模型试验的理论和方法

左东启等编著

模型试验的理论和方法

左东启等编著

水 利 电 力 出 版 社

内容提要

本书是一本较全面系统地论述物理模型理论和试验方法的专著。全书可分为三部分：第一部分（第一、二、三章）介绍模型相似的基本理论；第二部分（第四、五、六、七、八章）介绍水流及泥沙模型试验；第三部分（第九、十、十一）介绍结构模型试验。

本书虽以水利工程问题的模型研究作为主要讨论对象，但其基本理论和方法可运用于其它学科领域。

本书可作为水利专业或其它有关专业研究生本科师生教学参考书，并可供有关科研和工程技术人员参考。

模型试验的理论和方法

左东启等编著

*

水利电力出版社出版

（北京三里河路6号）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米　16开本　21.125印张　480千字

1984年8月第一版　1984年8月北京第一次印刷

印数 0001—5180册　定价 2.50元

书号 15143·5438

前　　言

长期以来模型试验一直是解决工程复杂课题的重要手段。

随着科学技术的进步，模型试验一方面有某些功能可以被计算技术或其他方法所代替，一方面却深入到越来越多的领域，不仅在目前仍有重要的实用意义，而且具有广阔的发展前景。

新兴计算工具的出现，看来可省去一部分模型试验的任务，但同时也被模型试验所吸收利用，并将进一步丰富提高模型试验的技术。

讲述模型试验理论和方法的论著多散见于期刊杂志上，专书则出现于三、四十年代，在六十年代出版较少，近几年中较系统的专著却不断问世。由此也可看出这门学科日益发展的状况。

国内在水工模型试验方面，五十年代后期陆续出版了一些专门著作和教科书，近年来不少同志在继续编写这方面的读物。但在教学和科学实验上仍感到需要有一本内容稍全面，能反映一些新成就而又适于初学者阅读的书籍。我们在学习这些著作的基础上编写了这本《模型试验的理论和方法》。

本书就水利、水电、水运事业中的科学实验问题阐述物理现象相似的基本规律和模型试验的理论及技术。所述各种专门问题虽以水工水力学问题、河流泥沙问题和坝工结构问题为主，但资料来源、应用范围又并不局限于水利，而与其他专业具有共同的理论基础和研究方法，在具体问题上也是互相联系、互相渗透、互相借鉴的。

全书共十一章，大体可分为三部分：模型相似基本理论，水流模型试验和结构模型试验。书中除阐述一般规律外，还尽可能通过实例进行解说。水流模型试验着重在模型相似律和模型设计方法的论述，至于试验设备和试验技术则因一般基本的多为读者所熟知，而各种专门设备和技术细节的介绍又需花费大量篇幅，所以尽量省略。结构模型试验则除模型律外，还对试验技术如模型制作、量测方法以至操作、工艺方面的内容作了必要的说明。

本书第一、二、三章由左东启编写，第四、五章由王世夏编写，第六章由刘大恺编写，第七章由过达、顾家龙编写，第八章由夏维洪编写，第九章由陈国桀编写，第十章由陈国桀、沈家荫编写，第十一章由夏颂祐编写。全书除由左东启校阅外，各章作者还相互进行了审查和修改，书稿付印前又由王世夏对全稿进行了校勘。

本书提纲拟出后，曾请有关单位审阅，收到水利水电科学研究院，南京水利科学研究所，江西、广东、云南水利水电科学研究所，成都科学技术大学，合肥工业大学，水电部成都勘察设计院，中国矿业学院等单位同志提出的宝贵意见。初稿完成后经华东水利学院有关教研室和科研所同志初步审查。最后又经吴持恭教授、张镜剑副教授审阅。对他们的热情关怀和指导表示感谢。

限于编著者的水平，书中一定存在缺点错误，希望读者批评指正。

编　者

1983年4月

目　　录

第一章 相 似 概 说

第一节 物理现象相似的意义

自然界一切物质体系中，有各种不同的变化过程。几个物理现象相似，是指几个物理体系的形态和某种变化过程的相似。

通常所说的“相似”，可能有以下三种情况：①相似，或同类相似（*Similitude*）；②拟似，或异类相似（*Analogy*）；③差似，或变态相似（*Affinity*）。

本书所要讨论的主要是第一种。在几何相似的体系中，进行着具有同一物理性质的变化过程，而且各体系中对应点上同名物理量之间具有固定的比数，则称这些物理体系是相似的。

在上述“相似”的定义中，提到几个概念：“同一物理性质”，“同名物理量”，“几何相似”，“固定的比数”等，下面逐一解释说明。

两种现象必须具有同一物理性质，才能有严格意义的相似。例如，机械运动与另一种机械运动相似，热传导过程与另一热传导过程相似；与固体内应力相似的现象是另一个固体的应力状态，流体运动自然应与流体运动相似。与某一流体层流状态下运动相似的流体必须也在层流状态，紊流只能与紊流相似。

如果两个体系的物理性质不同，但它们的变化过程遵循着同样的数学规律，如渗流场与电场，扩散与热传导等，也可有广义的相似。

热传导现象的变化规律是

$$dq = -K_h \frac{d\theta}{dn} dAdt \tag{1-1}$$

扩散现象的变化规律是

$$dm = -K_d \frac{dC}{dn} dAdt \tag{1-2}$$

式中 θ——温度；

K_h——热传导系数；

dq——时段dt内通过面积dA的热量；

C——气体浓度；

K_d——扩散系数；

dm——时段dt内通过面积dA的气体质量。

这两种现象称为“拟似”，是广义的相似。通过对一种现象的研究去了解与其变化的数学规律相同而物理性质不同的另一种现象，就称为“模拟”。

每一物理过程都要用各种数量来表征它。表征同一种物理属性的数量是“同名的”数量，如长度与长度，加速度与加速度，流量与流量等。

第二节　几何相似、运动相似，各种相似参数

现在借助大家所熟知的几何相似来阐明各种相似比例数的概念。

两个体系彼此几何相似，是指它们所占据的空间的对应尺寸之比是一固定数。如图1-1所示的三个相似多边形$ABCDE$与$A'B'C'D'E'$与$A''B''C''D''E''$，它们的对应边长度的比例数相等。

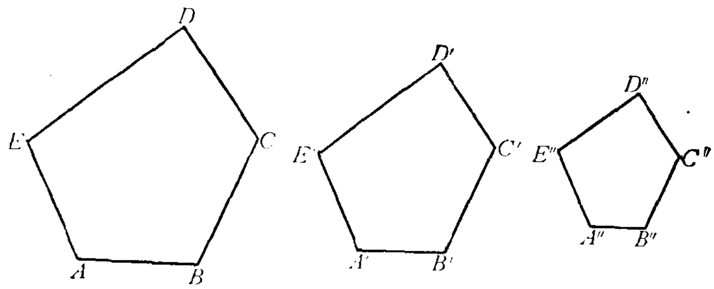

图 1-1　相似多边形

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\cdots\cdots=\alpha_{l-1} \tag{1-3}$$

α_{l-1}称为相似常数(α是相似常数的符号，l表示物理量，1是边长的序号)。

多边形$ABCDE$同另一多边形$A''B''C''D''E''$相似

$$\frac{AB}{A''B''}=\frac{BC}{B''C''}=\frac{CD}{C''D''}=\cdots\cdots=\alpha_{l-2} \tag{1-4}$$

α_{l-2}是另一相似常数。

两相似体系间某一物理量的相似常数为某一个固定值，另一对相似体系间该物理量的相似常数为另一个固定值，两者都是固定值，但并不一定彼此相等。

在同一多边形内，不同的两个边的长度相比有一比值，这个比值在一切相似的多边形内都相等，否则就不成其为相似的了。

令$\frac{AB}{BC}=L_1$，则

$$\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{A''B''}{B''C''}=\cdots\cdots=L_1 \tag{1-5}$$

令$\frac{BC}{CD}=L_2$，则

$$\frac{B'C'}{C'D'}=\frac{B''C''}{C''D''}=\cdots\cdots=L_2 \tag{1-6}$$

这L_1、L_2、……称为相似定数。

在两个空间体系XYZ与$X'Y'Z'$中，对应长度分量的比值

$$\frac{x_1x_2}{x_1'x_2'}=\alpha_x,\quad \frac{y_1y_2}{y_1'y_2'}=\alpha_y,\quad \frac{z_1z_2}{z_1'z_2'}=\alpha_z$$

或 $$\frac{x\vec{i}}{x'\vec{i}}=\alpha_x,\quad \frac{y\vec{j}}{y'\vec{j}}=\alpha_y,\quad \frac{z\vec{k}}{z'\vec{k}}=\alpha_z \tag{1-7}$$

如$\alpha_x=\alpha_y=\alpha_z$，则两空间体系是几何相似的。

如$\alpha_x=\alpha_y\neq\alpha_z$，则这两体系不是“相似”，而是“差似”，或“变态相似”，譬如球体和椭圆体就是变态相似的。

再以图1-2中两个相似的流体运动来说明几种相似参数。I-I断面积与I′-I′断面积之比等于II-II断面积与II′-II′断面积之比，这比值是相似常数。A点的流速与A'点的流速之比等于B点的流速与B'点的流速之比，这也是相似常数。I-I断面积和II-II断面积之比等于I′-I′断面积与II′-II′断面积之比，这是相似定数。A点的流速与B点的流速之比等于A'点的流速与B'点的流速之比，这也是相似定数。如果再有第三个相似的流动体系，则一三之间、二三之间的断面积和流速又有不同的相似常数，而相似定数在一切相似的体系中总是不变的。

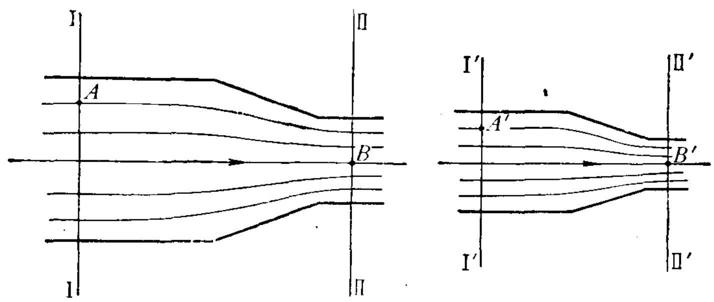

图 1-2 相似流动

水利工程中所要研究的主要是力学现象，这也是最基本的物理现象。两个力学体系相似的内容主要是几何相似、运动相似和动力相似。

两个体系彼此运动相似是指两个质点沿着几何相似的轨迹运动，在互成一定比例的时段内通过一段几何相似的路程。

运动相似的条件是

$$\vec{l'}=\alpha_l\vec{l''},\quad t'=\alpha_t t'',\quad \vec{v'}=\alpha_v\vec{v''} \tag{1-8}$$

式中 $\vec{l'}$，$\vec{l''}$——两运动体系中的对应长度矢量；

t'，t''——两运动体系中的对应时间；

$\vec{v'}$，$\vec{v''}$——两运动体系中的对应速度；

α_l、α_t、α_v——相似常数。

在图1-3中，运动轨迹相似：$\dfrac{l'_{0-1}}{l''_{0-1}}=\dfrac{l'_{1-2}}{l''_{1-2}}=\cdots\cdots=\alpha_l$

时间相似：$\dfrac{t'_{0-1}}{t''_{0-1}}=\dfrac{t'_{1-2}}{t''_{1-2}}=\cdots\cdots=\alpha_t$

速度相似：$\dfrac{v'_0}{v''_0}=\dfrac{v'_1}{v''_1}=\dfrac{v'_2}{v''_2}=\cdots\cdots=\alpha_v$

如两个体系是运动相似的，则在它们的对应位置上的α_l，α_v都保持某一固定的常数。

在一族相似体系中，任意两体系之间某一物理量的相似常数和另外两体系之间该物理量的相似常数是不同的，$\frac{l'}{l''}\neq\frac{l''}{l'''}\neq\frac{l'}{l'''}$，$\frac{v'}{v''}\neq\frac{v''}{v'''}\neq\frac{v'}{v'''}$，但所有相似体系中某两位置上同一物理量之间的相似定数不变，如$\frac{v_0'}{v_1'}=\frac{v_0''}{v_1''}=\frac{v_0'''}{v_1'''}=\cdots\cdots=V_{0-1}$。

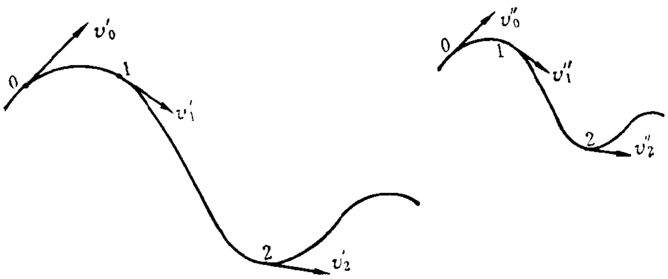

图 1-3　质点运动相似

两体系相似，每个物理量都有各自的固定相似常数，这些常数不必相等，如长度的相似常数为100，而速度的相似常数可能是10。但由于事物的运动变化有一定的规律，各物理量之间也有符合这规律的一定的相互关系，所以这些相似常数不能完全由我们任意指定。在上述质点运动的例子中

$$v_1'=\frac{l_1'}{t_1'},\qquad v_1''=\frac{l_1''}{t_1''}$$

$$v_1'=\alpha_v v_1'',\qquad l_1'=\alpha_l l_1'',\qquad t_1'=\alpha_t t_1''$$

代入

$$\alpha_v v_1''=\frac{\alpha_l}{\alpha_t}\ \frac{l_1''}{t_1''},\qquad \frac{\alpha_v\alpha_t}{\alpha_l}v_1''=\frac{l_1''}{t_1''}$$

所以

$$\frac{\alpha_v\alpha_t}{\alpha_l}=1 \tag{1-9}$$

如两体系相似，则各相似常数之间必须保持这一关系，不能每一个相似常数都任意指定，这$\frac{\alpha_v\alpha_t}{\alpha_l}$就称为两运动体系的相似指标。相似指标等于1正是两体系相似的必要条件。

我们粗略地取一个线段和一个时段，实际上$v=dl/dt$。在研究自然现象相似时必须探讨各种量的微小增量之间的关系。现将当遇到物理量以微分形式出现时寻求相似常数的方法介绍如下。

令l'和l''为两相似体系中对应的长度，则以下等式成立

$$\frac{l'}{l''}=\frac{l_1'}{l_1''}=\frac{l_2'}{l_2''}=\alpha_l,\qquad \frac{l_1'-l_2'}{l_1''-l_2''}=\frac{\Delta l'}{\Delta l''}=\alpha_l$$

可见两增量之比也是常数，两增量的极限，即两量的微分之比也仍等于这个常数，$\frac{dl'}{dl''}=\alpha_l$。

如两体系运动相似，则

$$dl'=\alpha_l dl'',\qquad dt'=\alpha_t dt'',\qquad \frac{dl'}{dt'}=\frac{\alpha_l}{\alpha_t}\ \frac{dl''}{dt''}$$

式中　α_l/α_t——速度的相似常数α_v。

$$\frac{d^2l'}{dt'^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dl'}{dt'}\right)=\lim_{\Delta t'\to 0}\frac{\Delta\left(\frac{dl'}{dt'}\right)}{\Delta t'}=\lim_{\Delta t''\to 0}\frac{\frac{\alpha_l}{\alpha_t}\Delta\left(\frac{dl''}{dt''}\right)}{\alpha_t\Delta t''}=\frac{\alpha_l}{\alpha_t^2}\frac{d^2l''}{dt''^2} \tag{1-10}$$

式中　α_l/α_t^2——加速度的相似常数α_a。

反过来也可写为

$$\int y'dx'=\alpha_y\alpha_x\int y''dx''$$

$$\int f\cdot dx'\cdot dy'\cdots\cdots dw'=\alpha_x\alpha_y\cdots\cdots\alpha_w\int f\cdot dx''\cdot dy''\cdots\cdots dw'' \tag{1-11}$$

下面再讨论动力相似。

第三节　牛顿的普遍相似定律

两个几何相似的体系中对应点上的力互相平行，且互成比例（就是对应的力之间有一定的相似常数），则这两体系是力学相似的。

力学现象常很复杂。要研究现象的相似，必须从这类现象所共同遵守的规律出发。某一具体的动力现象遵循某些具体的规律，而力学现象（指经典力学范围内的现象）的最一般的规律是牛顿定律，其中具体规定了量的关系的是牛顿第二定律

$$\vec{F}=M\frac{d\vec{v}}{dt}$$

对第一体系
$$\vec{F}'=M'\frac{d\vec{v}'}{dt'}$$

对第二体系
$$\vec{F}''=M''\frac{d\vec{v}''}{dt''}$$

令各同名物理量之间的相似常数各为α_F，α_M，α_v和α_t，代入以上方程式

$$\alpha_F\vec{F}''=\alpha_M M''\frac{\alpha_v d\vec{v}''}{\alpha_t dt''}$$

$$\frac{\alpha_F\alpha_t}{\alpha_M\alpha_v}\vec{F}''=M''\frac{d\vec{v}''}{dt''}$$

式中左端的系数显然应等于1

$$C=\frac{\alpha_F\alpha_t}{\alpha_M\alpha_v}=1 \tag{1-12}$$

这就是力学体系相似的相似指标。

$$\frac{\alpha_F\alpha_t}{\alpha_M\alpha_v}=1\qquad\text{也就是}\frac{F't'}{M'v'}\Big/\frac{F''t''}{M''v''}=1$$

$$\frac{F't'}{M'v'}=\frac{F''t''}{M''v''}$$

如推广到其他相似体系，则

$$\frac{F't'}{M'v'}=\frac{F''t''}{M''v''}=\frac{F'''t'''}{M'''v'''}=\cdots\cdots \text{或} \frac{Ft}{Mv}=idem \tag{1-13}$$

因此，所有相似体系中$\frac{Ft}{Mv}$都应等于同一数值。这一数值称为相似准数或相似判据。相似准数相同是物理体系相似的必要条件。

相似指标和相似准数所表示的意义是一致的。以各物理量的相似常数组合起来的乘积——相似指标等于1，就是以这些物理量按同一结构型式组合起来的乘积——相似准数等于同量。如

$$\frac{\alpha_F\alpha_t}{\alpha_M\alpha_v}=1, \qquad \text{则} \quad \frac{Ft}{Mv}=idem$$

$$\frac{\alpha_A\alpha_B^2}{\alpha_c\alpha_D^3}=1, \qquad \text{则} \quad \frac{AB^2}{CD^3}=idem \tag{1-14}$$

$\frac{Ft}{Mv}$这一准数表示了牛顿的相似律。这准数的形式还可进行变换。准数中包含质量M，但我们所研究的对象常不是单个的质点，而是连续介质。某一部分连续介质的质量就和它的体积有关，所以用密度ρ乘体积l^3来表示质量是方便的。时间t也是体系运动的坐标，用该量不如用l/v，因l和v是体系本身的几何特性和运动特性。将如下变换

$$\alpha_M=\alpha_\rho\alpha_l^3, \qquad \alpha_v=\frac{\alpha_l}{\alpha_t}$$

代入$\frac{\alpha_F\alpha_t}{\alpha_M\alpha_v}$，得 $\alpha_F=\alpha_\rho\alpha_l^2\alpha_v^2$

也就是 $\frac{F'}{F''}=\frac{\rho'l'^2v'^2}{\rho''l''^2v''^2}$，$\qquad \frac{F'}{\rho'l'^2v'^2}=\frac{F''}{\rho''l''^2v''^2}=\cdots\cdots=K$

或

$$K=\frac{F}{\rho v^2l^2}=idem \tag{1-15}$$

K就是从牛顿第二定律导出的力学体系的相似准数。该准数可以其他不同的形式表示

$$K_1=\frac{Fl}{Mv^2}=idem \quad \text{或} \quad K_2=\frac{Ft^2}{\rho l^4}=idem$$

法国贝尔特朗（*Bertrond*）最早提出的相似准数就是K_1。

在相似理论中，研究不同的现象要令不同的相似准数保持等于同量。这些准数往往以研究该问题首先导出它们的学者命名。这一个准数就称为牛顿数Ne

$$Ne=\frac{F}{\rho l^2v^2}=idem$$

这一准数表明，在力学相似的体系中，对应的力之间的比例与其对应长度的平方，对应速度的平方和密度的一次方的乘积之间的比例相同。这就是牛顿普遍相似律。这一准数也就是运动状态下物体惯性力的表达式。

要保持两体系相似，必须使某个或某几个特定的相似准数相等（或相似指标等于1）。确定了相似准数，各物理量的相似常数之间就建立了一定的关系，我们选择模型试验中各

物理量的比尺也就有了可遵循的规则。

因此，研究两体系相似的一个主要问题，就是找出必须保持为同量的相似准数。

确定相似准数的方法一般有如下三种。

（1）根据相似定义，相似体系中同名物理量之间成一固定的比例。对力学体系，我们就根据某体系中不同的作用力之间所保持的固定关系，寻求表示这种体系主要特征的相似准数。

（2）研究体系中各物理因素的量的因次之间的关系，得出一系列无因次的相似准数，这就是因次分析法。

（3）分析描述这种体系的物理方程式——这类相似体系必须共同遵守的量的规律，得出相似准数。

第（3）种方法虽较严格可靠，但我们所研究的对象往往因素复杂，不能列出物理方程，有时只能列出普遍的而不是专门的方程式。在第三章中将重点介绍应用这种方法研究流体运动的相似，现只通过简单的例子来说明。

在运动相似中，我们曾导出$\frac{\alpha_v\alpha_t}{\alpha_l}=1$，也就是$\frac{vt}{l}=idem$，这一准数在两个非恒定运动体系相似时必须保持为同量。它称为谐时准数，以H_o或Sh表示，又称斯特鲁哈数。

再如：为进行一悬臂梁的模型试验，求需保持相等的相似准数。

图1-4中在长度为L的悬臂梁末端作用一集中载荷P。

在x截面处弯矩$M=P(L-x)$

截面上端点正应力 $\sigma=\frac{P}{W}(L-x)$

对小挠度弹性梁的近似微分方程

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=Mx$$

挠度 $y=\frac{Px^2}{6EI}(3L-x)$ （1-16）

式中 W——截面模量；

I——截面惯矩；

EI——抗弯刚度。

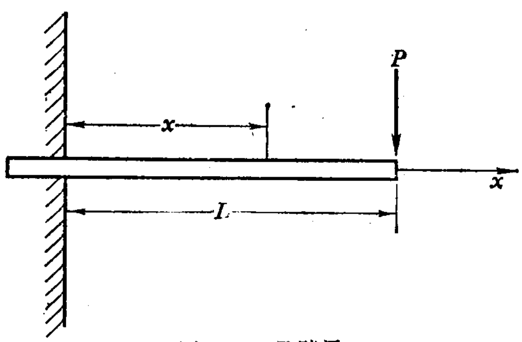

图 1-4 悬臂梁

设两梁几何相似，长度的相似常数为α_l，则

$$\alpha_L=\alpha_l,\ \alpha_x=\alpha_l,\ \alpha_W=\alpha_l^3,\ \alpha_I=\alpha_l^4,$$

$$M'=P'(L'-x'),\ M''=P''(L''-x'')$$

$$\alpha_M M''=\alpha_F P''\cdot\alpha_l(L''-x''),\ \alpha_M=\alpha_F\alpha_l$$

同样，$\alpha_\sigma\sigma''=\frac{\alpha_F P''}{\alpha_l^3 W''}\alpha_l(L''-x''),\quad \alpha_\sigma=\frac{\alpha_F}{\alpha_l^2}$

$$\alpha_y y''=\frac{\alpha_F P''\cdot\alpha_l^2 x''^2}{6\alpha_E E''\cdot\alpha_l^4 I''}\alpha_l(3l''-x'')=\frac{\alpha_F}{\alpha_E\alpha_l}\cdot\frac{P''x''^2}{6E''I''}(3l''-x'')$$

得 $$\alpha_y=\frac{\alpha_F}{\alpha_E\alpha_l} \tag{1-17}$$

在模型试验中，相似指标$\frac{\alpha_M}{\alpha_F\alpha_l}=1$和$\frac{\alpha_\sigma\alpha_l^2}{\alpha_F}=1$是容易满足的。但要使挠度相似$\alpha_y=\alpha_l$，必须$\alpha_E=\frac{\alpha_F}{\alpha_l^2}$，也就是载荷的模型比与弹性模量的模型比之间必须保持一定的关系，即二者之比等于几何比的平方。这样，模型材料的选择就不是随意的，而要满足很严格的限制条件。如果不能找到弹性模量合适的材料，实验所得的挠度就不能按简单的长度比例折合，而必须根据相似常数$\alpha_y=\frac{\alpha_F}{\alpha_E\alpha_l}$进行换算。

第（2）种方法将在第二章详细阐述。

第（1）种方法是一般水力学书籍上所论证的，也是下一节所要讲解的内容。

第四节　各种力作用下的相似准数

前面已讲过，在两个相似体系中，同名的物理量之间必须成一固定的比例。因此，在力学相似的体系中，各种力的相似常数都应相等。将牛顿普遍相似律中的惯性力与各种力相比，就可求得使各种力保持相似所需满足的判据。

通常遇到的力有重力、内摩擦力、压力、表面张力、弹性力等。现分别说明如下。

一、重力相似准则

在体系处于重力作用下时，力$F=mg$，与惯性力相比

$$\alpha_F=\alpha_m\alpha_g=\alpha_\rho\alpha_v^2\alpha_l^2,\qquad \frac{\alpha_\rho\alpha_v^2\alpha_l^2}{\alpha_\rho\alpha_l^3\alpha_g}=1,$$

$$\frac{\alpha_v^2}{\alpha_g\alpha_l}=1,\quad \frac{v^2}{gl}=idem\quad,\quad \frac{v}{\sqrt{gl}}=Fr \tag{1-18}$$

这一判据称为弗洛德数。对重力作用下的相似体系，它们的弗洛德数必须相同。

附带指出，现有书籍中有的$Fr=\frac{v^2}{gl}$，有的$Fr=\frac{v}{\sqrt{gl}}$。这两种表达式在由缓流向急流过渡的临界状态下，Fr的数值相同，都等于1。由于采用$\frac{v}{\sqrt{gl}}=Fr$的较多，而且物理意义较明显（分母为重力波的传播速度），所以本书用$\frac{v}{\sqrt{gl}}=Fr$。

二、内摩擦力相似准则

如流体运动时内部摩擦力起主要作用，应保持两流体中内摩擦力（粘滞力）的相似。根据牛顿定律，单位面积上的粘滞力τ与流线的法线方向的速度梯度成正比

$$\tau=\mu\frac{dv}{dn}$$

式中　μ——动力粘滞系数。

相邻两层间面积A上的粘滞力

$$F=\tau A=\mu\frac{dv}{dn}A,\quad \alpha_F=\alpha_\mu\frac{\alpha_v}{\alpha_l}\alpha_l^2=\alpha_\mu\alpha_v\alpha_l$$

这相似常数应与牛顿数相等

$$\alpha_\rho\alpha_l^2\alpha_v^2=\alpha_\mu\alpha_v\alpha_l,\quad \frac{\alpha_v\alpha_l}{\frac{\alpha_\mu}{\alpha_\rho}}=1$$

$$\frac{vl}{\frac{\mu}{\rho}}=\frac{vl}{\nu}=idem=Re \tag{1-19}$$

式中 ν——运动粘滞系数，这判据称为雷诺数Re。

如粘滞力为主要作用力，则两相似体系中的雷诺数Re应相等。

三、压力相似准则

液体所承受的外力在液体内部的传递表现为内部的压力。对液体运动，一般研究压力差降Δp。

$$F=\Delta p\cdot A,\quad \alpha_F=\alpha_{\Delta p}\alpha_A=\alpha_{\Delta p}\alpha_l^2$$

令$\alpha_F=\alpha_\rho\alpha_l^2\alpha_v^2$，$\alpha_{\Delta p}\alpha_l^2=\alpha_\rho\alpha_l^2\alpha_v^2$

$$\frac{\alpha_{\Delta p}}{\alpha_\rho\alpha_v^2}=1,\quad \frac{\Delta p}{\rho v^2}=idem=Eu \tag{1-20}$$

这一判据称为欧拉数Eu。

在有些文献中不用$\frac{\Delta p}{\rho v^2}$而以$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho v^2}$表示，称为压力系数。

四、表面张力相似准则

流体分子间有凝聚力作用，因此流体与其他介质间的分界面上产生表面张力。表面张力以单位长度上的力来量度。

$$F=\sigma l,\quad \alpha_F=\alpha_\sigma\alpha_l$$

令$\alpha_\sigma\alpha_l=\alpha_\rho\alpha_v^2\alpha_l^2$

$$\frac{\alpha_v^2\alpha_l}{\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_\rho}}=1\qquad \frac{v^2l}{\frac{\sigma}{\rho}}=idem=We \tag{1-21}$$

式中 σ——动力毛细管率；

$\frac{\sigma}{\rho}$——运动毛细管率。

这一判据称为韦伯数We。

五、弹性力相似准则

如考虑流体的弹性，则$\frac{F}{A}=E\varepsilon$

式中 ε——应变；

E——弹性模量。

$$\alpha_F=\alpha_E\alpha_\varepsilon\alpha_A$$

如两体系是严格地几何相似的，则$\alpha_s=1$，$\alpha_F=\alpha_E\alpha_l^2$

令 $\alpha_E\alpha_l^2=\alpha_\rho\alpha_v^2\alpha_l^2$

$$\frac{\alpha_v^2}{\dfrac{\alpha_E}{\alpha_\rho}}=1, \qquad \frac{v^2}{\dfrac{E}{\rho}}=idem=Ca \tag{1-22}$$

这判据称为柯希数Ca。

以上是研究力学现象中某一种力起主要作用时所应满足的相似判据，都是应用牛顿普遍相似定律求得的。如某一力学体系中有两种力同起重要作用、都不可忽略时，可令这两种力的相似常数相同而求出各种相似判据。这些判据组合在表1-1中。

如果所研究的课题需考虑热学和其他因素，那么判据中还必须含有有关的其他物理量。一般文献中见到的以研究者命名的准数，初步统计就有五十余个。

表 1-1　　**各种力作用下的相似准数**

粘滞力 $F_\mu=\mu vl$	压力 $F_p=\Delta pl^2$	弹性力 $F_E=El^2$	表面张力 $F_\sigma=\sigma l$	重力 $F_g=\rho l^3g$	
$\frac{F_I}{F_\mu}=\frac{vl}{\mu/\rho}$ 雷诺数Re	$\frac{F_p}{F_I}=\frac{\Delta p}{\rho v^2}$ 欧拉数Eu	$\frac{F_I}{F_E}=\frac{v^2}{E/\rho}$ 柯希数Ca	$\frac{F_I}{F_\sigma}=\frac{v^2l}{\sigma/\rho}$ 韦伯数We	$\frac{F_I}{F_g}=\frac{v^2}{gl}$ 弗洛德数Fr	惯性力 $F_I=\rho v^2l^2$
	$\frac{F_p}{F_\mu}=\frac{\Delta pl}{\mu v}$ 斯托克数	$\frac{F_E}{F_\mu}=\frac{El}{\mu v}$	$\frac{F_\sigma}{F_\mu}=\frac{\sigma}{\mu v}$	$\frac{F_g}{F_\mu}=\frac{gl^2}{v\frac{\mu}{\rho}}$	F_μ
		$\frac{F_E}{F_p}=\frac{E}{\Delta p}$	$\frac{F_\sigma}{F_p}=\frac{\sigma}{\Delta pl}$	$\frac{F_g}{F_p}=\frac{\rho lg}{\Delta p}$	F_p
			$\frac{F_\sigma}{F_E}=\frac{\sigma}{El}$	$\frac{F_g}{F_E}=\frac{\rho lg}{E}$	F_E
				$\frac{F_g}{F_\sigma}=\frac{\rho l^2g}{\sigma}$	F_σ

第一章参考文献

[1] 南京水利科学研究所，水利水电科学研究院，水工模型试验，水利电力出版社，1959年.

[2] M.B. Кирпичев, Теория подобия, Изд. АН СССР, 1953.

[3] А.П. Зегжда, Теория подобия и мегодика расчета гидрогехнических моделей, Госсгройиздат, 1938.

[4] W. E. Baker, P.S. Westine and F.T. Dodge, Similarity Methods in Engineering Dynamics, Hayden Book Co. Inc. Rochelle Park, New Jersey, 1973.

[5] M.S. Yalin, Theory of Hydraulic Models, Macmillan, London, 1971.

[6] Л. И. Седов, Мегоды подобия и размерность в механике, Гостехиздат, 1957.

第二章　因　次　分　析

第一节　因次、量度单位、因次式

我们研究某一自然现象，必须研究这一现象中变化着的各个物理量。表示某一自然规律的物理方程式则说明这些物理量的数值之间的关系。

各种物理量的数值要经过量测用各种量度单位来表示。所谓对某一物理量的“量测”，就是先制订或选定一个单位，再把该物理量同这单位比较，得一倍数。一个物理量的大小Q就是以一个数值q和一个单位U结合在一起来表示。如时间3秒就是一个数值“3”和一个单位“秒”合在一起表示了这一物理量（时间）的大小。如果单位改变，则数值也相应地改变，但这物理量不变。客观事物不因我们人为选定的量度标准而改变。

$$Q=qU \tag{2-1}$$

如单位改变k倍，则数值改变为$\frac{1}{k}$倍，令

$$U'=kU, \qquad Q=q'U'=q'kU=qU$$

$$q=q'k, \qquad q'=\frac{1}{k}q \tag{2-2}$$

例如一长度为5米，如果单位减小100倍，改为厘米，则数值加大100倍，由5改为500，但这个物理量并不改变，500厘米和5米所表示的是同一个长度。

自然现象的变化有一定的规律，各个物理量并不是互不相关，而是处在符合这些规律的一定的关系之中。因此各种物理量的单位之间也存在着一定的关系，而不是各自独立的。如果长度和时间这两种物理量的单位已确定，速度的单位就也是确定的而不能任意选用。根据各物理量之间的相互关系，我们建立了单位系统。在一个单位系统中我们选定某几个最简单的，互相独立的量的单位作为基本单位，再通过各种基本自然规律订出用基本量表达的其他诸量的单位称为导出单位。

在选定了基本量，建立了单位系统以后，各个物理量和基本量之间的关系表现为这些物理量的“因次”。

通常我们选定的基本量是质量、长度和时间，即MLT，由此形成单位系统，如CGS制，MKS制或FPS制等。由于现有的单位制繁复多样，再加上一些不属于任何一种单位制的专用单位，如马力、克拉等，造成了生产上、科学技术研究上和经济文化交流上的困难和麻烦。因此迫切需要一种统一而合理的单位系统。这就是1960年国际计量大会所提出，1971年加以补充完善的“国际单位制”，符号为SI（Système International d'Unités）。“国际单位制”是一较完整的系统，在确定了基本物理量的单位以后，通过各物理量之间的关系方程式来定义其他物理量的导出单位（如功率瓦特W是导出单位，等于