成人高等院校试用教材

经济应用数学

北京市农业管理干部学院数学教研室　编著

科学普及出版社

经济应用数学

科学

成人高等院校试用教材

经济应用数学

北京市农业管理干部学院数学教研室　编著

科学普及出版社

内 容 提 要

本书为成人高等院校试用教材。内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计等。特点是内容全面、突出重点、通俗易懂、适用面广。

本书可供成人高等教育经济类与管理类各专业作教材使用，亦可供广大管理干部，以及经济、科技、管理、教育、军事等部门的实际工作者学习和应用。

(京)新登字026号

*

成人高等院校试用教材

经济应用数学

北京市农业管理干部学院数学教研室　编著

责任编辑：冯　军

封面设计：胡焕然

技术设计：范小芳

*

科学普及出版社出版（北京海淀区白石桥路32号）

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米　1/16　印张：15.875　字数：395千字

1991年10月第1版　　1991年10月第1次印刷

印数：1—4 000册　　定价：8.50元

ISBN 7-110-02179-3/O·55

前　言

近年来，随着我国社会主义现代化建设的进展，在经济管理科学中，越来越多地应用数学方法解决问题。应用数学工具对经济管理工作进行定量分析，从而使经济管理更加严谨、准确、经济、科学。全国成人高等管理院校学员与广大经济管理工作者迫切要求学习更多的数学知识。为此，我们在总结多年教学经验和调查研究的基础上，根据经济管理专业与乡镇企业专业对数学课程的要求和实际工作的需要，编写了《经济应用数学》一书。

《经济应用数学》的特点是：起点较低，内容全面，突出重点，讲清道理；以基本概念、基本运算和基本应用为主，不追求过深的数学理论和证明推导；数学公式，用文字加以说明；文字通俗、深入浅出，并联系经济管理实际，培养学员和读者利用数学方法解决实际问题的能力。

《经济应用数学》一书共三篇十四章。主要内容包括：一元函数微分学、积分学、二元函数微分学、线性代数、概率论与数理统计等。

本书除供成人高等教育经济类与管理类各专业作教材使用外，亦可供广大管理干部，以及经济、科技、管理、教育、军事等部门的实际工作者学习和应用。

本书由北京市农业管理干部学院数学教研室编著。第一、五、六、七、十、十一、十四章由夏江霓编写，第二、三、四、十二、十三章由曲兴权编写，第八、九章由付申编写。主审黄玉喜，主编夏江霓。

教育要改革，教材要更新，这是时代的要求。由于有许多理论和实践问题有待探索，加之编者水平所限，不妥之处，欢迎读者提出宝贵意见。

北京市农业管理干部学院数学教研室

1990年12月

目　录

第一篇　微　积　分

第二篇　线 性 代 数

第三篇 概率论与数理统计

第一篇 微积分

微积分是高等数学的基础学科，研究的是变量和运动的数学，它在工农业生产中有着广泛的应用。我们首先来讨论微积分的主要研究对象——函数。

第一章　函数、极限和连续

§1.1　函　　数

(一) 常量与变量

在我们的实际生活中，常常会遇到各种不同的量，如价格、产量、成本、面积、温度等等。其中有些量在某一变化过程中始终取同一数值，称为常量；有些量在某一变化过程中可取不同数值，称为变量。如在几块同样面积的土地上种植某一农作物，施肥量相同，则土地的面积、施肥量就是一个常量，而农作物的平均株高、产量就是一个变量。

通常用字母 a、b、c…表示常量，用字母 x、y、z…表示变量。

一个量是常量还是变量，不是绝对的，要由具体条件分析。比如水果的价格在较短时间内比较稳定，可看作常量，如果在较长时间内就是一个变量。

常量用数轴上的一个定点来表示，变量用数轴上的动点来表示。为了研究问题方便，有时把常量看成是取同一个值的变量。

通常变量的取值范围是介于某两个实数之间的全体实数值，我们把介于两个实数之间的全体实数叫做区间，那两个实数叫做区间的端点。区间的表示看下表：

设 a、b 是两个实数，且 $a<b$。

变量 x 的变化范围	区间符号	区间名称	统　称
$a<x<b$	$(a,\ b)$	开区间	有限区间
$a\leqslant x\leqslant b$	$[a,\ b]$	闭区间	
$a\leqslant x<b$	$[a,\ b)$	半开区间	
$a<x\leqslant b$	$(a,\ b]$	半开区间	
全体实数	$(-\infty,\ +\infty)$		无限区间
$a<x$	$(a,\ +\infty)$		
$a\leqslant x$	$[a,\ +\infty)$		
$x<b$	$(-\infty,\ b)$		
$x\leqslant b$	$(-\infty,\ b]$		

记号"$+\infty$"读作正无穷大，"$-\infty$"读作负无穷大，它们都不是具体的数。

(二) 函数的概念

每一事物的运动都和它周围其他事物互相联系着互相影响着。在许多实际问题中，往往有几个变量在同时变化，它们的变化并不是孤立的，而是各个变量之间互相联系互相依赖。变量之间的这种依赖关系就是我们要讨论的函数关系。

例 1　某种蔬菜价格为每公斤 a 元，销售量 x 与销售额 y 之间的关系是：

$$y=ax,$$

如果蔬菜共有500公斤，当 x 取$[0,\ 500]$之间某一值时，销售额 y 就按着规律 ax 有一个确定的值与之对应。

例 2　某乡镇企业某产品每日最多生产 100 吨，固定成本为 100 元，每多生产 1 吨，成本增加 5 元，则每日产品的总成本 c 与日产量 x 的关系是：

$$c=100+5x$$

当 x 取〔0，100〕之间的任一值时，变量 c 按着规律 $100+5x$ 就有一个确定值与之对应。

例 3　某气象站用自动温度记录仪记下某日从 0 点到 24 点的温度变化曲线。其中横坐标是时间 t（小时），纵坐标是温度 T（℃）如图1-1。对于每一个确定的时间 t，就有一个确定的温度 T 和它对应。

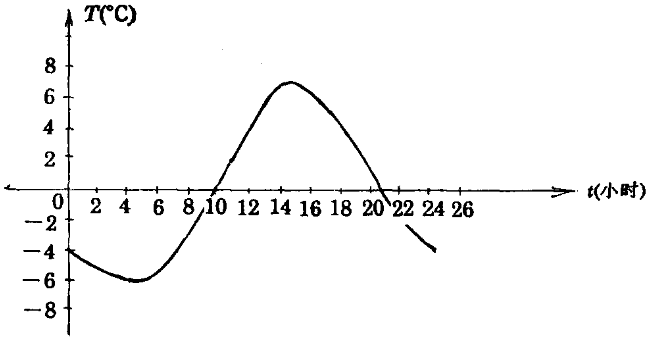


图 1-1

例 4　某乡小麦亩产量1981～1987 年的统计表如下：

年　份	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
亩产量（公斤/亩）	290	291.5	289.5	290	292.5	293.5	298

由上表可以看出：对于某一确定的年份，就有一个确定的亩产量与之对应。

以上 4 例，虽然是不同的实际问题，但共同特征是：一个变量取定一值时，另一变量就按着某一规律有确定的值与之对应，二个变量互相依赖互相制约。因此给出函数定义：

定义1.1　在某个变化过程中有两个变量 x 和 y，当变量 x 在其变化范围内取定某一个数值后，变量 y 按着一定的规律总有一个确定的值与之对应，就称 y 是 x 的函数，记作

$$y=f(x)$$

x 叫自变量，y 叫因变量，f 表示 x 与 y 之间的对应规律。自变量 x 的取值范围，称为函数的定义域，因变量 y 的变化范围，称为函数的值域。

定义域、对应法则、值域是构成函数的三要素。二个函数只要定义域相同，对定义域内的每一个值，与之对应的二个函数的函数值都相同，这两个函数就相同。在某一问题中，如果同时出现几个不同函数，要用不同的对应规律符号来区别它们。如 $f(x)$、$\phi(x)$、$G(x)$ 就表示关于 x 的不同函数。如果两个函数定义域相同，对应法则相同，只是表示自变量的字母不同，这两个函数仍是相同的。例如 $f(x)=2x^2+1$，$f(t)=2t^2+1$ 是同一个函数，函数与表示自变量的字母无关。

函数 $y=f(x)$ 当 $x=a$ 时对应的值，叫做当 $x=a$ 的的函数值。记作 $f(a)$ 或 $y|_{x=a}$。

例如　$y=2x^2+x+1$ 在 $x=0$ 时的函数值是

$$f(0)=2\times0^2+0+1=1$$

如果求 $f(2)$，$f(a)$，$f\left(\frac{1}{x}\right)$就是：

$$f(2)=2\times 2^2+2+1=11$$

$$f(a)=2a^2+a+1$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=2\left(\frac{1}{x}\right)^2+\frac{1}{x}+1=\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}+1$$

（三）函数的定义域

确定函数的定义域要注意下面几点：

（1）对于反应实际问题的函数，其定义域要由所给问题的实际意义来确定；

（2）函数式里若有分式，分母的值不能为零；

（3）函数式里若有偶次根式，根号里的整个式子必须大于或等于零；

（4）函数式里若有对数记号，要使真数为正；

（5）函数式里若有正切或余切函数，在正切、余切符号下的式子的值分别不能等于$k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\pi$（k为整数）；

（6）函数式里若有反正弦或反余弦函数，在反正弦、反余弦符号下的式子的绝对值不能大于1；

（7）若函数的表达式由若干项组成，则定义域是各项定义域的公共部分。

函数定义域常用区间表示，也可用不等式、集合等方式表示。

例5　求下列函数定义域

（1）$y=\frac{2}{5-2x}$　　（2）$y=\sqrt{1-x^2}$

（3）$y=\lg(2-x)+\arcsin\frac{x}{2}$

（4）$y=\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

解：（1）要使函数式子有意义，必须

$$5-2x\neq 0$$

即

$$x\neq\frac{5}{2}$$

∴函数定义域为$\left(-\infty,\ \frac{5}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2},\ +\infty\right)$。

（2）要使函数式子有意义，必须

$$1-x^2\geqslant 0$$

即

$$-1\leqslant x\leqslant 1$$

∴函数定义域为$[-1,\ 1]$

（3）要使函数式子有意义，必须

$$\begin{cases}2-x>0 & ①\\ -1\leqslant\frac{x}{2}\leqslant 1 & ②\end{cases}$$

由①得　$x<2$

由②得　$-2\leqslant x\leqslant 2$

∴函数定义域为$(-2, 2)$

（4）要使函数式子有意义，必须

$$\frac{x-2}{x+1} \geqslant 0$$

即 $\begin{cases} x-2 \geqslant 0 \\ x+1>0 \end{cases}$ ① 或 $\begin{cases} x-2 \leqslant 0 \\ x+1<0 \end{cases}$ ②

由①得 $x \geqslant 2$，由②得 $x<-1$

∴ 函数的定义域为 $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$

（四）函数的表示法

函数的表示方法常用的有以下三种：

1．解析法

用数学式子来表示两个变量之间的函数关系。这种方法便于理论研究和运算。

但需要说明的是，用公式表示函数时，不一定只用一个式子表示。有时自变量在不同的范围内变化时，函数要用几个不同的式子来表示。这种函数叫做分段函数。例如：

$$y=f(x)=\begin{cases} x+2 & x>0 \\ 0 & x=0 \\ x-2 & x<0 \end{cases}$$

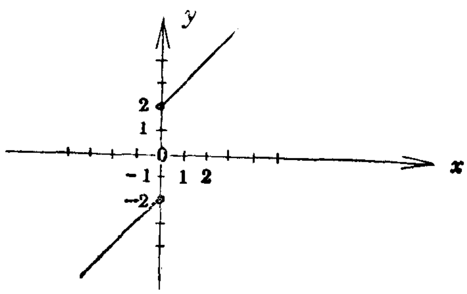


图 1-2

定义域为$(-\infty, +\infty)$，是三个式子的定义域合起来表示的区间。不要认为三个式子表示的是三个函数，而是三个式子合起来表示一个函数。求某点的函数值，要代入相应的式子中，图形见图1-2。

例如 求$f(3)$，把$x=3$代入第一个式子，求$f(-4)$，把$x=-4$代入第三个式子中，即

$$f(3)=3+2=5$$

$$f(-4)=-=4-2-6$$

例6 某运输公司规定货物的吨公里运价为：在a公里以内，每公里k元；超过a公里，每增1公里为$\frac{4}{5}k$元。把运价m和里程s之间的函数关系用公式表示出来为：

$$m=\begin{cases} ks, & 0<s \leqslant a \\ ka+\frac{4}{5}k(s-a), & a<s \end{cases}$$

这里运价m与里程s的函数关系是用分段函数表示的，定义域为$(0, +\infty)$。

2．图象法

用坐标内的曲线表示函数的方法，比较直观。

3．表格法

用表格来表示两个变量之间的函数关系。便于查阅。象对数表、三角形函数表都属于表格法。

（五）函数的性质

1．奇偶性

定义1.2　函数 $y=f(x)$ 对于定义域 X 内任意 x，都有 $-x\in X$，若 $f(-x)=f(x)$，则称函数 $y=f(x)$ 为偶函数。若 $f(-x)=-f(x)$，则称函数为奇函数。

偶函数图形关于 y 轴对称，奇函数图形关于原点对称。

例 7　判断函数 $y=x^2+2$ 的奇偶性

解：因为 $f(-x)=(-x)^2+2=x^2+2=f(x)$

所以 $y=x^2+2$ 是偶函数。其图形为图 1-3。

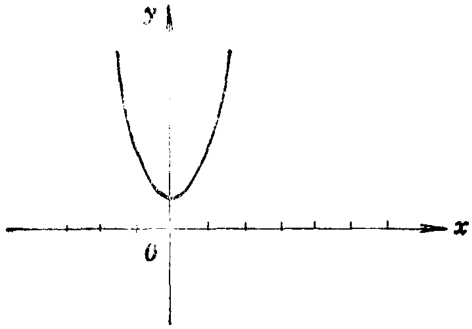


图 1-3

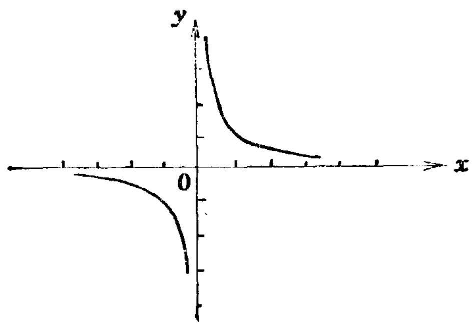


图 1-4

例 8　判断函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的奇偶性

解：因为 $f(-x)=\dfrac{1}{-x}=-\dfrac{1}{x}=-f(x)$

所以 $y=\dfrac{1}{x}$ 是奇偶数。其图形为 1-4 。

例 9　判断 $y=2x^3+2$ 的奇偶性

解：因为 $f(-x)=2(-x)^3+2=-2x^3+2$

$f(-x)\neq f(x)$　$f(-x)\neq -f(x)$

所以 $y=2x^3+2$ 是非奇非偶函数。

2. 单调性

定义1.3　若函数 $y=f(x)$ 对于区间 $(a,\ b)$ 内的任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数在区间 $(a,\ b)$ 内是单调增加的；当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数在 $(a,\ b)$ 内是单调减少的。

单调增函数的图形是沿 x 轴正向逐渐上升的，单调减函数的图形是沿 x 轴正向逐渐下降的，如图 1-5，图 1-6。

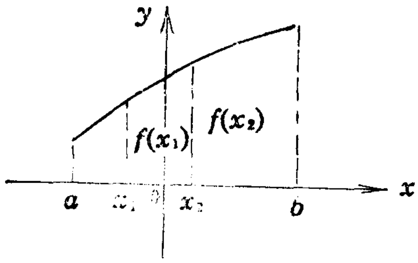


图 1-5

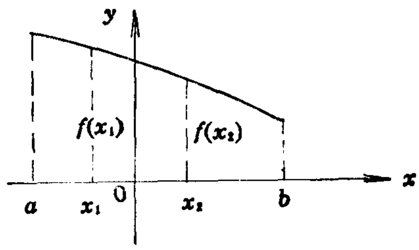


图 1-6

例如　$y=x^3$在定义域内是单调增加的；

$y=x^2$在（0，$+\infty$）内是单调增加的，在（$-\infty$，0）内是单调减少的。

3．周期性

定义1.4　对于函数$y=f(x)$，如果存在正的常数a，使$f(x)=f(x+a)$恒成立，则称此函数为周期函数。满足这个等式的最小正数a称为函数的周期。三角函数属于周期函数，如$y=\sin x$有

$$\sin(x+2\pi)=\sin x$$

其周期为2π，每隔2π图形重复出现一次。

4．有界性

定义1.5　设函数$y=f(x)$在区间（a，b）内有定义〔(a，b)可以是$f(x)$的整个定义域，也可以是定义域的一部分〕，若存在一个正数M，对于所有$x\in(a,b)$，恒有$|f(x)|\leqslant M$，则称函数$f(x)$在（a，b）内是有界的。如果不存在这样的正数M，则称$f(x)$在（a，b）内是无界的。

例如　$y=\frac{1}{x}$在（0，2）上是无界的，在（1，$+\infty$）上是有界的。谈函数有界还是无界必须指明函数所在区间。

（六）反函数

已知某商品单价为a，销售量为x，销售总收入为y。给定销售量x，就可通过关系式$y=ax$确定销售总收入y，这里x为自变量，y为因变量。反过来，若给定销售总收入y，求销售量x，则取y为自变量，x为因变量，其关系式为$x=\frac{y}{a}$。称$x=\frac{y}{a}$为$y=ax$的反函数，或说它们互为反函数。

定义1.6　已知函数$y=f(x)$，其定义域为X，值域为Y，如果对于Y内的任一个值y，X内有一个确定的值与之对应，则x也是y的函数。记为$x=\phi(y)$或$x=f^{-1}(y)$，称$x=\phi(y)$为$y=f(x)$的反函数。

习惯上，以x表示自变量，以y表示函数，为了与习惯一致，把$y=f(x)$的反函数$x=\phi(f)$改写为$y=\phi(x)$。

$y=f(x)$与$y=\phi(x)$的图形是关于直线$y=x$对称的。单值单调函数有反函数，且其反函数也是单值单调的。

单值函数是指对于自变量x的每一个值，变量y有一个确定的值与之对应。如果y

有二个或二个以上的值与之对应，这样的函数称为多值函数。本书所讨论的函数是指单值函数，对多值函数可分为几个单值函数来讨论。

例10　求$y=2x-1$的反函数，并作出它们的图形。

解：由$y=2x-1$求出$x=\frac{y+1}{2}$，

则$y=3x-1$的反函数是$y=\frac{x+1}{2}$，如图1-7。

（七）基本初等函数

在函数定义中，并没有要求当自变量取不同值时，函数值一定要不同，所以$y=c$（c为常数）可看作是最简单的一类函数。

基本初等函数是指：

（1）常数函数　$y=c$（c为常数）

（2）幂函数　$y=x^{\alpha}$（α为任何实数）

（3）指数函数　$y=a^{x}$（$a>0$，$a\neq 1$）

（4）对数函数　$y=\log_a x$

（5）三角函数　$y=\sin x$　$y=\cos x$　$y=\text{tg}\, x$

$y=\text{ctg}\, x$　$y=\sec x$　$y=\csc x$

（6）反三角函数　$y=\arcsin x$　$y=\arccos x$

$y=\text{arctg}\, x$　$y=\text{arcctg}\, x$

它们的图形及主要性质列表如下(见下页)。

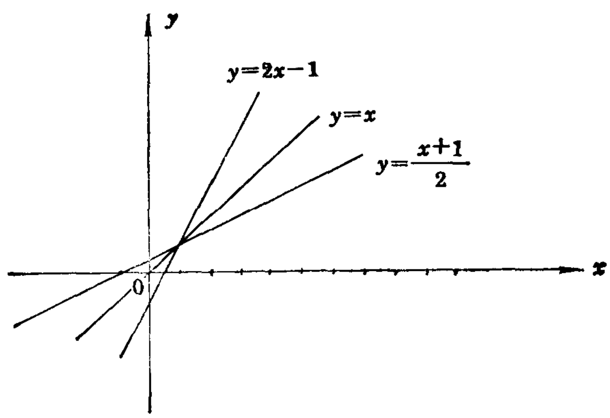
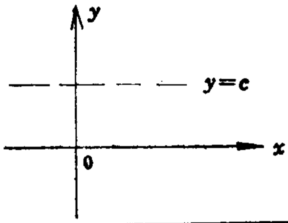
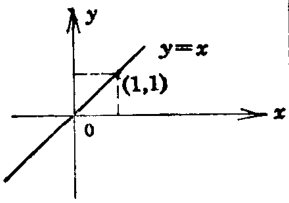
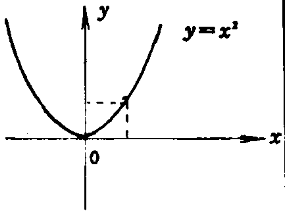
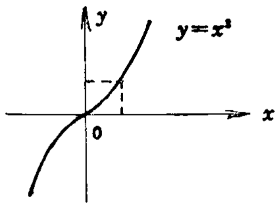
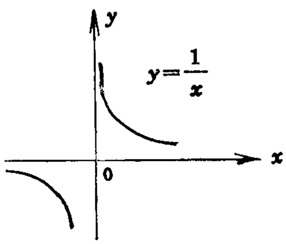
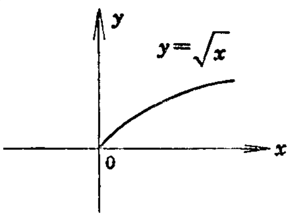
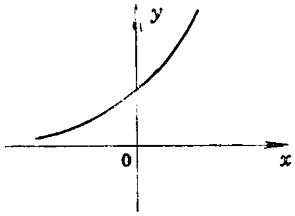
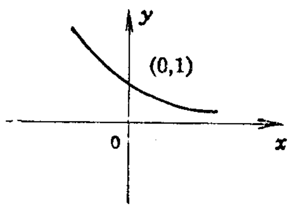
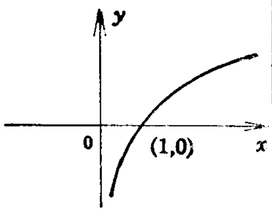
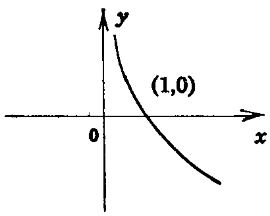


图 1-7

名称		表达式	图形	主要性质
常数函数		$y=c$		定义域$(-\infty,+\infty)$，平行于x轴，截距为c的直线
幂函数	几种典型的幂函数	$y=x$		定义域$(-\infty,+\infty)$，一、三象限的平分线，过$(1,1)$点
		$y=x^2$		定义域$(-\infty,+\infty)$，关于y轴对称，过$(1,1)$点
		$y=x^3$		定义域$(-\infty,+\infty)$，关于原点对称，过$(1,1)$点
		$y=\frac{1}{x}$		定义域$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，关于原点对称，过$(1,1)$点，以$x$轴为渐近线
		$y=\sqrt{x}$		定义域$[0,+\infty)$，过$(1,1)$点

（续）

名称	表达式	图形	主要性质
指数函数	$y=a^x(a>1)$ 当$a=e$时 $y=e^x$		定义域$(-\infty,+\infty)$， 图形在x轴上方，过(0,1)点，以x轴为渐近线，增函数
	a^x $(0<a<1)$		定义域$(-\infty,+\infty)$， 图形在x轴下方， 过(0.1)点， 以x轴为渐近线， 减函数
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$ 当 $a=e$时，记为 $y=\ln X$		定义域$(0,+\infty)$， 图形在y轴右侧， 过(1,0)点， 以y轴为渐近线， 增函数
	$y=y=\log_a x$ $(0<a<1)$		定义域$(0,+\infty)$， 图形在y轴右侧， 过(1，0)点，以y轴为渐近线， 减函数