

(沪)新登字 116 号

内 容 提 要

本书是非线性科学丛书中的一种。主要介绍利用耦合映象格子模型来研究时空混沌。全书计分七章。首先介绍了低维时空混沌的一些研究成果;尔后分析了耦合单峰格子模型理论以及开流问题和神经网络问题的具体模型;接着介绍了一种新的耦合映象格子形式,是对原来的模型的扩充;最后介绍三种二维耦合映象格子模型。本书可供理工科大学教师、高年级学生、研究生、博士后阅读,也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考。

本书由郝柏林、丁鄂江审阅。

非线性科学丛书

时空混沌和耦合映象格子

杨维明 编著

郝柏林 丁鄂江 审阅

上海科技教育出版社出版发行

(上海市冠生园路393号)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 3.75 字数 91,000

1994年9月第1版 1994年9月第1次印刷

印数 1—3200本

ISBN 7-5428-0961-X/O·51 定价: 3.75 元

非线性科学丛书编辑委员会

主 编：郝柏林

副主编：郑伟谋 吴智仁

编 委：(按姓氏笔画为序)

丁鄂江	文志英	朱照宣
刘式达	刘寄星	孙义燧
杨清建	李邦河	张洪钧
张景中	陈式刚	周作岭
赵凯华	胡 岗	顾 雁
倪皖荪	徐京华	郭柏灵
陶瑞宝	谢惠民	蒲富恪
霍裕平	魏荣爵	

出版说明

现代自然科学和技术的发展，正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科，与日新月异的新技术相结合，使用数值、解析和图形并举的计算机方法，推出了横跨多种学科门类的新兴领域。这种发展的一个重要特征，可以概括为“非”字当头，即出现了以“非”字起首而命名的一系列新方向和新领域。其中，非线性科学占有极其重要的位置。这决非人们“想入非非”，而是反映了人类对自然界认识过程的螺旋式上升。

曾几何时，非线性还被人们当作个性极强，无从逾越的难题。每一个具体问题似乎都要求发明特殊的算法，运用新颖的技巧。诚然，力学和数学早就知道一批可以精确求解的非线性方程，物理学也曾经严格地解决过少数非平庸的模型。不过，这些都曾是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品，人们还没有悟出它们的普遍启示，也没有看到它们之间的内在联系。

20世纪60年代中期，事情从非线性现象的两个极端同时发生变化。一方面，描述浅水波运动的一个偏微分方程的数值计算，揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径，即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展了哈密顿力学中原有的可积性概念，反映了这类方程内秉的对称和保守性质。到了80年代，反散射方法推广到量子问题，发现了可积问题与统计物理中严格可解模型的联系。

60年代初期还证明了关于弱不可积保守系统普遍性质的KAM定理。于是,非线性问题的可积的极端便清楚勾划出来,成为一个广泛的研究领域。虽然这里的大多数进展还只限于时空维数较低的系统,但它对非线性科学发展的促进作用是不可估量的。

另一方面,在“不可积”的极端,对KAM定理条件的“反面文章”,揭示了保守力学系统中随机性运动的普遍性,而在耗散系统中则发现了一批奇怪吸引子和混沌运动的实例。这些研究迅速地融成一片,一些早年被认为是病态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统,其长时间行为可能对初值的细微变化十分敏感,同投掷骰子一样地随机和不可预测。然而,混沌不是无序,它可能包含着丰富的内部结构。

同时,由于计算科学特别是图形技术的长足进步,人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流图象,到自然界中各种图样花纹的选择与生长,以及生物形态的发生过程,都开始展现出其内在的规律。如果说,混沌现象主要是非线性系统的时间演化行为,则这些复杂系统要研究的是非线性地耦合到一起的大量单元或子系统的空间组织或时空过程。标度变换下的不变性、分形几何学和重正化群技术在这里起着重要作用。

在由上述种种方面汇成的非线性科学洪流中,许多非线性数学中早已成熟的概念和方法开始向其他学科扩散,同时也提出了新的深刻的数学问题。物理学中关于对称和守恒,对称破缺,相变和重正化群的思想,也在日益增多的新领域中找到应用。“非线性”一词曾经是数学中用以区别于“线性”问题的术语,非线性科学正在成为跨学科的研究前沿。各门传统学科中都有自己的非线性篇章,非线性科学却不是这些篇章的总和。非线性科学揭示各种非线性现象的共性,发展处理它们的普适方法。

这样迅猛发展的跨学科领域,很难设想用少数专著加以概括,

何况学科发展的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步。于是,有了动员在前沿工作的教学和研究人員,以集体力量撰写一套“非线性科学丛书”的想法。在上海科技教育出版社的大力支持下,这一计划得以付诸实现。

这套“非线性科学丛书”不是高级科普,也不是大块专著。它将致力于反映非线性科学各个方面的基本内容和最新进展,帮助大学高年级学生、研究生、博士后人員和青年教师迅速进入这一跨学科的新领域,同时为传统自然科学和工程技术领域中的研究和教学人員更新知识提供自学教材。非线性科学的全貌将由整套丛书刻划,每册努力讲清一个主题,一个侧面,而不求面面俱到,以免失之过泛。在写作风格上,作者們将努力深入浅出,图文并茂,文献丰富;力求有实质内容,无空洞议论,以真刀真枪脚踏实地武装读者。从读者方面,自然要求具备理工科大学本科的数学基础,和读书时自己主动思索与推导的习惯。

“非线性科学丛书”的成功,取决于读者和作者的支持。我們衷心欢迎批评和建议。

郝柏林

1992年4月30日于北京中关村

前 言

湍流及其他时空复杂现象,这在日常生活中可以经常观察到,却一直难于从物理上很好地认识。时空混沌的引入,就是为了从确定论系统内在随机性的角度来研究这类问题。近几年来,利用耦合映象格子模型研究时空混沌越来越受到人们的重视。这个模型的最早文献,是1984年发表的。在最近二、三年,这方面的研究已取得很大进展,成为当前较为活跃的一个研究前沿。只是至今在这方面的研究仍然存在着许多困难,还有许多空白有待人们去进行大量的工作。因此,本书的目的不是让读者欣赏某种非常优美的非线性动力学研究成果,而是将一个现在正在发展的,有着许多困难需要解决的重要问题展示给读者,让大家共同来分析认识。

我是在郝柏林老师建议和指导下从1987年开始接触这个问题的,经过了长达两年的时间,才逐渐认识它的一些实质性困难和寻求解决的可能途径。这当然与当时这个问题的整个研究状况有一定的关系,但另一方面,也是由于它具有非常丰富的各类现象以及我们至今还缺乏对时空混沌整体的系统的基本概念。因此,在本书中将用很大的篇幅来叙述各种各样现象,其中有许多至今还只能比较模糊地加以说明,而没有真正得到较为满意的分析理解。这里有成片的处女地,等待着有兴趣的读者一起来共同开发。

当然,本书将有选择地叙述一些比较典型的具体模型和比较普遍的现象。这些选择反映了一些作者自身的思路,同时也是希望读者不至于在过于多样化的现象面前感到眼花缭乱。有一些具体模型的研究结果我们根本没有涉及到,但相信读者可以从本书叙述的模型中触类旁通。

在耦合映象格子模型的研究中, 用到了大量来自低维时间混沌的研究成果. 我们虽然在第1章和附录里作了一些扼要的介紹, 这只是为了让读者对某些概念和名词有所了解, 这对于真正从事研究工作还是远远不够的. 为了研究耦合映象格子, 必须对低维时间混沌理论有更多的了解, 这一点希望读者注意. 本书第2章和第3章介绍了耦合单峰格子模型中的现象和一些理论分析. 这是现在研究得最详尽的模型, 对它的介绍构成本书最重要的部分. 第4章和第5章介绍了针对两类问题 (即开流问题和神经网络问题) 的具体模型. 这两类问题有着较强的研究意义, 而且这两个模型表现出与耦合单峰格子不同的特殊行为. 第6章介绍了一种新的耦合映象格子形式, 它的行为对比原来的耦合映象格子模型有很大的扩充, 这个模型的研究现在还仅仅是开始. 在最后一章中, 我们简要介绍了三种二维耦合映象格子模型. 二维模型的研究工作更加复杂、更为困难, 现在对它们还没有进行过较为详尽的研究, 这更是一个非常有待努力的方向.

本书的写作是作者在北京应用物理与计算数学研究所进行博士后研究期间完成的, 而较大部分的研究工作是在中国科学院理论物理研究所进行的. 在此期间, 还得到了这两个研究所许多先生的热情帮助和支持, 特别是郑伟谋教授、刘寄星教授、陈式刚教授、张信威教授、谭昱先生、宋岩博士等的帮助和支持. 另外, 史晓东女士帮助进行了部分原稿的计算机输入和原稿的文字修订. 郝柏林老师和北京师范大学的丁鄂江教授仔细审阅了书稿, 提出了许多宝贵意见. 在此一并表示衷心感谢.

Advanced Series in Nonlinear Science

Spatiotemporal Chaos and Coupled Map Lattices

Yang Wei-ming

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics

P. O. Box 8009, Beijing 100088, China

Shanghai Scientific and Technological Education

Publishing House, SHANGHAI, 1994

Abstract

This book summarizes some latest results from studies in numerical simulations for onedimensional coupled map lattices(OML) and two-dimesional OML models. Also covers analytical discussions through the largest Lyapunov exponent. The concept of spatiotemporal chaos is attempted to be clarified through these researches. Readership includes graduate students, postdoctorial fellows, and practitioners in physical and engineering sciences.

目 录

非线性科学丛书出版说明

前言

第 1 章 时空混沌	1
§ 1 自然界中的时空复杂行为	2
§ 2 确定论系统中的内在随机性与混沌理论	5
§ 3 无穷多自由度的时空系统	9
第 2 章 一维耦合映象格子	12
§ 4 耦合映象格子模型的引入	13
§ 5 耦合单峰格子的时空行为	16
§ 6 对时空行为的刻划	25
第 3 章 耦合单峰格子的进一步讨论	34
§ 7 最大李雅普诺夫指数的分析	34
§ 8 弱耦合时的周期窗口分析	42
§ 9 锯齿形空间图案的稳定性	46
第 4 章 开流的耦合映象格子模型	51
§ 10 单向耦合单峰格子的时空行为简介	51
§ 11 随移李雅普诺夫指数	54
§ 12 空间倍周期分岔行为	56
第 5 章 全程耦合映象	59
§ 13 模型的时空行为和分类	59
§ 14 有序行为中的开关现象	61
§ 15 无序行为中的涨落问题	63
第 6 章 交叉耦合映象格子	65
§ 16 再论模型构造问题	65

§ 17 交叉耦合映象格子模型	67
§ 18 交叉耦合映象格子的行为	69
第 7 章 二维耦合映象格子简介	74
§ 19 二维耦合单峰格子模型	74
§ 20 双相排列模型	77
§ 21 二维螺旋波模型	79
附录 A 单峰映象理论	83
附录 B 对时间混沌的刻划	87
附录 C 不变分布和弗比尼斯-珀龙算符	91
附录 D 循环矩阵的本征值和本征矢	93
参考文献	97

第 1 章

时 空 混 沌

非线性理论的发展使人们对自然界中的许多复杂现象有了新的认识。过去人们总是试图将复杂现象分解或分离成许多简单系统的问题，期望通过简单系统结果的组合能够理解复杂现象的本质。为了研究物质的各种运动规律，我们将物质分解成分子，分子分解成原子，原子分解成原子核和电子，原子核又分解成质子和中子等等，这种分解过程还没有进行完毕，但通过这种方法理解的复杂现象相当有限。自然界中物质运动的许多形式（如流体中的湍流）都是分子以上水平的质点基本运动组合而成，这些基本运动都是确定论性的和可逆的，但它们的组合运动形式却往往是不可逆的，而且有时候呈现一定的随机性，因此组合运动的规律往往不能由基本运动的规律来说明，我们必须对这些规律进行全新途径的探索。

这些组合运动的规律之所以在很长时间以来不被人们所注意，其深刻原因之一，是我们对经典力学的了解远没有几十年前所想象的那么充分。人们常常认为，因为经典力学中的基本规律都是确定论的，“只要给我初条件，我就可以决定未来的一切。”即使初条件有一定的误差，只要误差足够小，我们也可以基本准确地给出未来的所有发展情况。但实际情况是：在确定论系统中，相空间轨道有可能呈现高度不稳定性，随着时间的发展，相邻的相空间轨道之间的距离可能指数增大，初条件的任何微扰都会在未来的发展中引起完全不同的后果，这种现象被称作确定论系统中的内在随机性，也被称为混沌行为。混沌的发现使人们突然醒悟到对经典力学实际上还知道得太少。

混沌事实上是非线性系统较普遍存在的一种行为，关于混沌行为的理论，在近二十多年来发展得非常快^[1]。对混沌的研究大为丰富了我们对于事物演变的认识，不仅使我们对一些非线性系统的复杂行为有了正确的认识，也使许多长期以来无法解决的复杂现象(如湍流)的研究找到了新的希望。现在，物理学、化学、生物学、天文、气象、计算机等许多研究领域中，非线性系统的混沌研究都成为人们关注的热点。与此同时，有关系统复杂行为共性的研究也形成一门新的学科——非线性动力学。

复杂性包含的内容是很广泛的。除了系统行为随时间变化的复杂性，还有随着空间位置而变化、形成非常复杂图案的空间变化复杂性等等。本书的主要目的，就是讨论在时间行为和空间行为都具有复杂性的系统。这类系统是在自然界中存在最广泛的复杂系统之一，也是至今我们理解得最少的系统之一。

§1 自然界中的时空复杂行为

在我们的日常生活中，时空复杂行为处处可见。一支燃着的香烟，烟雾在平稳的气流中冉冉上升，突然卷曲成一团剧烈扰动的烟雾，四处飘散。在流体力学中，称这种现象为开流不稳定现象。烟雾在向上漂动时，它的边界层与空气产生剪切作用，不断裹挟着空气分子与烟雾一起运动，这样，在边界层不断发生质量转移和动量转移，使边界层的速度下降，边界层与中心的速度差使这种剪切流不稳定性扩展到上升烟雾的中心，从而出现卷曲及剧烈的紊乱。仔细观察烟雾的上升全过程，我们可以发现，在烟雾上升的初始，是一种较平稳的层流状态气流；而上升到某些高度后，开始在烟雾边界出现一些极小的振动图案；然后，这些振动迅速增大，并开始出现一些卷曲结构；再向上走，这些卷曲就扰乱了整个烟雾。我们在离烟雾起始点的不同距离上，可以观察到开流由有序向无序的转变。层流状态的转变点在一定范围内很不确定，会随时间非常随

机地上下漂移。实际上，它由外界微小扰动和烟雾起始点的微小差异共同决定。而转变后形成的空间图案，更是千变万化。这个系统很明显对初始的微小扰动有着极强的敏感性。而且，在卷曲后形成的空间图案区域中，图案运动的时间行为和空间行为都十分复杂。

在各种生物体的内部，每时每刻都在不断地进行各种各样的化学反应。长期以来，化学家们总是相信，在任何化学反应中，一个类似于平衡态的、均匀的、不随时间变化的状态最终总会出现。事实上，这种情况常常出现在孤立系统中的化学反应中，而对于开放系统，例如我们在反应中允许以不同速率向体系输入反应物或输出生成物，事情就不是如此简单。最典型的例子就是贝洛索夫-札博廷斯基 (Белусов—Заботинский 简称 BZ) 反应：将硫酸铈 $\text{Ce}(\text{SO}_4)_3$ ，丙二酸 $\text{CH}_2(\text{COOH})_2$ 、溴酸钾 KBrO_3 混合，会发现生成物的浓度随时间而变化，一会儿呈红(产生过量的 Ce^{3+} 离子)，一会儿呈蓝(产生过量的 Ce^{4+} 离子)，像钟摆一样作规则的时间振荡，这类现象称为化学振荡或化学钟；有时也会观察到非周期的过程，这就是化学湍流。如果反应容器相对于反应物扩散长度较大时，成分的浓度在空间会很很不均匀，形成很多漂亮的花纹(如图 1-1)。这些过程很类似于生物体中的生物振荡行为和生物形态现



图 1-1

象。对于这种状态随时间和空间的变化，人们一般用反应扩散方程来描述，即状态 $u(x, t)$ 满足如下形式的偏微分方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(u) + D\nabla^2 u, \quad (1.1)$$

其中 $f(u)$ 称为反应项， $D\nabla^2 u$ 称为扩散项。但是，这个方程的严格求解在一般情况下非常复杂，特别当反应项中的非线性很强时，方程的解对初值的变化可能相当敏感。

生命和智慧的许多形态，也显示着丰富的时空复杂行为。自古以来，人们一直在设法探讨其中的秘密。但即使是在科学技术较为发达的今天，问题还远远没有解决。现代计算机的发展引起计算理论领域的革命，并行计算和容错计算被人们越来越多地谈论到，模拟生命过程中信息处理的神经网络计算机已经成为研究的热点。在这类计算机中，计算单元在空间中联接，使计算过程不仅具有时间复杂性，而且具有空间复杂性。这类计算机也是对高级生命形式的简化模拟。所以，把这些时空复杂行为研究清楚，对理解生命过程和智慧的起源会有十分重要的意义。

时空复杂行为也会给我们带来灾难。气候的变化也是一种时空复杂现象，重力场中冷、热空气对流，造成了大气中的湍流，这些湍流有时表现为短时间的热带风暴，有时表现为一个地区的长时间干旱无雨。

时空复杂现象既造就了我们世界的绚丽多采、千变万化，也造成了灾难、痛苦和死亡。总而言之，自然界几乎处处存在着时空复杂行为。

尽管时空复杂行为有多种多样方式，但它们之间却存在着许多共性。首先，它们一般是处于开放的、远离平衡的系统之中的；其次是存在着非线性的相互作用，而且发展的过程也是不可逆的；还有一条最重要的共性，就是系统对初值变化具有很强的敏感性，也就是说，小的原因可能引起大的后果，甚至可能引起系统行为的质变；而与此同时，时空复杂行为通常在某些局部发展形成各种各

样的自组织形态,使其对某些种类微扰的敏感性减弱,在空间中形成较为稳定的图案。

§ 2 确定论系统中的内在随机性与混沌理论

电子计算机的普及和发展,对现代人类的生活产生了极大的影响。确定论系统的内在随机性也就在这种情况下被发现,并受到了非常的重视。一个很重要并被不断引用的例子,就是大气热对流中的不稳定性引起气象变化的随机性。尽管在许多气象预报中心里装备了极高运算速度的电子计算机,并通过卫星等手段不断地摄制云图和测量其他气象数据,但是给出的气象预报却有时并不准确,特别是中长期天气预报就更不尽人意了。对这种热对流不稳定性引起内在随机运动的描述,也是最早揭示混沌运动的模型,即洛仑兹模型。

60年代,气象学家洛仑兹(E. N. Lorenz)在他的计算机上计算了一个重力场中热对流问题的简化模型^[2],结果发现,初始条件的微小变化很快就导致了完全不同的运动状态。我们知道,经典力学中的运动都可以用相空间中的轨道来表示:各个独立变量(如广义坐标和广义动量)构成了相空间的坐标轴,变量随时间的变化在相空间中构成了运动的相空间轨道。如果运动方程中不含随机项,它描述一种确定性的运动,也就是说,在相空间中我们可以画出一条清晰的轨道,来描述运动方程在给定初始条件下的解。但对类似于洛仑兹模型的非线性确定论系统,即使是一组在实验上基本无法分辨差别的初始条件,它们给出的相空间轨道随时间的发展会指数地分离,结果是使得这些轨道随时间的发展会看起来互不相关,无法想象它们来自于几乎相同的初始条件。对于观察者来说,系统的长时间行为显示出某种混乱性,这种混乱性就是确定论系统的内在随机性,通常被称作混沌(chaos)。

在数学上,用“微分动力系统”这个词来表征这些由微分方程

描述其发展的体系。实际上, 动力系统基本包含了我们讨论的所有运动发展系统。我们知道, 在现实系统中, 往往不可避免地存在着某种形式的能量耗散, 因此, 本书将只讨论具有能量耗散的动力系统问题。对于耗散动力系统, 所有相空间轨道占据的体积, 随着时间的发展总是不断地缩小, 最后趋向于某些轨道的不变集合(这些不变集合也被称作吸引子, 它们所占据的相空间体积为0)。现在认为, 这些集合大致分作如下三类: 首先是不动点, 即相空间轨道趋于相空间中的一个固定点, 系统的状态最后不再随时间改变, 犹如单摆由于能量的损失最后静止在最低点不动。第二类是极限环和高维环面, 即相空间中的闭合曲线和高维闭合曲面。这些相对于 n 维相空间的维数较低的几何体, 其 n 维体积均为0, 因此这些不变集合在耗散动力系统中都是可以存在的。它们反映的系统状态行为, 就是状态随时间周期性变化或准周期变化, 如BZ反应中的化学钟现象。在这类行为中, 两条相邻初始条件的相空间轨道通常并不是指数分离。我们将这类系统行为仍归于规则运动的一种, 因为它们并不是具有类似随机的混乱行为, 对这类行为的长时间预报通常还是有办法做到的。第三类就是除了这些规整几何体之外的所有吸引子, 被称作奇怪吸引子^[3], 或混沌吸引子。它们往往不具有整数的维数。例如这个吸引子是一条永不闭合的无穷长曲线。我们知道, 一个二维几何面实际上可能由一条无穷长的曲线来完全覆盖, 而奇怪吸引子中这一条曲线尽管是无穷长, 但它却没有覆盖一个面。如果一定要测量它所覆盖的二维面积, 将得到面积为0。因此, 这条不闭合曲线被认为是一种维数介于1和2之间的几何体, 通常被称作分形^[4]。通过对几何体维数定义的扩充, 我们可以计算这类奇怪几何体的维数(参阅附录B及[5]~[7])。分形的维数有时被简称为分维。当然, 奇怪吸引子可能是这类不规整的几何体, 它的分维可以是小于相空间维数 n 的任意实数。分形在整数维空间中的表现(或称投影)往往具有无穷嵌套的自相似(self-similar)结构。这种结构与相邻相空间轨道的指数分离有着一定的联系。一

般说来,在自相似尺度变换下等价的相空间轨道,可以有在某种程度上较类似的行为,但相邻的相空间轨道在变换下,差别会随尺度增大,因此它们的变化行为往往是截然不同的。

为了刻划相空间轨道的指数分离,我们对相空间的轨道定义其李雅普诺夫 (А. М. Ляпунов) 指数。在轨道的初始点定义一个无穷小的位移矢量,其端点代表另一个无穷接近的初始条件;让这两个初始条件的相空间轨道在相空间中同时发展,某一时刻两条轨道在相空间中的点所定义的矢量,就表示了无穷小初始位移矢量随时间的发展;对这个发展可以定义其时间演化矩阵,这个矩阵的所有本征值经过无穷长时间的平均,取其绝对值的对数,就定义了轨道的一组李雅普诺夫指数。正的李雅普诺夫指数对应本征矢方向上的位移初始点,其发展出来的轨道会呈现指数化分离趋势;相反,在负李雅普诺夫指数对应本征矢方向,相空间轨道会互相吸引趋近。

如果相空间轨道趋向于一个不动点,它的所有李雅普诺夫指数均为负的。如果趋向于极限环,则除了一个对应本征矢为极限环方向的李雅普诺夫指数为 0 以外,其他的指数都是小于 0 的。只要有一个李雅普诺夫指数大于 0,这条相空间轨道就有可能是混沌的。这句话的意思是,具有正李雅普诺夫指数只是混沌轨道的必要条件,但并不充分。这是因为,在相空间中还可以存在一些不是吸引子的不变集合:其中一类是类似单摆系统不稳定平衡点的不稳定不变集合,当初始条件准确地处于集合中,它就会永远只在这个集合中演化,但稍有偏差就会逃逸开这个不变集合;另一类就是所有趋向于它的初始点相空间总体积为 0 的不变集合。这些集合的几何结构可以是与吸引子同样的三种类型。

这些不是吸引子的不变集合,加上趋向于它的相空间点,有可能将相空间分作一些互不相连的区域。而在这些互不相连的区域内部,都可以有一个吸引子。各个区域内的吸引子互不相关,并以各自的区域为其吸引域 (attractive basin)。这种相空间结构被称