

高等学校理工科教材

离散数学及应用

温 武 钟沃坚 编著



华南理工大学出版社

0158
W65

447423

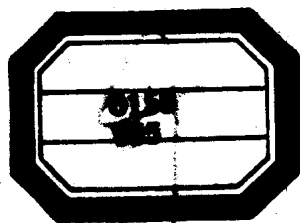
高等学校理工科教材

离散数学及应用

温 武 钟沃坚 编著



00447423



华南理工大学出版社
·广州·

DU99/19
图书在版编目(CIP)数据

离散数学及应用/温武, 钟沃坚编著. —广州: 华南
理工大学出版社, 1996.8

ISBN 7-5623-0953-1

I. 离…

II. ①温…②钟…

III. 离散数学

IV. O158

华南理工大学出版社出版发行

责任编辑 江厚祥

(广州五山 邮码 510641)

开本: 850 × 1168 1/32 印张: 14.5 字数: 390 千

各地新华书店经销

广东佛冈印刷厂印装

1998年2月第1版第2次印刷

印数: 5001—8000

定价: 20.00 元

前 言

离散数学主要是研究离散对象和它们之间的关系。它是现代数学的一个重要分支,是计算机科学的基础理论的核心课程。它随着计算机科学的发展而逐步建立,形成于七十年代初期。离散数学为计算机科学中的数据结构、编译理论、操作系统、算法分析、人工智能等提供了必要的数学知识。

离散数学的内容很广泛,本书内容包括数理逻辑、集合论、图论、代数结构四个基本部分及应用部分。离散数学由多门数学分支组成,各分支从不同角度研究各种离散量之间的关系。这些分支既有独立性,又有着密切联系。阐明各分支的特点及分支之间的关系,也是本书的目的之一。通过本课程的学习,读者对离散数学能有一个全面的概念,还可以培养抽象思维和严格的逻辑推理能力。

本书的基本部分约需讲授 120 学时;应用部分可视各专业的需要安排为选修课程,估计讲授在 30 学时左右。考虑到教学上的实际需要,可将代数结构单独作为一门课程,拟在数理逻辑和集合论学完后与图论并行讲授,以缩短教学周期。考虑到计算机专业的实际需要,在本书里并没有对计算机科学所涉及的全部数学内容作详尽的数学理论去深究,而是提供基础性知识,说明所选中的数学内容的基本术语、基本概念、基本定理、运算技巧,以及这些论题在计算机中的应用,从而获得运用这些基本知识和思想去解决实际问题的能力。所以,本书在内容阐述时力求简要严谨,大部分概念都用例题予以说明。对于有些超出教学要求的内容,本教材中少写或不写;有些内容正文中不叙述,只安排作为习题,供读者

作进一步的研讨以扩充知识范围。

本书在每篇书后除附有习题外,还提出了每章的学习要点、注意问题和与之配合的练习,希望能帮助读者(特别是函授和自学考试的读者)更好地理解 and 掌握本教材的教学要求。另外,书后附录有各篇部分习题的答案或提示,供自学时作参考。

本书第一、二、三篇由温武撰写,第四、五篇由钟沃坚撰写。全书的定稿经过两人共同讨论完成。

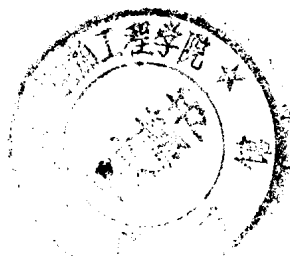
本书的基本内容曾在华南理工大学和广东省部分高校作过多年的讲授和实践,并获得从事该课程教学的有关专家的多方面帮助,特此致谢。

限于作者的水平,错误和不妥之处在所难免,诚望读者批评指正。

作 者

1996 年 6 月

447423



内 容 简 介

本书是按国家教委离散数学教学大纲的精神,并根据笔者多年来从事离散数学课程的教学实践经验以及计算机科研工作经验编写而成。本书内容包括数理逻辑、集合论、图论、代数结构四个基本部分以及应用部分。应用部分主要介绍用计算机化简逻辑函数、形式语言与自动机这两个专题。

本书可作为计算机专业的离散数学教材,也可作为有关专业的教学用书,并可供有关专业的工程技术人员及具有高中以上文化水平的读者参考。

目 录

第一篇 数理逻辑	(1)
第一章 命题演算	(2)
1-1 命题及联结词	(2)
1-2 命题变元与命题公式	(8)
1-3 命题演算的关系式	(10)
1-3-1 命题之间的等价关系	(10)
1-3-2 命题的蕴涵关系	(14)
1-3-3 对偶法则	(16)
1-4 其他联结词	(18)
1-5 范 式	(21)
1-5-1 析取范式和合取范式	(21)
1-5-2 主析取范式和主合取范式	(23)
1-6 命题演算的推理	(30)
1-6-1 真值表技术	(31)
1-6-2 直接推演	(33)
1-6-3 间接推演	(37)
第二章 谓词演算	(38)
2-1 谓词演算的基本概念	(38)
2-1-1 谓词与个体	(39)
2-1-2 量 词	(41)
2-1-3 谓词演算公式	(42)
2-1-4 自由变元与约束变元	(43)
2-2 谓词演算的关系式	(46)
2-2-1 基本定义	(46)

2-2-2 关系式	(47)
2-3 前束范式	(53)
2-4 谓词演算的推理	(54)
习题一	(59)
学习提要一	(66)

第二篇 集合论

(79)

第三章 集 合

(80)

3-1 集合的基本概念

(80)

3-1-1 集合及其表示

(80)

3-1-2 集合间的关系

(81)

3-1-3 几种特殊集合

(84)

3-2 集合的运算及基本公式

(85)

3-3 幂 集

(93)

*3-4 包含排斥原理

(95)

3-5 集合的直积(笛卡儿乘积)

(97)

第四章 关 系

(101)

4-1 关系及其运算

(101)

4-2 关系的有关性质

(108)

4-3 关系的闭包运算

(111)

4-4 等价关系和相容关系

(115)

4-4-1 集合的覆盖与划分

(115)

4-4-2 等价关系

(116)

4-4-3 相容关系

(119)

4-5 偏序关系

(121)

第五章 映射与无限集

(129)

5-1 映 射

(129)

5-1-1 映射的基本概念

(129)

5-1-2 复合映射

(134)

5-1-3 逆映射

(135)

5-1-4 由映射产生的等价关系	(137)
5-2 无限集	(141)
5-2-1 自然数	(141)
5-2-2 等势	(142)
5-2-3 可列集	(143)
5-2-4 不可列无限集	(145)
5-2-5 势的比较	(147)
习题二	(150)
学习提要二	(158)
第三篇 图论	(167)
第六章 图论	(168)
6-1 图的基本概念	(168)
6-1-1 基本术语	(168)
6-1-2 路与回路	(177)
6-1-3 欧拉图与哈密顿图	(183)
6-2 树	(190)
6-2-1 树的特征	(190)
6-2-2 生成树与割集	(192)
6-2-3 有向树	(197)
6-3 图的矩阵表示	(201)
6-3-1 关联矩阵与基本关联矩阵	(201)
6-3-2 回路矩阵	(203)
6-3-3 割集矩阵	(204)
6-3-4 邻接矩阵	(205)
6-3-5 有向图的矩阵表示	(207)
6-4 平面图	(212)
6-4-1 平面图的概念	(212)
6-4-2 连通平面图的欧拉公式	(214)
6-4-3 库拉托斯基定理	(215)

6-4-4 对偶图与着色	(217)
6-5 二分图与匹配	(219)
6-5-1 二分图	(219)
6-5-2 匹 配	(221)
习题三	(226)
学习提要三	(233)

第四篇 代数结构

第七章 代数结构的基本知识

7-1 代数系统的基本概念	(242)
---------------------	-------

7-2 同构与同态	(249)
-----------------	-------

第八章 半群与群

8-1 半群、循环半群与么半群	(260)
-----------------------	-------

8-2 群	(264)
-------------	-------

8-3 置换群与对称群	(267)
-------------------	-------

8-4 循环群	(271)
---------------	-------

8-5 陪集与拉格朗日定理	(275)
---------------------	-------

第九章 环与域

9-1 环与么环	(279)
----------------	-------

9-2 整环与除环	(280)
-----------------	-------

9-3 域	(284)
-------------	-------

第十章 格与布尔代数

10-1 格与代数系统	(287)
-------------------	-------

10-2 布尔格与布尔代数	(294)
---------------------	-------

10-3 布尔代数的另一理论体系	(299)
------------------------	-------

10-4 布尔表达式与布尔函数	(303)
-----------------------	-------

习题四

学习提要四

第五篇 离散数学在计算机科学技术中的应用

第十一章 用计算机化简逻辑函数

11-1	自动化简逻辑函数的算法	(326)
11-2	用对合法寻找逻辑函数基本项	(327)
11-3	用覆盖法寻找必需项	(329)
11-4	用(准)必需项选拔法选取基本项	(330)
11-5	逻辑函数化简实例	(332)
第十二章 形式语言与自动机		(335)
12-1	语言的概念及运算	(335)
12-1-1	语言的表示	(335)
12-1-2	字母表和串	(336)
12-1-3	语言的概念及运算	(338)
12-2	文法及语言	(342)
12-2-1	文法(语法)	(342)
12-2-2	文法的类型	(347)
12-2-3	上下文(前后文)有关文法及语言(1型)	(348)
12-2-4	上下文(前后文)无关文法及语言(2型)	(349)
12-2-5	有限状态文法及语言	(356)
12-3	有限自动机	(359)
12-3-1	自动机与形式文法的关系	(359)
12-3-2	有限自动机的基本概念	(360)
12-3-3	有限自动机及其表示法	(362)
12-3-4	有限自动机的等价	(364)
12-3-5	状态赋值自动机	(365)
12-3-6	有限自动机的简化	(369)
12-3-7	有限识别器	(374)
12-3-8	确定的有限识别器与不确定的有限识别器	(375)
12-3-9	有限识别器与有限状态文法	(378)
12-3-10	有限识别器的另一形式	(379)
12-4	下推自动机	(381)
12-4-1	下推自动机的概念	(381)
12-4-2	下推自动机的例子	(383)
12-5	线性有界自动机	(385)

12-5-1 线性有界自动机的概念	(385)
12-5-2 线性有界自动机的例子	(386)
12-6 图灵机	(390)
12-6-1 五重组图灵机	(390)
12-6-2 波斯特—图灵机	(395)
12-6-3 图灵机用于计算	(401)
12-6-4 图灵识别器	(406)
12-6-5 通用图灵机与图灵停机问题	(409)
习题五	(410)
学习提要五	(414)
习题答案与提示	(420)
符号表	(445)
参考文献	(450)

第一篇 数理逻辑

逻辑学是研究人的智能意识,即思维形式及思维规律的科学。建立逻辑学的主要目的在于针对客观事物在人的主观意识中的反映这一逻辑规律,探索出一套完整的方法或规则,以便用于确定任何特定论证是否有效。

逻辑学分为辩证逻辑与形式逻辑两种,前者是以辩证法认识论的世界观为基础的逻辑学,而后者主要是对思维的形式结构和规律进行研究的类似于语法的一门工具性学科。思维的形式结构包括了概念、判断和推理之间的结构和联系,其中概念是思维的基本单位。通过概念对事物是否具有某种属性进行肯定或否定的回答,这就是判断;由一个或几个判断推出另一判断的思维形式,就是推理。研究推理有很多方法,数理逻辑是用数学方法来研究推理过程的科学。这里所说的数学方法主要是指引进一套符号体系的方法,因此数理逻辑一般又叫符号逻辑。符号逻辑的建立为逻辑学的发展起了重大作用,使逻辑学的研究发展到一个新的阶段,完成了从旧逻辑学到新逻辑学——数理逻辑的转变。

现代数理逻辑可分为证明论、模型论、递归函数论、公理化集合论等,这里介绍的是数理逻辑最基本的内容:命题逻辑(演算)和谓词逻辑(演算)。

第一章 命题演算

命题演算是数理逻辑的基本组成部分,是谓词演算的基础。

1-1 命题及联结词

可以分辨其真假的语句叫做命题。

人们思维活动中的每一个论断,用语言表达就是一个直接陈述句,如:“中国是一个国家”,“9 为素数”。这些直接陈述句,都是一种论断。每一个直接陈述句,它或者为真或者为假。在数理逻辑中,我们把每个直接陈述句称作一个命题。习惯上,命题用大写字母 $A, B, \dots, P, Q, \dots$ 或者用带下标大写字母表示。比如,上面两个命题分别用 A 和 B 表示,写成:

A : 中国是一个国家。

B : 9 为素数。

有些命题是正确的,有些命题是不正确的。这里命题 A 是正确的,我们称命题 A 取值为真或 A 取值 T 。而命题 B 是不正确的,我们称命题 B 取值为假或取值 F 。

以上所举的两个句子都是简单的命题。在语言学中,它们都是简单句。在数理逻辑中,它们称作原始命题或原子命题。有些命题是由几个简单句通过连接词构成一个复合句表达的。

例如:

C : 你看书,我也看书。

D : 灯泡有故障或开关有故障。

E: 如果你不去,那么我也就不去了。

F: 两个三角形全等,当且仅当它们的三组对应边分别相等。

它们都是一些用复合句表达的命题,这类命题叫做复合命题。复合命题是用逻辑联结词把原始命题联结起来组成的。联结词是复合命题中的重要组成部分,为了便于书写和进行推演,必须对联结词作出明确规定并符号化。下面介绍各个联结词。

(一) 否定

定义 1-1-1 设 P 是一个命题,我们构造一新的命题是原命题 P 的否定,称它是命题 P 的取否命题,表示成“ $\neg P$ ”。

显然,当命题 P 取值为 T ,则命题 $\neg P$ 取值为 F ;反之,当命题 P 取值为 F ,则命题 $\neg P$ 取值为 T 。所以,取否命题 $\neg P$ 可用如下的真值表来定义,这种表叫作取否命题 $\neg P$ 的“真值表”。

P	$\neg P$
T	F
F	T

例如:

P : 今天下雨。

$\neg P$: 今天不下雨。

用“否定”联结词对单独的命题进行运算,从而生成新的命题。在这种意义上讲,否定是一元运算。

(二) 合取

定义 1-1-2 设 P 和 Q 是两个命题,我们构造一个新的命题“ P 与 Q ”,称作命题 P 和命题 Q 的合取命题,表示成“ $P \wedge Q$ ”。合取命题的取值情况是:当且仅当命题 P 和命题 Q 均取值为 T 时, $P \wedge Q$ 才取值为 T ,否则为 F 。因此, $P \wedge Q$ 的真值表为:

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

例如：

P ：我将去北京。

Q ：你将去上海。

则上述命题的合取为

$P \wedge Q$ ：我将去北京并且你将去上海。

又如：

P ：今天下雨。

Q ：三加三等于六。

则上述命题合取为

$P \wedge Q$ ：今天下雨与三加三等于六。

在自然语言中，这一命题是没有意义的，因为 P 与 Q 没有内在联系。但在数理逻辑中 P 和 Q 的合取 $P \wedge Q$ 是一个新命题，按照定义在 P 、 Q 分别取真值后， $P \wedge Q$ 的真值也必确定。

不难理解，可以把符号 $\wedge$ 看成是现代汉语中的“与”、“和”、“并”等词的翻译。

合取是一个二元运算。

(三) 析取

定义 1-1-3 设 P 和 Q 是两个命题，我们构造一个新命题“ P 或 Q ”，称作命题 P 和命题 Q 的析取命题，表示成“ $P \vee Q$ ”。析取命题的取值情况是：当且仅当命题 P 和命题 Q 至少有一个取值 T 时， $P \vee Q$ 便取值 T 。因此， $P \vee Q$ 的真值表为：

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

例如：

P ：灯泡有故障。

Q ：开关有故障。

则上述命题的析取为

$P \vee Q$ ：灯泡有故障或开关有故障。

从析取的定义可以看到，联结词 $\vee$ 与汉语中的“或”的意义也不全相同，因为汉语中的“或”可表示“可兼或”，也可表示“不可兼或”，而析取只表示“可兼或”。

例如下列命题：

① 灯泡有故障或开关有故障。

② 李明正在家里看书或正在剧场看戏。

命题①中，或者灯泡有故障，或者开关有故障，或者两者都有故障。这里的“或”显然是“可兼或”。而命题②的“或”是“不可兼或”，也就是说，存在一种可能性或者另一种可能性，但二者不能同时存在。这就是说，“李明正在家里看书”或者“李明正在剧场看戏”二者只居其一，因为一个人不可能同时出现在两个不同地方。汉语中的“不可兼或”将用另外的逻辑联结词表示，后文将有介绍。

在命题逻辑中，上述三个联结词是最基本的逻辑联结词，用它们已足于表达自然语言。但为了方便起见，还可以有若干联结词，它们在某些场合特别有用。

(四) 条件

定义 1-1-4 设 P 和 Q 是两个命题，我们构造一个新的命题“如果 P 则 Q ”，表示成“ $P \rightarrow Q$ ”。它的真值表是：