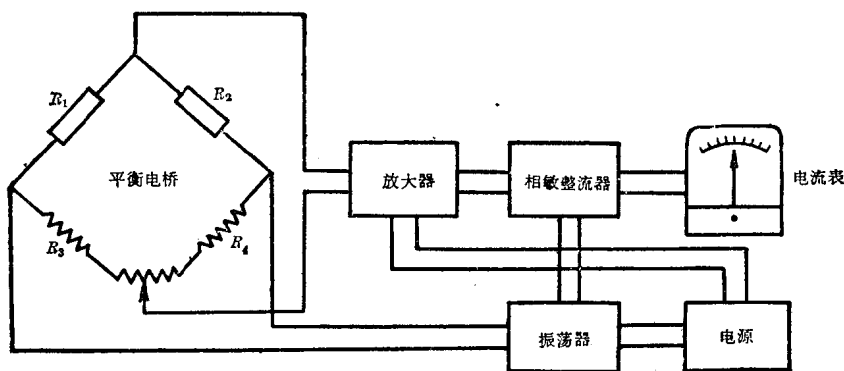


图 8-4 电阻应变仪原理图

电阻应变仪的优点是具有灵敏度高、稳定性好、测量读数精确可靠、使用方便, 且能进行远距离及非破坏性的静态和动态应变测量, 进行较复杂的实验应力分析。将应变片与一定的弹性元件配合, 组成不同的传感器(转换器), 还可用来测量压力、重力、扭矩、位移、加速度、振动等物理量。采取不同的措施还可适应各种复杂工作环境中的测量, 如水下、高压、高

温、低温、旋转体等情况下的应力测量,这在工程设计及科学研究工作中已被广泛应用。由于工作应变片一般只能贴在待测构件的表面,因此它的缺点是不能直接测量构件的内部应力。

电阻应变仪型号繁多,我国已有专门工厂进行生产。常用的有静动态电阻应变仪(如 YJD-1 型、YJD-7 型),静态电阻应变仪(如 YJ-5 型、YJB-1 型),动态电阻应变仪(如 Y6D-2 型、Y6D-3 型)。图 8-5 为常用的 YJD-1 型静动态电阻应变仪外形图。

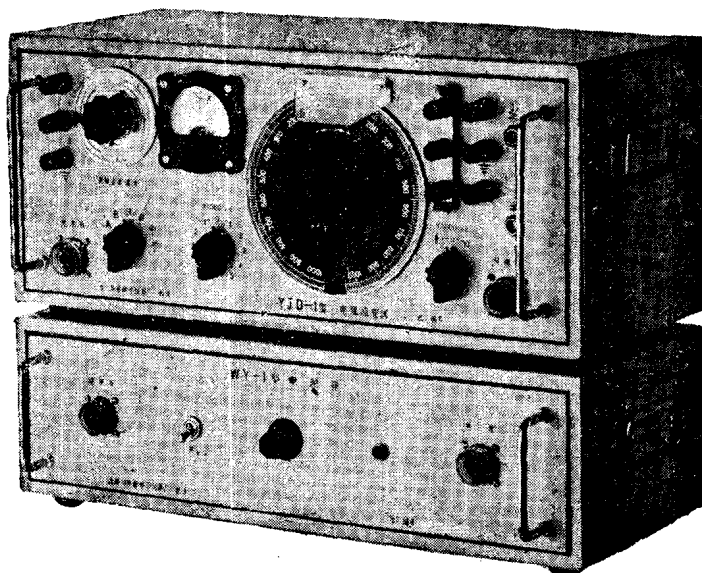


图 8-5 YJD-1 型电阻应变仪外形

(四) 温度补偿

毛主席教导我们:“要善于去观察和分析各种事物的矛盾的运动,并根据这种分析,指出解决矛盾的方法。”为了准确地测得应力,现在来分析一下电阻应变片的工作情况。在一般情况下,电阻应变片的电阻除了因变形会引起改变外,还会因温度变化而改变,这包括电阻应变片本身因温度变化而产生的电阻改变值 ΔR_t^i 及工作应变片与构件的线膨胀系数不相等而产生的电阻改变值 ΔR_t^e , 即 $\Delta R_t = \Delta R_t^i + \Delta R_t^e$, 它也会使电桥失去平衡,因而使测量的结果包含有温度产生的应变值,不能反映构件由载荷所引起的真实应变。例如,对于钢制构件,用镍铬丝电阻应变片($R=120\Omega$, $K=2.05$),当温度改变 1°C 时,一般可产生的虚假应变达几十个 $\mu\epsilon$ (微应变),这给试验结果带来相当大的误差,必须设法消除。

上述误差一般采用温度补偿法来消除。常用的是在电桥电路中,使相邻两个桥臂的电阻相等,即 $R_1=R_2$, $R_3=R_4$, 并将 R_2 电阻片粘贴在温度条件及材料均与待测构件完全相同但不受力作用的物体上,此物体叫做补偿块(或平衡块),电阻 R_2 称为温度补偿电阻。这样, R_1 与 R_2 仅仅因温度而引起的变化将相同,即 $\Delta R_1=\Delta R_2$, 从而可将温度影响消除。这是因为在温度未变化前,当电桥平衡时:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

即

$$R_1 R_4 - R_2 R_3 = 0$$

若无外力作用,而温度变化了,则 R_1 及 R_2 分别变为 $R_1 + \Delta R_1$ 及 $R_2 + \Delta R_2$, 代入上式,

得:

$$(R_1 + \Delta R_1) R_4 - (R_2 + \Delta R_2) R_3 = R_1 R_4 - R_2 R_3 + \Delta R_1 R_4 - \Delta R_2 R_3 \equiv 0$$

上式恒等于零,说明电桥始终保持平衡,所以因温度变化所产生的影响由于应用了补偿电阻而被消除了。

§ 8-3 应变及应力的测定 广义虎克定律

对工程结构或构件需要进行应力测试时,首先要明确实验目的与要求,定出应力测试方案,然后根据实验的要求,对被测结构或构件受力情况进行分析,找出其危险截面及危险点,确定测点位置,再按该点的应力状态布置应变片。

(一) 单向应力状态

当构件受简单拉伸(或压缩)作用及纯弯曲作用时,属于单向应力状态,主应力方向已知,这时只要沿主应力方向贴一片电阻应变片 R_1 (图 8-6),测得 ε_1 ,即可由应力-应变公式(即虎克定律)求得应力:

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1$$

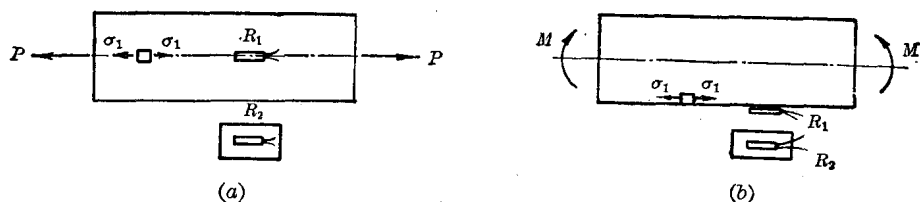


图 8-6

有时,为了方便,我们也可以将温度补偿片(简称补偿片)粘贴在构件上,例如紧靠在与工作片相互垂直的方向上,如图 8-7 所示。这样,由于补偿片 R_2 也将随构件产生缩短变形,对照图 8-3 的桥路可知,由于 R_2 的变化是减小,与 R_1 的变化相反,使仪器的电流表指针继续向同一方向偏转,此时仪器读数包括工作片 R_1 及补偿片 R_2 应变值的总和,即

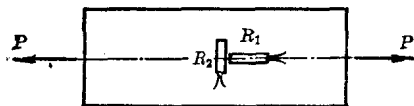


图 8-7

由于

代入上式,得:

$$\varepsilon_{\text{总}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_2 = -\mu \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_{\text{总}} = \varepsilon_1 + \mu \varepsilon_1 = (1 + \mu) \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{\text{总}}}{1 + \mu}$$

$$\sigma_1 = E \varepsilon_1 = \frac{E \varepsilon_{\text{总}}}{1 + \mu}$$

式中 $\varepsilon_{\text{总}}$ ——仪器上应变值的读数;

E 、 μ ——分别表示构件材料的弹性模量、泊松比。

可见,这种方法使仪器读数 $\varepsilon_{\text{总}}$ 比实际应变值 ε_1 大 $1 + \mu$ 倍,即相当于电桥灵敏度增大

了 $1+\mu$ 倍, 而且省去了补偿块, 又能保证有效的温度补偿, 故在粘贴位置允许的情况下, 也常采用。

由此例也可看出, 补偿片可以贴在补偿块上接入电桥, 进行温度补偿, 也可以贴在构件上一起变形, 既起温度补偿作用, 又能提高测量的灵敏度。但必须根据电桥的特性, 将补偿片 R_2 贴在与工作片 R_1 的应变值有一定关系而方向相反的位置上。例如对于纯弯曲变形下的应变测量也可运用这一特性。如图 8-8 所示, 将 R_2 贴在与 R_1 同一截面而应变大小相等、方向相反的对应点上, 则

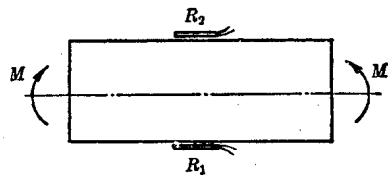


图 8-8

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_1 + |-\varepsilon_1| = 2\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{2}$$

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 = \frac{E\varepsilon_{\alpha}}{2}$$

这样, 使测量的灵敏度提高了一倍。

(二) 二向(平面)应力状态

1. 主应力方向已知时: 例如受内压作用的薄壁容器(锅炉、压力筒、氧气瓶等), 若沿容器的纵截面及横截面方向切取单元体, 单元体上分别作用有主应力 σ_1 及 σ_2 (图 8-9), 可知在容器外表面上各点属于二向应力状态。此时单向拉伸的虎克定律不能直接应用, 因为在二向应力作用下, 在 σ_1 方向的变形不仅受 σ_1 作用而伸长, 还会受到 σ_2 的作用而缩短, 所以先要讨论二向应力状态下应力与应变的关系。

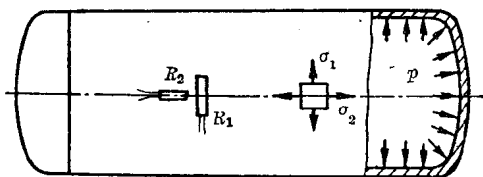


图 8-9

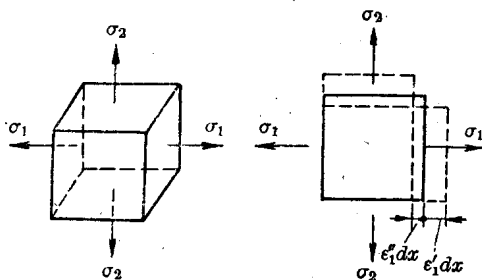


图 8-10

(1) 二向应力状态下应力与应变的关系: 对于二向应力状态的单元体(图 8-10), 由于在弹性范围内变形很小, 一般可分别计算 σ_1 、 σ_2 单独作用时的应变, 然后迭加起来, 即得总的应变值。

单元体在 σ_1 方向的应变包括两部分:

1) 由于 σ_1 作用而引起的纵向伸长:

$$\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E}$$

2) 由于 σ_2 作用而引起的横向缩短:

$$\varepsilon''_1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E}$$

则在 σ_1 方向的总应变为:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + \varepsilon_1'' = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2) \quad (8-4a)$$

(8-4a)式就是在 σ_1 方向由于 σ_1 及 σ_2 同时作用所产生的应变计算式。

同理,可以推得单元体在 σ_2 方向及 σ_3 ($\sigma_3=0$) 方向的总应变为:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + \varepsilon_2'' = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1) \quad (8-4b)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_3' + \varepsilon_3'' = -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (8-4c)$$

这种由主应力引起的应变称为主应变,即最大应变。(8-4)式就是平面应力状态下主应变的计算式,也称为广义虎克定律。为了应用方便,也可将(8-4a)式与(8-4b)式联立求解,改写成下式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \end{aligned} \right\} \quad (8-5)$$

如果单元体上同时有剪应力作用(图8-11),实践证明,在弹性范围内可不考虑剪应力的影响,仍应用(8-4)及(8-5)式计算平面应力状态下的应变,即

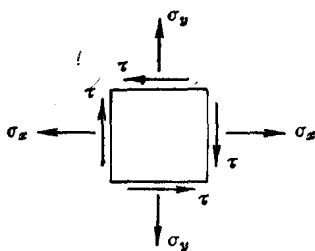


图 8-11

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \\ \varepsilon_z &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \end{aligned} \right\} \quad (8-6)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) \end{aligned} \right\} \quad (8-7)$$

(8-6)及(8-7)式是平面应力状态下广义虎克定律的一般形式。若已知 x 、 y 方向的应变 ε_x 及 ε_y , 就可由(8-7)式求得 σ_x 及 σ_y 了。

由剪应力 τ 引起的剪应变 γ , 可按剪切虎克定律 $\tau = G\gamma$ 计算, 见(6-5)式。

(2) 应力测定: 沿主应力 σ_1 、 σ_2 方向贴两片电阻应变片(图8-9), 测得应变值 ε_1 、 ε_2 后, 运用(8-5)式即可计算出主应力 σ_1 及 σ_2 。

[例 8-1] 某压缩空气瓶, 受内压作用时, 测得外壁某点周向应变值 $\varepsilon_1 = 820 \times 10^{-6}$, 轴向应变值 $\varepsilon_2 = 210 \times 10^{-6}$ 。若空气瓶材料的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 泊松比 $\mu = 0.28$, 试求该点主应力 σ_1 及 σ_2 之值。

解: 由广义虎克定律(8-5)式可算得:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) = \frac{2.1 \times 10^6}{1-0.28^2}(820 \times 10^{-6} + 0.28 \times 210 \times 10^{-6}) = 2002 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) = \frac{2.1 \times 10^6}{1-0.28^2}(210 \times 10^{-6} + 0.28 \times 820 \times 10^{-6}) = 1002 \text{ kg/cm}^2$$

在实际测量中, 若测点较多, 就要逐点代入公式进行计算。为了避免繁琐的计算, 快速地由应变值定出应力值或对计算值进行校核, 工程上也常根据计算公式按一定的材料及比

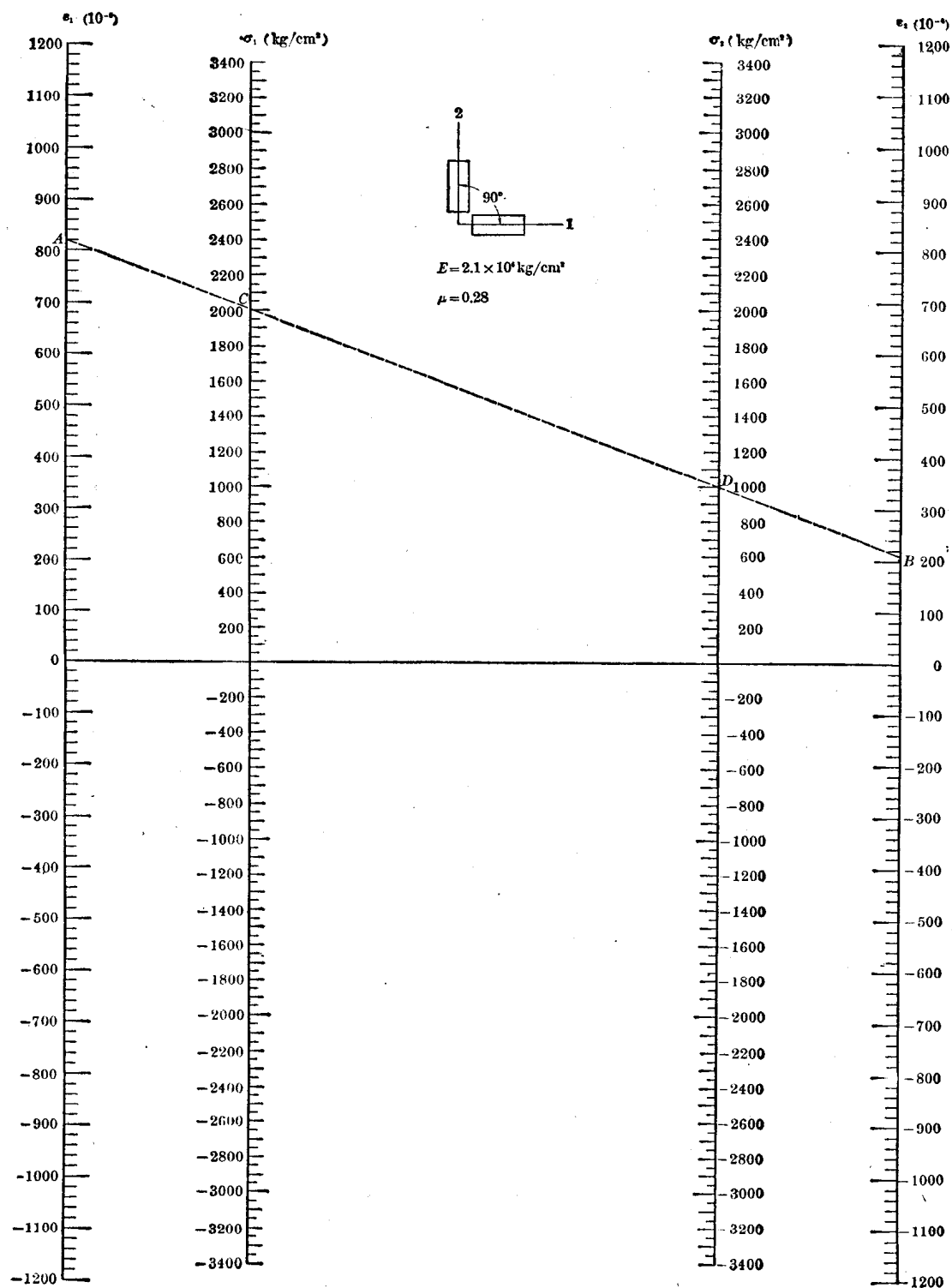


图 8-12 由主应变求主应力的列线图

例尺绘制成图表备用,这就是图解法。下面介绍一种较简便的列线图法,如图8-12是按照钢材的 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\mu=0.28$ 绘制的。其用法是已知 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 值时,在图8-12中的 ε_1 及 ε_2 列线上找出相应的两点 A、B。然后在 AB 间连一直线,与 σ_1, σ_2 列线相交于 C、D 两点,即为相应的 σ_1, σ_2 值。

上例中: $\varepsilon_1=820 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_2=210 \times 10^{-6}$, 由图8-12找到 A、B 点,连直线交 σ_1, σ_2 列线于 C、D 点,得到 $\sigma_1=2000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_2=1000 \text{ kg/cm}^2$ 。与计算的结果进行比较,误差很小,用于多点测量求应力或校核计算结果甚为简便。但要注意,列线图是根据一定的材料弹性常数 E, μ 绘制的,不同的材料要绘制不同的列线图。

[例8-2] 已知圆轴的直径及材料的弹性常数 E, μ 。试测量圆轴承受的扭矩。

解: 圆轴扭转时,扭矩 $M_n = \tau W_n$, 要测得扭矩 M_n 的大小,只需测量 τ 即可。由于圆轴扭转时属于纯剪切应力状态 $\tau = \sigma_1 = -\sigma_3$, 所以沿 σ_1, σ_3 方向贴两片应变片 R_1, R_2 (图8-13a), 测得应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, 即可计算出扭矩的大小。但在工程上为了方便和提高测量的精确度与灵敏度,通常是将工作片 R_1 贴在与轴线成 -45° 方向(σ_1 方向), 将补偿片 R_2 贴在与 R_1 垂直方向(σ_3 方向)上。另外取两片电阻值与 R_1 相等的应变片 R_3 与 R_4 , 分别贴在与 R_2, R_1 相对应的方向上,并将 R_1, R_2, R_3, R_4 组成一电桥(图8-13b)接入应变仪,此种接法,称

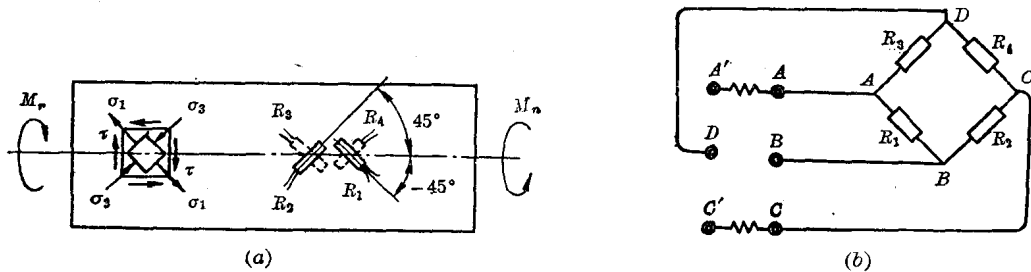


图 8-13

为全桥接法。由于 R_1 与 R_2, R_3 与 R_4 产生的应变大小相等,方向相反,由电桥特性可知,在仪器上的读数实际为四个应变片应变值的总和,即

$$\varepsilon_{\text{总}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 = \varepsilon_1 + |- \varepsilon_1| + \varepsilon_1 + |- \varepsilon_1| = 4\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{\text{总}}}{4}$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 - \mu\varepsilon_1) = \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_1 = \frac{E}{4(1+\mu)} \cdot \varepsilon_{\text{总}} = -\sigma_3 = \tau$$

所以

$$M_n = \tau W_n = \frac{EW_n}{4(1+\mu)} \cdot \varepsilon_{\text{总}}$$

2. 主应力方向未知时: 例如弯扭组合变形构件表面的单元体(图8-14a), 主应力方向未知。更为一般的情况是单元体上有三个应力, 即 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ (图8-14b)。现在以这种最一般的平面应力状态为例, 讨论如何通过测量应变来求得主应力 σ_1, σ_2 的大小及其方向。

图8-14b所示单元体上作用有三个未知应力 σ_x, σ_y 及 τ_{xy} , 这就需要通过一点测出任意三个方向的应变值 $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$, 求得 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ 后才能解得, 然后再由应力圆求出主应力的方向。为此, 先要分析任意方向 α 的应变 ε_α 与 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ 的关系(图8-15)。为了清楚起见, 我们采用迭加法进行分析。

(1) 单独研究 ε_α 与 ε_x 的关系(图8-16);