



ZONGHEFA
LÜBOQI DE LILUN
YU JISUAN

综合法滤波器的理论与计算

周承联编著·人民邮电出版社出版



综合法滤波器的理论与计算

周 承 联 编 著

人 民 邮 电 出 版 社

内 容 提 要

本书主要内容是介绍任意阻带滤波器综合法的理论与计算，它的特点是把衰减综合的各种滤波器纳入了样板综合的系统；把椭圆函数滤波器、契贝雪夫滤波器作为样板综合的特例来加以讨论；所以它的很多公式与大家熟知的分析法滤波器中的公式相同。书中前三章是介绍集中参数线性网络综合的基本知识；最小相移网络的工作传输函数与反射函数的概念，阻抗参数与两者间的关系。以后各章则是讨论椭圆函数型与契贝雪夫型滤波器的计算方法。最后一章列出七个实例，书末有雅可比椭圆函数的附录，供读者查阅。

本书可供滤波器研制人员，有关院校无线电技术、通信各专业师生阅读参考。

综合法滤波器的理论与计算

周 承 联 编 著

*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本：787×1092 $\frac{1}{32}$	1979年10月第一版
印张：9 $\frac{24}{32}$ 页数：156	1979年10月北京第一次印刷
字数：225千字	印数：1—17,500册

统一书号：15045·总2310-有5125

定价：1.00元

引 言

电气滤波器作为一门学科发展到现在已有五十多年的历史，除了在通信领域应用外，目前，在自动控制、计算技术等领域中也都得到了广泛的应用。

电气滤波器的理论基本上有两个分支，一个是综合法，另一个是分析法。随着通信技术的发展，两种方法都取得了广泛的应用。对于分析法来说，在设计时主要根据技术要求，利用影像参数滤波器的基本节，用样板拼凑来确定 m 参数，计算出终端节和中间节的数据后，按阻抗匹配的原则链接以形成整个滤波器。它的特点是阻抗及衰减在设计时分别考虑，电路中间的节解决阻带衰减，而终端的节解决阻抗问题，计算工作量较少，对元件精度要求低一些；对于综合法来说，在设计时阻抗和衰减同时加以考虑，利用样板拼凑根据技术要求来确定 m 值，然后根据 m 值求工作传输函数，再从开、短路阻抗或导纳函数出发来实现滤波器结构和确定元件值，它的特点是通阻带要求同时加以考虑，因而一般地说比起分析法设计来它所需要的元件要少些，但由于计算过程中要求解高次方程，计算工作量较大，此外，对元件的精度要求也较高。

目前，滤波器的综合法设计和分析法设计有它各自的应用范围，一般说来，在 LC 滤波器设计应用方面，分析法用得较多，而在晶体滤波器、机械滤波器、螺旋线滤波器和数字滤波器方面，几乎只使用综合法来设计。

滤波器综合法可分成衰减综合、时延综合和衰减时延同时

综合。衰减综合一般可分任意阻带综合、椭圆函数型综合、契贝雪夫型综合和布脱瓦茨型综合。在设计宽带通滤波器和高低通滤波器时往往使用样板拼凑的任意阻带综合和椭圆函数型综合，在设计窄带通和带阻滤波器时往往使用契贝雪夫和布脱瓦茨型综合。在时延综合方面，目前大部使用贝塞尔型和线性相移型。在衰减和时延同时综合方面，则使用样板拼凑和复数极点，由于整个过程属于契贝雪夫逐步逼近法，所以必须使用较大型的电子计算机来求解。

本书主要叙述任意阻带滤波器综合法的理论和计算，并把椭圆函数型和契贝雪夫型作为它的一个特例来进行讨论。关于线性相移型和衰减时延同时逼近的综合法已有专门的文章叙述，在这里就不讨论了。

目 录

引 言

第一章	集中参数线性无源四端网络综合的基础知识和参数标称化	1
第二章	最小相移电抗四端网络的工作传输函数和反射函数	16
第三章	阻抗参数和工作传输函数、反射函数之间的关系	19
第四章	通带为契贝雪夫式阻带为任意的滤波器综合理论	27
第五章	通带和阻带都为契贝雪夫式的低通滤波器	55
第六章	契贝雪夫多项式低通滤波器	80
第七章	布脱瓦茨多项式低通滤波器	96
第八章	定阻抗滤波器	102
第九章	参数带通滤波器	106
第十章	平坦群时延低通滤波器	130
第十一章	滤波器电路的实现	147
第十二章	网络变换	175
第十三章	滤波器设计实例和试验结果	189
附录:	雅可比椭圆函数	266
	参考资料	306
	符号索引	307

第一章 集中参数线性无源四端网络

综合的基础知识和参数标称化

在研究电抗滤波器综合法之前，首先必须研究无源四端网络的一些基本性质。

一、输入阻抗函数

对于一个集中参数线性无源四端网络（图 1-1）来说，

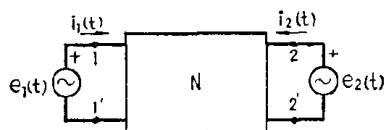


图 1-1

根据克希霍夫第二定律，可以写出下列方程：

$$\left. \begin{aligned} a_{11}i_1 + a_{12}i_2 + \cdots + a_{1n}i_n &= e_1(t), \\ a_{21}i_1 + a_{22}i_2 + \cdots + a_{2n}i_n &= e_2(t), \\ a_{31}i_1 + a_{32}i_2 + \cdots + a_{3n}i_n &= 0, \\ \vdots & \\ a_{n1}i_1 + a_{n2}i_2 + \cdots + a_{nn}i_n &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$$a_{ik}i_k = L_{ik} \frac{di_k}{dt} + R_{ik}i_k + D_{ik} \int i_k dt, \quad (1-2)$$

其中 L_{ik} 、 R_{ik} 、 D_{ik} 分别为 i 回路和 k 回路的公共电感、公共电阻和公共电容倒数， L_{kk} 、 R_{kk} 、 D_{kk} 分别为 k 回路的电感总

和、电阻总和及电容倒数总和， i 为回路电流， e 为电源电动势。

(1-2) 式中公共阻抗的符号可正可负，由流过公共阻抗的电流方向来决定，方向相同时为正，相反时为负。

需要注意的是，(1-1) 式不是一般的代数方程式，而是一组微积分方程式。方程的解取决于所加电动势的形状。从电路理论可以知道，利用拉氏变换来解这类方程是比较方便的。为此，对(1-1)式进行拉氏变换，并令 $\mathcal{L}i_k = I_k(p)$ ， $\mathcal{L}e_k(t) = E_k(p)$ ，则在起始条件为零时，(1-1)式可写成下列形式：

$$\left. \begin{aligned} b_{11}I_1(p) + b_{12}I_2(p) + \cdots + b_{1n}I_n(p) &= E_1(p), \\ b_{21}I_1(p) + b_{22}I_2(p) + \cdots + b_{2n}I_n(p) &= E_2(p), \\ b_{31}I_1(p) + b_{32}I_2(p) + \cdots + b_{3n}I_n(p) &= 0, \\ \vdots & \\ b_{n1}I_1(p) + b_{n2}I_2(p) + \cdots + b_{nn}I_n(p) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中 $p = \sigma + j\omega$ ——复频率（它是一个复变数）。

现在(1-3)式已是一个代数方程式，其中

$$b_{ik} = pL_{ik} + R_{ik} + \frac{1}{pC_{ik}}. \quad (1-4)$$

解上述联立方程式 (1-3)，得出

$$I_1(p) = \frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)} E_1(p) + \frac{\Delta_{21}(p)}{\Delta(p)} E_2(p), \quad (1-5)$$

上式中 $\Delta(p)$ 为(1-3)式的行列式， $\Delta_{11}(p)$ 和 $\Delta_{21}(p)$ 为余因式， $\frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)}$ 和 $\frac{\Delta_{21}(p)}{\Delta(p)}$ 为实系数的有理函数。

在 $E_2(p) = 0$ ，也即 $e_2(t) = 0$ 时，得出

$$I_1(p) = \frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)} E_1(p) = Y_{in}(p) E_1(p). \quad (1-6)$$

式中 Y_{in} 为输入导纳。

为了求取原始微积分方程的解, 对(1-6) 式进行拉氏反变换, 得出输入电流为

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \mathcal{L}^{-1} I_1(p) \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)} E_1(p) \right]. \end{aligned} \quad (1-7)$$

根据分解定律, 任一形状的 $e(t)$ 都可分解为单位阶 梯函数, 因而我们在这里可令 $e_1(t) = 1(t)$, 这时

$$E_1(p) = \mathcal{L} e_1(t) = \int_0^{\infty} e^{-pt} 1(t) dt = \frac{1}{p}$$

代入(1-7) 式后, 就可得出

$$i_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)} \cdot \frac{1}{p}.$$

由于 $\frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)}$ 为实系数的有理函数, 且 $\Delta_{11}(p)$ 的次数小于等于 $\Delta(p)$, 因而根据柯西留数定律可以得出输入电流为

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \left[\frac{\Delta_{11}(p) \cdot e^{pt}}{\Delta(p) \cdot p} \right] \text{在 } p \text{ 平面的留数和} \\ &= \frac{\Delta_{11}(0)}{\Delta(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_{11}(p_i)}{[\Delta(p) \cdot p]_{p=p_i}'} \cdot e^{p_i t} \end{aligned} \quad (1-8)$$

式中 $p_1, p_2 \cdots p_n$ 为 $\Delta(p)$ 的根。

从式(1-8) 可以看出, $\frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p)}$ 的极点不能在右半平面, 在虚轴上的极点只能是单阶的, 这是因为在右半平面如果有极点 $p_i = \sigma_i + j\omega_i$ 的话, 那末在这些极点 (设为单阶) 上的留数为

$$e^{\sigma_i t} e^{j\omega_i t} \frac{\Delta_{11}(p_i)}{[\Delta(p) \cdot p]_{p=p_i}'}, \quad (1-9)$$

这表示 $i_1(t)$ 中有一分量是随时间而不断增大的, 对无源网络来说, 这是不可能的。此外, 如虚轴上有一阶以上极点 (例如 m

阶)的话,则在这 m 阶极点上的留数为

$$\frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1} \left[e^{pt} \cdot \frac{\Delta_{11}(p)}{\Delta(p) \cdot p} \cdot (p-p_i)^m \right]}{d_p^{m-1}} \Big|_{p=p_i} \quad (1-10)$$

展开 (1-10) 式就可以知道, 其中包含了 $te^{p_i t}$ 的因子, 这表示 $i_1(t)$ 将随时间而不断增加, 这对于无源网络来说, 也是不可能的。

由此可见, 输入导纳的极点不能在右半平面, 在虚轴上的极点只能是单阶的。利用同样方法, 可以推出输入阻抗的极点也具有相同的性质。

综上所述, 可以得出下列结论: 输入导纳及阻抗函数的零极点不能在右半平面, 在虚轴上的极点必须是单阶的。

以上所说的是从瞬态值的变化来讨论无源线性网络输入导纳函数和阻抗函数的一些性质, 得出了一些必要的条件。

下面我们从能量函数来研究输入阻抗函数的一些性质。

大家知道, 图 1-1 的网络如果用矩阵来表示的话, 则在起始条件为零时, 可写成

$$\|E\| = p\|L\| \cdot \|I\| + \|R\| \cdot \|I\| + \frac{1}{p}\|D\| \cdot \|I\|, \quad (1-11)$$

式中电压矩阵和电流矩阵分别为

$$\|E\| = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \|I\| = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{bmatrix}, \quad (1-12)$$

而回路参数矩阵为

$$\|L\| = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix}, \quad (1-13)$$

$$\|R\| = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix}, \quad (1-14)$$

$$\|D\| = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1n} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{n1} & D_{n2} & \cdots & D_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1-15)$$

上述方程为拉氏变换式。当电源为正弦电压时， $p = j\omega$ ，则(1-5)式就是(1-11)式之解。

这时向网络输入的复数功率为

$$\begin{aligned} \|I^*\|^t \cdot \|E\| &= \|I_1^* I_2^* I_3^* \cdots I_n^*\| \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= E_1 I_1^* + E_2 I_2^* \end{aligned} \quad (1-16)$$

式中 $\|I^*\|^t$ 为 $\|I^*\|$ 的转置矩阵(*表示共轭值)。

在(1-11)式两边各乘上 $\|I^*\|^t$ ，得出

$$\begin{aligned} \|I^*\|^t \cdot \|E\| &= \|I^*\|^t \cdot \|R\| \cdot \|I\| + p \cdot \|I^*\|^t \cdot \|L\| \cdot \|I\| \\ &\quad + \frac{1}{p} \|I^*\|^t \cdot \|D\| \cdot \|I\| \end{aligned}$$

$$= \sum_{j,k=1}^n I_j I_k^* R_{jk} + \sum_{j,k=1}^n p I_j I_k^* L_{jk} + \sum_{j,k=1}^n \frac{I_j I_k^* D_{jk}}{p} \quad (1-17)$$

如令

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \| I^* \|^t \cdot \| R \| \cdot \| I \|, \\ T_0 &= \| I^* \|^t \cdot \| L \| \cdot \| I \|, \\ V_0 &= \| I^* \|^t \cdot \| D \| \cdot \| I \|, \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

则(1-17)式可写成为

$$\| I^* \|^t \cdot \| E \| = F_0 + p T_0 + \frac{V_0}{p}. \quad (1-19)$$

展开(1-18)式就可以知道, F_0 、 T_0 和 V_0 都是正的实数。
为了便于了解 F_0 、 T_0 和 V_0 的性质, 我们以图 1-2 为例。

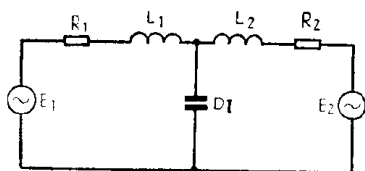


图 1-2

从图中可以看出,

$$\left. \begin{aligned} \| R \| &= \begin{vmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{vmatrix}, \\ \| L \| &= \begin{vmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_2 \end{vmatrix}, \\ \| D \| &= \begin{vmatrix} D_1 & D_1 \\ D_1 & D_1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

将(1-20)式代入(1-18)式, 便可求得

$$\left. \begin{aligned}
 F_0 &= \| I_1^* I_2^* \| \cdot \left\| \begin{array}{cc} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right\| \\
 &= |I_1|^2 R_1 + |I_2|^2 R_2, \\
 T_0 &= \| I_1^* I_2^* \| \cdot \left\| \begin{array}{cc} L_1 & 0 \\ 0 & L_2 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right\| \\
 &= |I_1|^2 L_1 + |I_2|^2 L_2, \\
 V_0 &= \| I_1^* I_2^* \| \cdot \left\| \begin{array}{cc} D_1 & D_1 \\ D_1 & D_1 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \end{array} \right\| \\
 &= |I_1 + I_2|^2 D_1.
 \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

从(1-21)式可以看出, F_0 、 T_0 和 V_0 都是正的实数。对于更复杂的网络, 利用上述展开方法也不难证明 F_0 、 T_0 和 V_0 都是正的实数。由于 F_0 等于网络电阻消耗的平均功率, $j\omega T_0$ 等于电感上的平均虚功率, $V_0/j\omega$ 等于电容上的平均虚功率, 因而一般把它们叫做能量函数。

现在我们利用能量函数的正实性来研究一下输入阻抗函数。

设 $E_2=0$, 这时向 1-1' 端看去的输入阻抗为

$$\begin{aligned}
 Z_{in} &= \frac{E_1}{I_1} = \frac{E_1 I_1^*}{|I_1|^2} = \frac{F_0 + pT_0 + \frac{V_0}{p}}{|I_1|^2} \\
 &= \frac{1}{|I_1|^2} \left[F_0 + \sigma T_0 + \frac{\sigma V_0}{\sigma^2 + \omega^2} + \right. \\
 &\quad \left. + j\omega T_0 - \frac{j\omega V_0}{\sigma^2 + \omega^2} \right]. \quad (1-22)
 \end{aligned}$$

(1-22) 式告诉我们, 在 $\sigma \geq 0$ 时, 输入阻抗 Z_{in} 的实部 $\operatorname{Re} Z_{in} \geq 0$; p 为实数时, Z_{in} 为实数。这表示输入阻抗 Z_{in} 是一个正实函数。

下面我们从正实函数出发来研究输入阻抗 Z_{in} 的一些性质。

假定 Z_{in} 在 p 平面的右半平面有一个 n 阶极点 p_1 , 那末在极点 p_1 附近可把 Z_{in} 展开成罗朗级数:

$$Z_{in} = \frac{A_{-n}}{(p-p_1)^n} + \frac{A_{-(n-1)}}{(p-p_1)^{n-1}} + \cdots \quad (1-23)$$

$$+ A_0 + A_1(p-p_1) + \cdots$$

当 $p \rightarrow p_1$ 时, 上式右面其他各项与第一项相比之下都可忽略, 因此在 $p \rightarrow p_1$ 时,

$$Z_{in} \approx \frac{A_{-n}}{(p-p_1)^n} \quad (1-24)$$

设 $p - p_1 = r e^{j\theta}$, $A_{-n} = k e^{j\eta}$,

代入(1-24)式后, 得出

$$R_e Z_{in} = R_e \frac{k}{r^n} e^{j(\eta - n\theta)} = \frac{k}{r^n} \cos(\eta - n\theta). \quad (1-25)$$

当 p 围绕 p_1 转一圈, 也即当 θ 由 0 变至 2π 时, 从公式(1-25)可以看出, $R_e Z_{in}$ 变动符号 $2n$ 次。由于在 $\sigma > 0$ 时, 也即在 p 平面的右半平面上, Z_{in} 的实部 $R_e Z_{in}$ 始终为正, 因而 Z_{in} 在右半平面不可能有极点。如果这个极点位置在虚轴上, 那末当 θ 由 0 变至 2π 时, $R_e Z_{in}$ 改变符号 2 次, 并且当 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq +\frac{\pi}{2}$ 时, $R_e Z_{in}$ 必为正值, 这说明了 $n=1$ 和 $\eta=0$ 。

上面说明了输入阻抗的极点必须在左半平面, 虚轴上的极点必为单阶且留数为正。

下面我们来讨论输入阻抗的倒数 Y_{in} 也是一个正实函数。为此我们写出

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{1}{U + jx} = \frac{U}{U^2 + x^2} - j \frac{x}{U^2 + x^2},$$

式中 U 和 x 是 Z_{in} 的实部和虚部。

从上式可以看出, U 为正时 Y_{in} 的实部为正, 另外 Z_{in} 为实数时, Y_{in} 也为实数, 因而 Y_{in} 也是一个正实函数。

由此可以得出这样的结论: 无源线性网络的输入阻抗是一个正实函数, 它的零极点都在左半平面, 虚轴上的极点必为单阶且留数为正。

二、电抗函数

当无源线性网络由电抗元件组成时, 网络就称为电抗网络, 这时它的输入阻抗是一个电抗函数。下面来看一下电抗函数的一些性质。

对电抗网络来说, 输入阻抗为

$$Z_{inr} = \frac{pT_0 + V_0/p}{|I_1|^2}. \quad (1-26)$$

为方便起见, 令 $|I_1|^2 = 1$, 此时

$$Z_{inr} = pT_0 + V_0/p. \quad (1-27)$$

从上式可以看出, 电抗函数的零点为

$$p = \pm j \sqrt{\frac{V_0}{T_0}}, \quad (1-28)$$

即零点共轭地在虚轴上出现。

在复平面 $p = \sigma + j\omega$ 上,

$$\begin{aligned} Z_{inr} &= T_0(\sigma + j\omega) + \frac{V_0}{\sigma + j\omega} \\ &= R(\sigma, \omega) + jX(\sigma, \omega). \end{aligned} \quad (1-29)$$

分开实部和虚部，得出电抗函数在复平面上的实部为

$$R(\sigma, \omega) = T_0 \sigma + \frac{I_0 \sigma}{\sigma^2 + \omega^2}, \quad (1-30)$$

虚部为

$$x(\sigma, \omega) = T_0 \omega - \frac{I_0 \omega}{\sigma^2 + \omega^2}. \quad (1-31)$$

将(1-30)式对 σ 微分，得出

$$\frac{\partial R}{\partial \sigma} = T_0 + \sigma \frac{\partial T_0}{\partial \sigma} + \frac{\sigma}{\sigma^2 + \omega^2} \frac{\partial I_0}{\partial \sigma} + \frac{\omega^2 - \sigma^2}{(\sigma^2 + \omega^2)^2} I_0. \quad (1-32)$$

在 $\sigma=0$ 时，

$$\frac{\partial R}{\partial \sigma} = T_0 + \frac{I_0}{\omega^2} > 0. \quad (1-33)$$

考虑到电抗函数在右半平面是解析的，因而根据柯西-黎曼定律，得出

$$\frac{\partial R}{\partial \sigma} = \frac{\partial x}{\partial \omega} > 0. \quad (1-34)$$

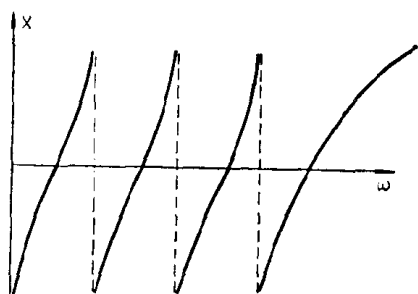


图 1-3

(1-34) 式告诉我们，在实频轴上电抗函数的斜率始终为正，即电抗函数的零点和极点是互相交替的。同理，电抗函数的倒数即电纳函数在实频轴上的斜率也始终为正，零极点也是互相交替的。

除此之外，由于电抗函数是电抗网络的输入阻抗，它是一个正实函数，由于正实函数在虚轴上的极点必为单阶且留数为正，因而电抗函数必然是一个正实系数的奇函数。

图 1-3 画出了电抗函数(或电纳函数)曲线的一般形状。

三、无源四端网络函数的性质

无源四端网络的特性可以全部地由三个独立函数来决定。通常用得最多的是开路参数(Z 参数)和短路参数(Y 参数)。

对于图 1-4 所示的四端网络(无源)来说,

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12}, \\ E_2 &= I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22}. \end{aligned} \right\} \quad (1-35)$$

式中 Z_{11} 为 2-2' 端开路时向 1-1' 端看去的阻抗, Z_{22} 为 1-1' 端开路时向 2-2' 端看去的阻抗, Z_{12} 为 1-1' 端与 2-2' 端间的转移阻抗。

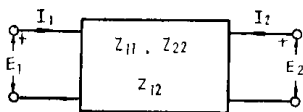


图 1-4

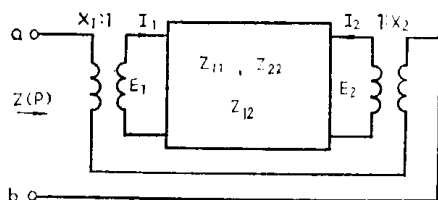


图 1-5

Z_{11} 和 Z_{22} 都是输入阻抗函数, 因此它们都是正实函数, 即它们的零极点都在左半平面, 虚轴上的极点为单阶且留数为正。至于说到 Z_{12} , 由于它不是一个输入阻抗, 情况就不同了。

下面来研究 Z_{12} 受到什么条件的限制。

为此, 分析一下图 1-5。图 1-5 表示一个无源四端网络, 在它的输入端和输出端各连接一只理想变压器, 输入变量器的初级与输出变量器的次级串联, 在 $a-b$ 端形成一个二端网络, 其输入阻抗为 $Z(p)$ 。理想变量器的匝数比 X_1 和 X_2 都是实数