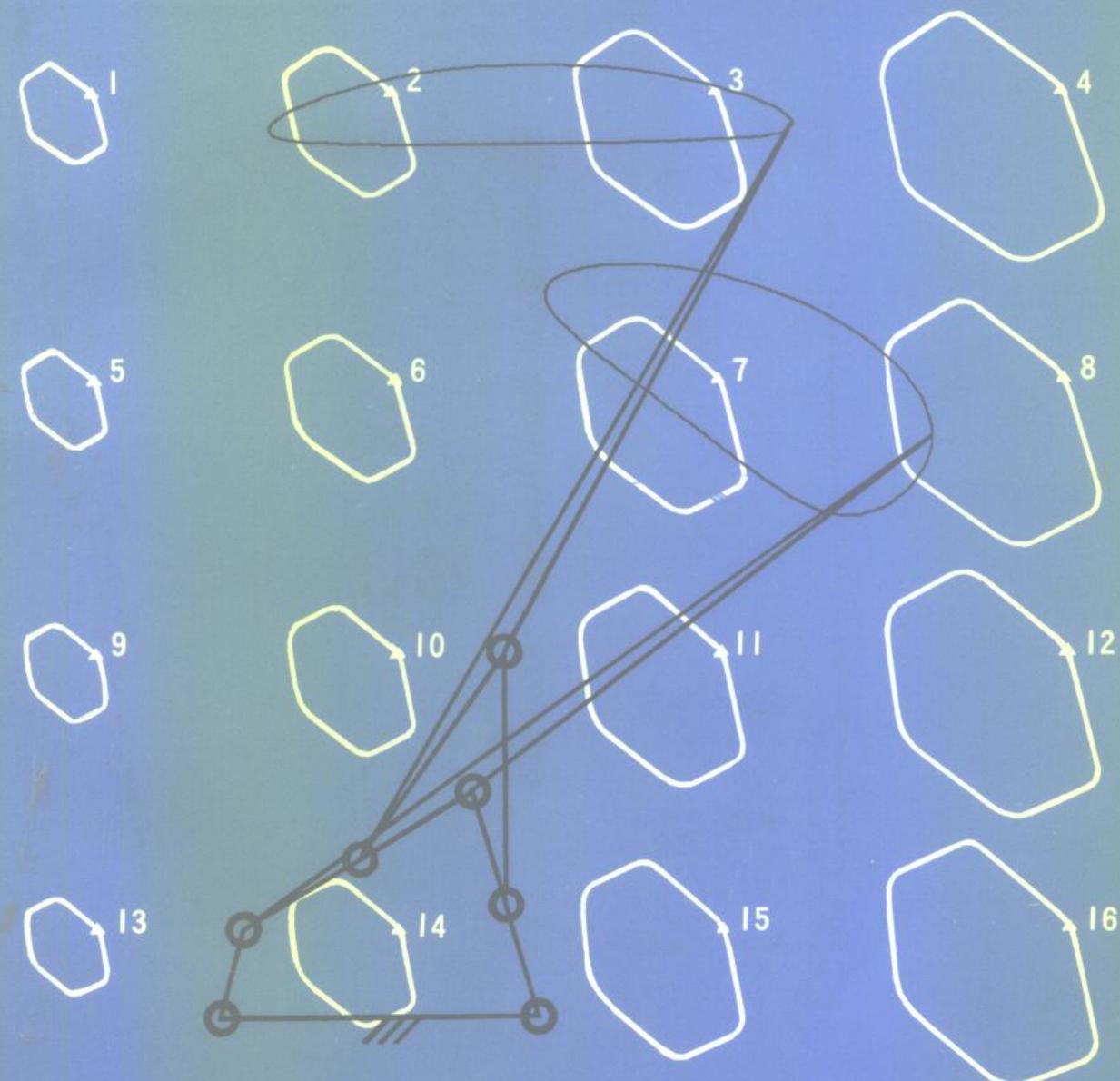


# 多杆直线导向机构 的设计方法与轨迹图谱

刘葆旗 黄荣 著



机械工业出版社

376050

黑龙江省自然科学基金项目

# 多杆直线导向机构 的设计方法与轨迹图谱

刘葆旗 黄荣 著



机械工业出版社

(京) 新登字 054 号

128/128

多杆直线导向机构是同一连杆点实现多段直线轨迹和多个连杆上的点实现直线轨迹的连杆机构。在自动化机械中有着广阔的应用前景。

本书系统地阐述了多杆直线导向机构的设计理论和方法，提供了实用的设计程序。本书所附的多杆直线导向机构轨迹图谱可供设计者直接查阅。

本书分两部分。第一部分共 6 章，分别阐述了多杆直线导向机构的定义和应用、机构型分析、连杆曲线变化规律及综合方法。第二部分为多杆直线导向机构的轨迹图谱。

本书介绍的综合方法和绘制的轨迹图谱为国内外首创。

本书可作为从事机械设计的技术人员，机械类有关专业的教师、研究生、本科生的参考书和工具书。

#### 图书在版编目 (CIP) 数据

多杆直线导向机构的设计方法与轨迹图谱/刘葆旗，黄荣著. —北京：机械工业出版社，1994. 7

ISBN 7-111-04072-4

I . 多…

II . ①刘…②黄…

III . ①多杆机构：导向机构-设计-方法 ②导向机构：多杆机构-设计-方法

③多杆机构：导向机构-轨迹-图谱 ④导向机构：多杆机构-轨迹-图谱

IV . TH112. 1-64

出版人：马九荣（北京市百万庄南街 1 号 邮政编码 100037）

责任编辑：高文龙 版式设计：胡金瑛 责任校对：樊中英

封面设计：姚毅 责任印制：卢子祥

河北三河市宏达印刷厂印刷 · 新华书店北京发行所发行

1994 年 6 月第 1 版 · 1994 年 6 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 · 11.75 印张 · 287 千字

0 001 1500 册

定价：18.5 元

## 前　　言

1984年7月，原机械工业部基础技术研究课题“平面连杆机构的分析与综合”获得机械工业部科技成果1等奖。我们所承担的《铰链四杆单直线及双直线导路机构的综合方法与轨迹图谱》是该课题的两个组成部分之一。获奖后，学部委员、著名科学家雷天觉先生又同我们就有关问题做了进一步的讨论。雷天觉先生指出：由于四杆机构结构简单、机构参数少，比较适合作为实现单直线或双直线轨迹的机构，但当要求条件较苛刻或要求在一个封闭的连杆曲线内实现三个以上直线段时，四杆机构就无能为力了。多杆机构可以实现多段直线，但结构复杂，难以找到简单适用的综合方法。如能在四杆机构的基础上加一个辅助杆，对连杆曲线进行调节，则有可能建立一种比较适用的多直线导向机构的综合方法。根据雷天觉先生的建议，我们从1984年秋季开始，对这一问题进行了研究。最初的研究是从对四杆直线导向机构直线段的调节开始的。研究发现，引入调节杆后能使原连杆曲线中的直线段加长或改变走向，并能产生很多特殊形状的连杆曲线，特别是能够在一条封闭的连杆曲线内实现多个直线段。我们把这种以四杆机构为基础，通过引入调节杆而构造出的机构称为类四杆五杆机构。进一步研究这种机构又发现各种参数的有规律改变将导致连杆曲线有规律的变化，而且类四杆五杆机构的连杆曲线将始终在基础四杆机构对应点的连杆曲线内变化，它与基础四杆机构连杆曲线的交点数取决于调节杆与从动原动杆的传动比，各交点之间连杆曲线的凹凸方向将随机构参数的改变而发生有规律的变化。根据这些规律，我们建立了一整套多直线导向机构的综合方法，并绘制了大量的多直线导向机构轨迹图谱。此后，我们进一步研究了多杆直线导向机构的综合方法，其中包括齿轮五杆直线导向机构、六杆直线导向机构以及杆数更多的直线导向机构的综合方法，并绘制了一批轨迹图谱。

上述研究始终得到了雷天觉先生的鼓励、支持和指导，同时得到了哈尔滨工业大学李华敏教授的帮助，在此向他们表示衷心的感谢。

在研究过程中，张旭斌、刘春有等做了大量的工作，为上述成果做出了很大的贡献，安子军、房颖也参加了部分工作，在此亦向他们表示衷心的感谢。

在绘制多杆多轨迹直线导向机构轨迹图谱时，白玉珍、刘艳秋、王洪亮同志做了部分工作，在此表示衷心的感谢。

刘葆旗 黄荣

1992年10月

# 目 录

前言	
绪论	1
第一章 类四杆五杆机构的型分析	4
第一节 类四杆五杆机构的类型及结构	4
第二节 类四杆五杆机构的传动型式	6
第三节 类四杆五杆机构的尺寸模型	7
第二章 类四杆五杆机构连杆曲线的变化规律	10
第一节 引言	10
第二节 类四杆五杆机构的运动分析及计算机绘图	11
第三节 类四杆五杆机构连杆曲线的变化范围	14
第四节 传动比对类四杆五杆机构连杆曲线的影响	19
第五节 初始角对类四杆五杆机构连杆曲线凸凹程度的影响	22
第六节 类四杆五杆机构连杆曲线随调节杆长度的变化规律	24
第三章 多直线导向机构的综合方法	27
第一节 多直线导向机构综合的计算机作图逼近法	27
第二节 综合多直线导向机构的近似计算算法	29
第三节 多直线导向机构近似直线段参数计算及程序	33
第四节 多直线导向机构轨迹图谱	39
第四章 实现双轨迹和近似平行直线轨迹的齿轮五杆机构综合	40
第一节 具有定轴轮系的齿轮五杆机构连杆曲线计算机绘图	40
第二节 实现双轨迹的齿轮五杆机构综合	43
第三节 实现具有近似平行直线段连杆曲线的齿轮五杆机构分析	51
第四节 两近似平行直线段间距与杆长 $b, c$ 的关系	53
第五节 两近似平行直线段与机架的夹角和机构尺寸的关系	54
第六节 实现两近似平行直线段轨迹的齿轮五杆机构误差分析	58
第五章 多杆多轨迹直线导向机构的综合与轨迹图谱	64
第一节 综合方法的基本原理	64
第二节 连杆曲线的变化规律	66
第三节 六杆双轨迹直线导向机构的综合方法	74
第四节 八杆及更多杆多轨迹直线导向机构的综合	78
第五节 六杆双轨迹直线导向机构的轨迹图谱	79
附录 A 多直线导向机构轨迹图谱	80
附录 B 六杆双轨迹直线导向机构轨迹图谱	141
参考文献	184

## 绪 论

直线导向机构是应用十分广泛的一种机构，它的直线运动轨迹一般是由连杆机构或以连杆机构为主要部分的组合机构来实现的。按在一条封闭的连杆曲线中直线段的多少，直线导向机构可分为单直线导向机构、双直线导向机构和多直线导向机构；按多杆直线导向机构中杆数的多少，直线导向机构又可分为四杆、六杆以及多杆（指八杆以上）直线导向机构。通常所说的直线导向机构，大多是指单直线或双直线铰链四杆直线导向机构。这些机构在印刷机械、纺织机械、食品机械、仪器仪表以及载荷沉重的冶金机械、港口机械中都大量存在，常见的例子如连杆锯、高炉料钟、海港起重机、冶金炉扒渣机、皮革打光机、电影拉片机、重物运输机等，日本还研制出了由四杆直线导向机构组成的搬运机器人。关于四杆直线导向机构的综合，目前已建立了许多行之有效的方法，在《四杆直线导向机构的设计与轨迹图谱》<sup>[1]</sup>一书中，已对这方面的问题进行了详细的阐述，该书中还给出了大量的单、双直线导向机构轨迹图谱，进行机械设计时可以直接从图谱中查得所需要的机构。该书的出版，使单、双直线导向机构的综合问题得到了比较全面的解决。

多直线导向机构是一个鲜为人们提及的概念，它是指能实现同一条连杆曲线上具有三个以上近似直线段的导向机构。按一条轨迹中直线段的多少，可分为三直线、四直线、五直线及六直线导向机构等。图 0-1 是一个六直线导向机构。研究多直线导向机构的综合，是一项比较困难的工作，人们的思想往往局限于四杆机构上，但从对四杆机构连杆曲线的分析来看，用四杆机构实现多直线轨迹几乎是不可能的。能实现多直线轨迹的机构，首先必须是一个能产生复杂连杆曲线的机构，即必须是五杆以上的机构。构件数越多，机构的复杂程度越大，综合一个机构常常要花费很多的时间。

综合的困难，必然会影响它的应用，这正是很少见到多直线导向机构的原因。实际上在生产中很多工艺操作都可以用多直线导向机构来实现，例如多工位机床中的工件转位运动就是这样。利用多直线导向机构还可以构成自动加工线和自动装配线上的搬运机器人。这种机器人要比其它形式的机器人简单而且成本低廉。能够找出简单、方便、迅速而且能满足精度要求的综合方法，是多直线导向机构广泛应用的前提。根据研究四杆直线导向机构的经验，欲找出实用的综合方法，必须对连杆曲线随机构尺寸的变化规律进行分析，在此基础上建立的综合方法才是最简单的，但对一般的五杆机构或六杆机构来说，它们的可变参数较多，连杆曲线的变化规律也复杂，往往难于找出规律。与多杆机构相比，四杆机构具有结构简单的优点和连杆曲线变化简单的特点，如果在四杆机构的基础上增加一个较短的杆作为辅助杆，对四杆机构的连杆曲线进行调节，使连杆曲线的形状更为丰富多样，并且能够有规律地变化，这就为多直线导向机构的综合创造了条件。书中关于多直线导向机构综合方法的研究，就是基

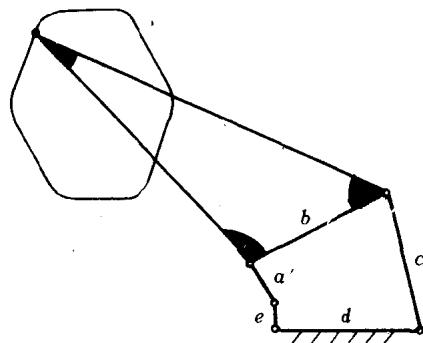


图 0-1 六直线导向机构

于这样的思想进行的。以铰链四杆机构为基础，构造出一类具有特殊结构尺寸的五杆机构——类四杆五杆机构，它的结构比一般多杆机构简单，其连杆曲线同原四杆机构的连杆曲线有着极为密切的关系，而且在变化规律上也有很多相似之处，本书中正是通过对这些规律的分析，建立了一整套多直线导向机构的综合方法。运用书中介绍的方法，可以在很短时间内迅速地综合三直线、四直线、五直线或六直线导向机构。由于所建立的多直线导向机构的综合方法是以连杆曲线的变化规律为基础的，因此它简单、直观、方便、迅速，易于为广大设计人员掌握和使用。在工程设计中，最为简单和实用的方法是查阅图谱，它能在短时间内获得多个可用机构，加以比较，从中取舍。为此，书中绘制了一批多直线导向机构轨迹图谱，给出了上千个三、四、五、六直线导向机构。

多杆多轨迹直线导向机构是本书提出的另一类直线导向机构。前面叙述的多直线导向机构，是指在同一条连杆曲线中有多个直线段，而这里所说的多杆多轨迹直线导向机构，是指机构本身具有多个连杆，可以在每个连杆上进行直线轨迹综合。例如，齿轮五杆机构有两个连杆，可以综合成双轨迹直线导向机构；六杆直线导向机构有两个或三个连杆，可以综合成双轨迹或三轨迹直线导向机构。图 0-2 是齿轮五杆双轨迹直线导向机构，图 0-3 是六杆双轨迹直线导向机构。

多轨迹直线导向机构的特点，是利用多个连杆实现近似的直线轨迹，以实现一机多用。多杆多轨迹直线导向机构将被大量应用于自动生产线上。做为传送机构，一般的直线导向机构只能传送一个工件，而多杆多轨迹直线导向机构可同时运送两个或三个工件。运送工件的方向可以是一致的，也可以是不一致的；两工件的动作可以是同时的，也可以是不同的（即直线段对应不同的原动件转角）。利用多杆多轨迹直线导向机构还可以实现一个工件两个方向的传递。把这种机构做成装卸机器人，可以同时装卸两个或三个构件。现有的水稻插秧机是一个单直线导向机构，每次只能插一束秧苗，若改用多杆直线导向机构，则可同时插两束或三束秧苗，可大大提高生产效率。多杆多轨迹直线导向机构能够充分发挥一个机构的潜能，使一个机构同时完成多个运动的要求，降低机器的复杂程度，减少制造成本，节省工作时间，提高生产率。关于多杆多轨迹直线导向机构的研究，才刚刚起步，随着对这种机构综合方法研究的不断深入和完善，它的应用将有广阔的前景。多杆多轨迹直线导向机构的综合，要比四杆直线导向机构的综合复杂得多，因为它要同时考虑两个以上连杆的运动。文献〔2〕曾讨论了各种型式六杆机构实现多轨迹的综合问题，采用了最优化方法进行求解。但在综合多个连杆同时实现直线轨迹时，即使利用最优化技术，常常因初始值难于选择难于得出结果。因此，长期以来，多杆多轨迹直线导向机构的研究一直是一个空白。要解决此问题，必须另辟新径。

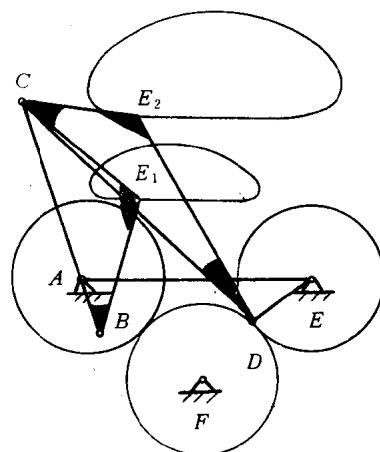


图 0-2 齿轮五杆双直线导向机构

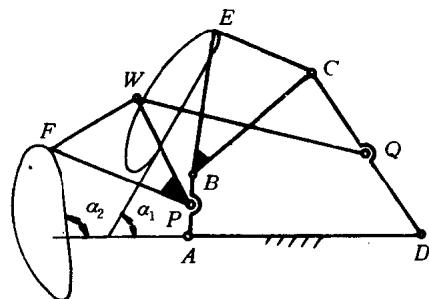


图 0-3 六杆双轨迹直线导向机构

本书在讨论齿轮五杆双轨迹直线导向机构的综合问题时，采用了计算机绘图与优化相结合的方法；即利用计算机绘图提供初始值，然后进行优化求解。关于这种机构，本书重点讨论了实现两个近似平行直线轨迹的综合问题。书中所建立的综合方法，仍是以对连杆曲线随机构参数变化的规律进行分析为基础的。对双轨迹平行直线导向机构来说，两平行直线轨迹间的距离和直线段相对于机架的倾角是非常重要的参数，书中建立了这两个参数与机构尺寸的关系表，利用这些表可以迅速查得实现不同间距、倾角的机构尺寸。

对于六杆机构，由于其尺寸参数更多，其综合方法的难度比齿轮五杆机构更高，必须进一步探索新的方法。文献〔1〕、〔8〕详细地讨论了以四杆直线导向机构为基础的新的六杆或更多杆多轨迹直线导向机构的综合方法。该方法的基本思想是：在四杆直线导向机构的基础上，引入一个双杆组，调整双杆组的参数，分析引入的双杆组连杆点上轨迹的变化规律，找到轨迹形状变化同机构尺寸的关系，最后达到以机构尺寸控制连杆曲线变化的目的，以求得直线轨迹。其具体做法是使该连杆点最初与原四杆机构连杆上的直线导向点相重合，随着双杆组参数的变化，该连杆曲线原为直线段的部分将向内凹或向外凸，找出连杆曲线形状随双杆组参数的变化规律，就可以通过调整双杆组参数控制连杆曲线的形状，令其按需要内凹或外凸，从而综合出六杆多轨迹直线导向机构。本书对这种方法作了详细介绍，并利用此方法综合出大量的六杆直线导向机构图谱，可供设计者直接查阅。这种方法是以四杆直线导向机构为基础，以连杆曲线变化规律为依据建立起来的，它不需要进行复杂的计算，整个作图寻找过程都在计算机上完成，所以综合过程简单，易于掌握。此种方法还可以进一步扩展到八杆、十杆以及杆数更多的多轨迹直线导向机构的综合问题中去。

总之，本书在多直线导向机构的综合、多杆多轨迹直线导向机构的综合方面，建立了一整套系统的方法。这些方法简单、方便、迅速且能保证需要的精度。为方便设计者使用，书中还给出了有关的计算、绘图程序和大量轨迹图谱。书中所述内容是机构轨迹综合中一个崭新的领域，相信本书的问世将对多直线导向机构和多杆多轨迹直线导向机构的应用起到积极的促进作用。

# 第一章 类四杆五杆机构的型分析

## 本 章 提 要

本章引入了类四杆五杆机构的概念，介绍了这种机构的类型、结构及传动型式，并建立了类四杆五杆机构的尺寸模型，为进一步研究该机构奠定了基础。

### 第一节 类四杆五杆机构的类型及结构<sup>[3]</sup>

#### 一、类四杆五杆机构

铰链四杆机构是结构最简单的平面连杆机构，它能产生多种形式的连杆曲线。在直线导向机构的综合中，四杆机构可实现单直线和双直线轨迹，但要想利用四杆机构实现有两个以上直线段的轨迹则是很困难的，甚至是不可能的。一般来说，要实现多于两段直线的轨迹要求，只能借助于五杆或六杆机构。但对于这些机构，很难搞清其连杆曲线的变化规律，这就使多直线导向机构的综合变得难度很大。

与多杆机构相比，四杆机构的连杆曲线变化比较简单，如果在四杆机构基础上增加一个辅助构件，对四杆机构的连杆曲线进行调节，使连杆曲线的形状更为丰富多样，并且能有规律的变化，就能为综合多直线导向机构开辟广阔的前景。基于这种想法，以铰链四杆机构为基础，构造出一类具有特殊结构尺寸的五杆机构，即把四杆机构的某一杆截成两个杆，用转动副相联，其中一个杆长度较短，两杆长之和等于被截杆长，其余三个杆长度及联接情况不变，这样就得到了一个两自由度的五杆机构。在四杆机构中加入一个较短的杆相当于引入一个调节环节，该杆能对原四杆机构的连杆曲线进行调节，使之变化更复杂，特将该杆称为调节杆。调节杆不宜过大，过大会使所得的五杆机构连杆曲线与原四杆机构的连杆曲线毫无相似之处，也就无法借鉴四杆机构的分析结果来分析五杆机构了。研究表明，调节杆与被截杆的另一段长度之比以小于或等于 0.25 为宜。为便于研究，规定该五杆机构的两个原动件应按定传动比运动，这样整个机构的自由度为 1。由于这种五杆机构的杆长尺寸与原四杆机构有着特殊的关系（杆长总和相等，另有三个杆长也相等），所以它的连杆曲线有一些四杆机构的特点，但两者之间又有本质上的区别，它的连杆曲线要比四杆机构的连杆曲线更为丰富多样，其连杆曲线的变化规律可在四杆机构连杆曲线的基础上用同样的方法进行研究。通过对其连杆曲线随机构尺寸参数变化规律的分析可以找出比较简单的多直线导向机构的综合方法。把这种在四杆机构基础上引入一个较短的调节杆且两原动件是按定传动比运动的特殊的五杆机构称为“类四杆五杆机构”。原来的四杆机构称为该五杆机构的“基础四杆机构”。

#### 二、类四杆五杆机构的类型与结构

在图 1-1 所示的基础四杆机构中引入较短的调节杆可有三种方式，即分别从原动件、连杆、从动件中引入。每一种型式中，调节杆又可以从两个位置引入，例如可以从原动件靠近

机架的一边引入，也可以从靠近连杆的一端引入，因此共可得六种型式的类四杆五杆机构，分别称为 I、II、III、IV、V、VI型类四杆五杆机构，如图 1-2 所示。图中的  $l_5$  代表调节杆长度， $l'_i$  代表被截杆剩余的长度 ( $i$  可为 1、2 或 3)。在 I、II 型中， $AA'$  与  $A'B$  为原动件并且按定传动比运动；在 III 型中， $AB$  与  $B'B$  为原动件并按定传动比运动；在 IV 型中， $AB$  与  $CD$  为原动件并按定传动比运动；在 V、VI 型中， $AB$  与  $C'D$  为原动件并按定传动比运动。I、II、III 型类四杆五杆机构的研究方法相同；IV、V、VI 型的研究方法也相同。

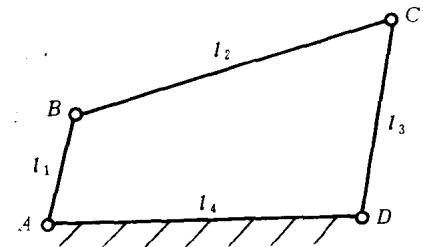


图 1-1 基础四杆机构

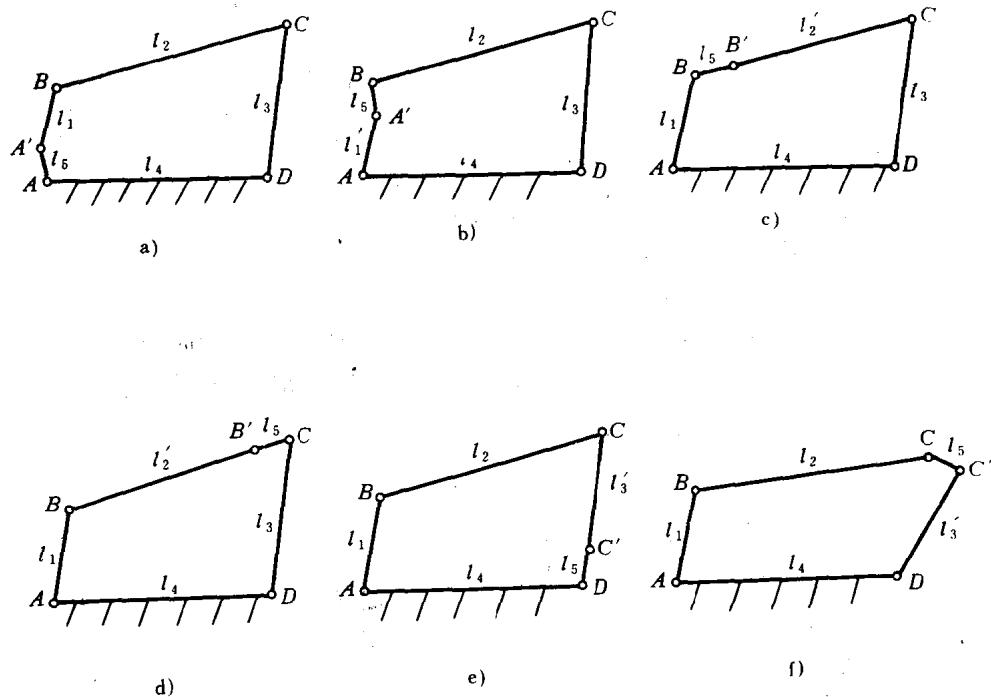


图 1-2 由基础四杆机构演变得到的类四杆五杆机构

a) I型 b) II型 c) III型 d) IV型 e) V型 f) VI型

类四杆五杆机构可以由曲柄摇杆机构、双曲柄机构及双摇杆机构演变得到。若基础四杆机构是曲柄摇杆机构或是双曲柄机构，则构造出的类四杆五杆机构至少有一个曲柄；若基础四杆机构是双摇杆机构，则构造出的类四杆五杆机构是否有曲柄将取决于机构的尺寸条件。

类四杆五杆机构与一般五杆机构的主要区别是类四杆五杆机构中有一个杆的长度很短（调节杆）。规定调节杆长度与被截杆另一段长度之比  $l_5/l'_i \leq 0.25$ 。当调节杆从基础四杆机构的原动件中引入时，所得到的类四杆五杆机构的结构与一般的五杆机构将有区别。因原动件长度比较小，所以调节杆长度就更小，在这种情况下，类四杆五杆机构中的调节杆应做成偏心轮，如图 1-3 所示，杆 1 与杆 5 保持定传动比。

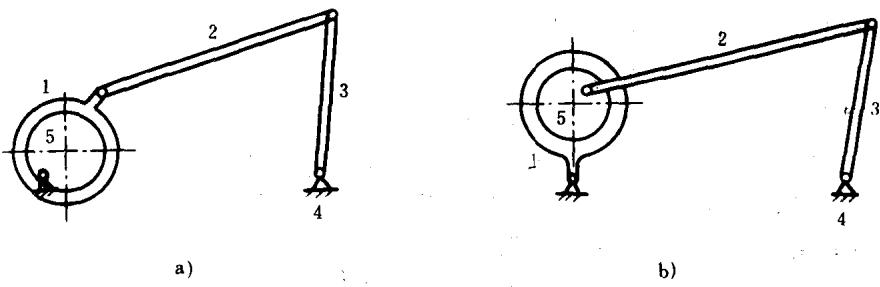


图 1-3 调节杆安装在原动件上的偏心轮五杆机构  
a) 调节杆与机架相联 b) 调节杆与连杆相联

## 第二节 类四杆五杆机构的传动型式

在类四杆五杆机构中要求两原动件按定传动比传动，利用齿轮传动可实现这种要求。对于Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三种型式的类四杆五杆机构，两原动件位置相同，因此传动型式（即齿轮的布置型式）相同。对于Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ三种型式的类四杆五杆机构，是以两连架杆为原动件，原动件位置相同，因此其传动型式也相同。所以从传动型式的角度来看可把类四杆五杆机构分为两大类，第一类包括Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ型，第二类包括Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ型。

对于第一类类四杆五杆机构，以Ⅰ型为例说明其传动型式。在Ⅰ型类四杆五杆机构中， $AA'$  与  $A'B$  是原动件，设其传动比为  $i_{51'} = \omega_5 / \omega_{1'}$ 。当两构件转向相同时，传动比为正，若  $\omega_5 \geq \omega_{1'}$ ，即  $i_{51'} \geq 1$ ，齿轮布置型式如图 1-4a 所示，根据轮系传动比的计算方法可得

$$i_{51'} = \frac{\omega_5}{\omega_{1'}} = \frac{z_{1'}}{z_{1'} - z_5} \quad (1-1)$$

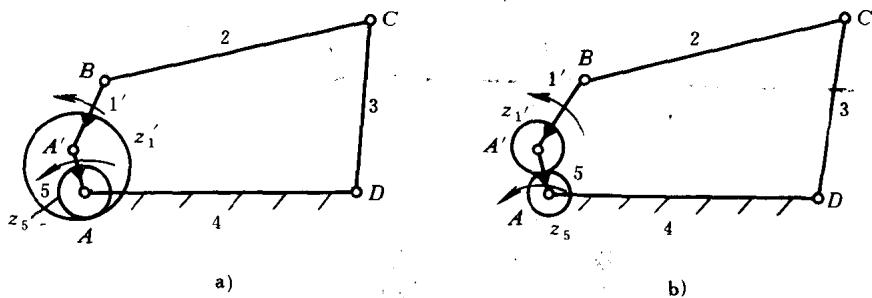


图 1-4 第一类类四杆五杆机构的齿轮布置型式

a)  $\omega_5 \geq \omega_{1'}$  b)  $\omega_5 < \omega_{1'}$

若  $\omega_5 < \omega_{1'}$ ，即  $i_{51'} < 1$ ，齿轮的布置应采用图 1-4b 的型式，其传动比为  $i_{51'} = \frac{\omega_5}{\omega_{1'}} = \frac{z_{1'}}{z_{1'} + z_5}$ 。  
 $z_{1'}$ 、 $z_5$  代表两齿轮的齿数。

由于讨论类四杆五杆机构的目的是研究其连杆曲线的变化规律，因此要求其连杆曲线是封闭的，即  $i_{51'}$  应是一个整数。由式 (1-1) 可知，当  $i_{51'} = 1$  时，无法利用齿轮传动来实现两原动件按 1:1 的比例传动，只能采取其它传动型式。因此一般情况， $i_{51'}$  应是一个大于或等于

2 的整数。设  $i_{51'} = j$ , 则由式 (1-1) 可得齿数  $z_{1'}$  与  $z_5$  的关系

$$z_{1'} = \frac{j}{j-1} z_5 \quad (1-2)$$

因为  $z_{1'}$  与  $z_5$  必须是整数, 所以当  $j > 2$  时  $z_5$  应是  $(j-1)$  的整数倍。

若要求杆 5 与杆  $1'$  转向相反, 即传动比为负, 则可采用图 1-5 所示的齿轮布置型式。齿轮 4 是一个与机架固联的内齿轮 (齿数为  $z_4$ ), 齿轮  $1'$  与杆  $1'$  相联。根据轮系传动比计算公式可得

$$i_{51'} = z_{1'} / (z_{1'} - z_4) \quad (1-3)$$

$i_{51'}$  应是一个小于或等于 -1 的整数, 要满足此关系则必有  $z_{1'} < z_4$ 。设  $i_{51'} = -j$ , 则由式 (1-3) 可得

$$z_{1'} = jz_4 / (1 + j) \quad (1-4) \quad \text{图 1-5 传动比为负时的齿轮布置型式}$$

显然  $z_4$  必须是  $(1+j)$  的整数倍。

以 V 型为例说明第二类类四杆五杆机构的传动型式。第二类类四杆五杆机构两个原动件之间的传动比可用定轴轮系实现。当要求两原动件转向相反时, 即传动比  $i_{15}$  为负, 可采用图 1-6a 所示的齿轮布置型式。传动比为

$$i_{15} = -\frac{z_5}{z_1} \quad (1-5)$$

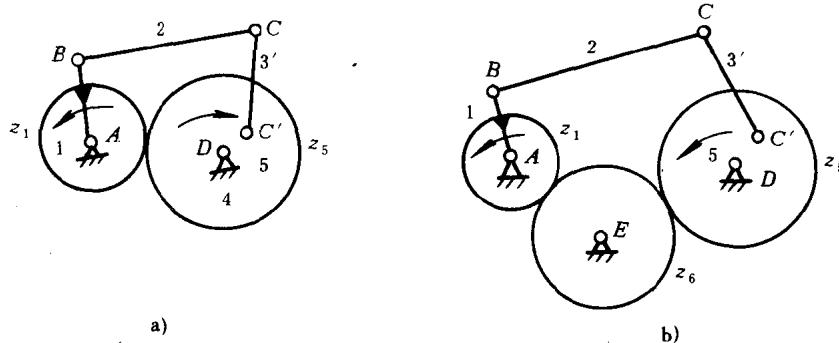


图 1-6 第二类类四杆五杆机构的齿轮传动布置型式

若要求两原动件转向相同时, 即传动比  $i_{15}$  为正, 可采用图 1-6b 所示的齿轮布置型式。传动比为

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_{1'}} \quad (1-6)$$

### 第三节 类四杆五杆机构的尺寸模型

为了表示机构尺寸变化对机构性能及对连杆曲线的影响, 应建立一种以机构尺寸为坐标的图形, 这种图形应具备机构尺寸类型和图形上点位对应关系。关于铰链四杆机构人们已建立起了这种关系, 即铰链四杆机构空间模型<sup>[4]</sup>。由于类四杆五杆机构是在四杆机构的基础上构

造出的，所以可按照建立铰链四杆机构空间模型的方法建立类四杆五杆机构的尺寸模型。研究机构的尺寸模型，可以将对应杆长度成比例的机构统一为一个尺寸型，因为这些机构的性能是完全相似的。

通过对各种型式的类四杆五杆机构连杆曲线的研究，可发现 I 型机构连杆曲线的变化最有规律，而且能较容易地实现多直线轨迹，其它型式机构的连杆曲线变化也有规律，但不易实现有多个直线段的轨迹，因此下面只讨论 I 型类四杆五杆机构。为以后研究方便，现将 I 型类四杆五杆机构中的各杆按图 1-7 所示符号表示。图中各杆符号分别为 1、2、3、4、5，其相对长度分别为  $e$ 、 $a'$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。杆 1 为调节杆，它是原动件，杆 2 称为从动原动件，它的运动是通过齿轮传动由杆 1 控制的。

根据铰链四杆机构空间模型原理可知，四杆机构的全部尺寸类型存在于一个封闭的空间八面体中，如图 1-8a 所示，且其尺寸满足如下关系：

$$a + b + c + d = 4 \quad (1-7)$$

$$0 < a, b, c, d < 2 \quad (1-8)$$

式中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  分别表示四杆机构的相对杆长。若各杆实际杆长分别为  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$ ，则  $a = l_1/L$ ， $b = l_2/L$ ， $c = l_3/L$ ， $d = l_4/L$ ，其中

$$L = (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)/4$$

现将  $a$  杆截为两段，并用铰链连接，两段杆长分别为  $a'$ 、 $e$ ，即有

$$a = e + a' < 2 \quad (1-9)$$

根据类四杆五杆机构的定义又令

$$e \leq 0.25a' \quad (1-10)$$

则原来的四杆机构就变成了类四杆五杆机构。

按文献 [4] 的方法，用  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示空间直角坐标系的三个轴，则由 (1-7) 和 (1-8) 两式可确定一空间八面体，如图 1-8a 所示，它代表了全部四杆机构的尺寸类型。对于以  $a'$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  为相对杆长的类四杆五杆机构 ( $a = a' + e$ )，该空间八面体内任意一点都代表了无穷多个  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  为定值的类四杆五杆机构。这些类四杆五杆机构中的  $e$  和  $a'$  值之一可以独立改变，而另一值则由给定的  $a$  来确定。称该空间八面体为类四杆五杆机构尺寸模型的空间模型。

$e$  和  $a'$  的取值区域可用 (1-9)、(1-10) 两式确定。建立图 1-8b 所示的坐标系，以  $e$  为横坐标， $a'$  为纵坐标。由式 (1-9)  $e + a' \leq 2$  所确定的  $e$ 、 $a'$  取值区域应在  $IH$  线左下方。因  $a'$ 、 $e$  均须大于 0，所以由式 (1-9) 确定的区域为  $\triangle OIH$ 。由式 (1-10)  $e \leq 0.25a'$  所确定的  $e$ 、 $a'$  取值区域应在  $OK$  线的左上方。因此由式 (1-9)、(1-10) 两式联合确定的  $a'$ 、 $e$  取值区域是  $\triangle OKH$  (去除坐标原点  $O$ )，把该平面图形称为类四杆五杆机构尺寸模型的平面模型。

图 1-8a、b 确定了全部类四杆五杆机构的尺寸类型。图 1-8b 确定了  $a'$ 、 $e$  的取值域，在此区域内任意取一点，就相当于给定一个  $a$  值。图 1-8a 中的每一点都表示无穷多个类四杆五杆机构，这些机构的  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  值是不变的，但  $a'$ 、 $e$  值是变化的。当调节杆  $e=0$  时， $a=a'$ ，这时  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  构成一个铰链四杆机构，即类四杆五杆机构的基础四杆机构，图 1-8a 就是文献 [4] 中的铰链四杆机构的空间模型，文献 [4] 中的全部结论都可直接应用。因此类四杆五杆机构尺寸模

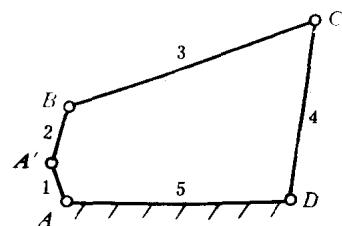


图 1-7 I 型类四杆五杆机构

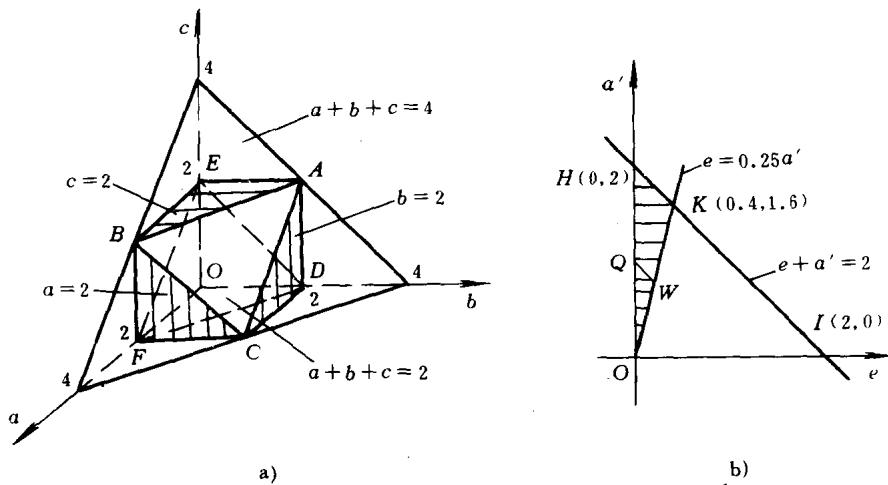


图 1-8 类四杆五杆机构的尺寸模型

型的空间模型的子空间、子区间划分以及各区间的机构类型与四杆机构的完全一致。

当调节杆  $e$  不等于 0 时, 得到类四杆五杆机构, 需用图 1-8a、b 来确定其尺寸型。图 1-8a 中的任意一点代表着无穷多个  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  为定值的类四杆五杆机构, 这些机构的差别只在于  $a'$ 、 $e$  的不同。当给定一个  $a$  值 (如  $a=1.0$ ), 则满足此条件的  $a'$ 、 $e$  值在图 1-8b 中的一条直线上, 该直线通过  $a'$  轴上的已知点  $a' = 1.0$  且与  $HK$  直线平行, 即  $QW$  直线。所以对于已知  $a$  的类四杆五杆机构, 其全部尺寸类型可由图 1-8b 上的一条直线和图 1-8a 中的一个点来确定。

综上所述可知, 类四杆五杆机构的尺寸模型由空间和平面两部分组成, 其空间部分与铰链四杆机构的空间模型完全类似。

仿照文献 [4] 的方法, 可将类四杆五杆机构的空间模型划分成八个子空间, 对于  $d$  为定值的每个截面亦可划分成八个子区间。图 1-9 为第一子空间在坐标系中的位置。 $G$  点是空间模型的重心, 是  $a=b=c=d=1$  的机构位置。该子空间内的任意一点满足下列不等式

$$a+b < c+d, \quad a+c < b+d, \quad a+d < b+c.$$

这就是第一子空间的机构尺寸关系。可以证明满足上述尺寸关系的四杆运动链是有曲柄存在的, 所以对于第一子空间来说,  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四个杆可构成以  $a$  为曲柄的曲柄摇杆机构。因此第一子空间所表示的类四杆五杆机构也将是有曲柄存在的。

所建立的类四杆五杆机构尺寸模型将所有的类四杆五杆机构纳入到一个封闭的空间和一个封闭的平面区域内, 使原来毫无规律的机构尺寸变得有规律了。它对于研究类四杆五杆机构连杆曲线的变化规律与机构尺寸的关系是很有意义的。

以后讨论类四杆五杆机构的尺寸均指相对尺寸。若给定的是各杆的实际长度, 则可通过下述办法化成相对尺寸。设各杆实长为  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ ,  $l_5$ , 令  $L = (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5) / 4$ , 则  $e = l_1/L$ ,  $a' = l_2/L$ ,  $b = l_3/L$ ,  $c = l_4/L$ ,  $d = l_5/L$ 。表示连杆点位置的长度或坐标也应除以  $L$  变成相对长度。

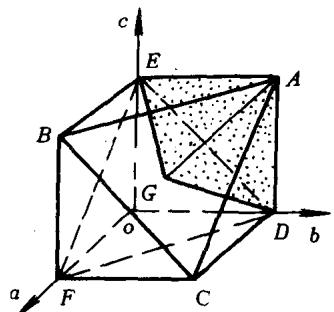


图 1-9 第 1 子空间位置

## 第二章 类四杆五杆机构连杆曲线的变化规律

### 本 章 提 要

本章介绍了类四杆五杆机构的运动分析和连杆曲线计算机绘图，给出了绘图程序；分析了类四杆五杆机构连杆曲线与基础四杆机构连杆曲线之间的关系；讨论了传动比，初始角，调节

杆长度对类四杆五杆机构连杆曲线的影响，得出了若干个在机构轨迹综合中很有用的规律，为进行多直线导向机构的综合奠定了基础。

### 第一节 引 言

类四杆五杆机构与基础四杆机构相比多了一个调节杆，因此其连杆曲线的变化将更加复杂，连杆曲线的形状也将更加丰富。它的轮廓尺寸和形状将由五个杆的长度、连杆点的位置、杆 1 与杆 2 之间的传动比  $i_{12}$  和初始角来决定，这些参数中的任何一个发生变化，连杆曲线亦将发生变化。分析类四杆五杆机构连杆曲线与机构参数之间的关系是很有意义的，它能为机构的轨迹综合提供理论依据并能产生新的综合方法。这种综合方法是以连杆曲线的变化规律为基础建立的，它比利用数学分析建立的方法更简单、直观，也更具广泛性和实用性。

为研究方便，引入同一连杆点的定义。定义：对不同尺寸参数的类四杆机构，若连杆平面上某一点相对于连杆与从动原动件 2 的铰链点和连杆两铰链点连线的位置始终保持不变（参见图 1-7），则称该点为连杆平面上的同一连杆点或固定点。

引入上述定义后，就可以研究当机构尺寸发生变化时，连杆平面上一个相对固定的点之轨迹与机构尺寸参数之间的变化规律。

连杆曲线随机构尺寸参数的变化情况可以分为两个方面：

其一，只有连杆点的位置发生变化，其余各参数均不变。在这种情况下，连杆平面上不同点的连杆曲线的形状、轮廓尺寸将有很大区别。但就整个连杆平面而言，连杆曲线由一种形状演变成另一种形状却是一个连续的过程。分析连杆曲线的形状、轮廓尺寸与连杆点位置的关系，使我们能全面地了解连杆曲线在连杆平面上的分布情况，在进行轨迹综合时能做到有的放矢。

其二，连杆点位置不变，机构的其它尺寸参数（杆长、初始角、传动比等）发生变化。连杆点位置不变，是指连杆点相对于固定在连杆平面上的坐标系的位置不变，即指前面定义的连杆平面上的同一连杆点或固定点。对于连杆平面上的某一个固定点，当机构的任一杆长发生变化或是杆的初始角或是传动比发生变化时，该点的连杆曲线形状、轮廓大小、各部分曲线段的凸凹方向等都将发生变化，而且许多变化是有规律的。利用这些规律能建立新的机构轨迹综合方法。

长期以来，对各种连杆机构来说分析连杆曲线的变化规律一直都是非常困难的。类四杆五杆机构的杆长组合有无穷多种，若在这无穷多种机构尺寸中随意取出一些来研究，那是很

难找出连杆曲线的变化规律的。要想探求连杆曲线与机构尺寸之间的变化规律，必须有一个能在有限空间和区域内表示所有机构尺寸的模型。对铰链四杆机构连杆曲线变化规律的成功分析就是建立在铰链四杆机构空间模型的基础上。在上一章中已建立了类四杆五杆机构的尺寸模型，这个尺寸模型的建立使我们能在有限的空间和区域内研究无限的机构尺寸模型，并使研究类四杆五杆机构的连杆曲线与机构尺寸的关系成为可能。

## 第二节 类四杆五杆机构的运动分析及计算机绘图

### 一、运动分析

#### (一) 位移分析

图 2-1 所示是一个 I 型类四杆五杆机构。杆 1 为调节杆，是原动件；杆 2 为从动原动件；杆 3 为连杆，杆 4 为从动件，杆 5 为机架。各杆的相对长度分别为  $e$ 、 $a'$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。设调节杆 1 与从动原动件 2 之间的传动比为  $i_{12}$ ，两杆的初始位置角分别为  $q_1$  和  $q_2$ 。初始角是指在机构的初始位置时，杆 1 与杆 2 和水平轴的夹角。坐标系如图 2-1 所示。

该机构的复数向量方程为

$$ee^{i(\varphi_1+q_1)} + a' e^{i(\varphi_2+q_2)} + be^{iq_3} = d + ce^{iq_4} \quad (2-1)$$

连杆 3 上任意一点 P 的向量方程为

$$x_p + iy_p = ee^{i(\varphi_1+q_1)} + a' e^{i(\varphi_2+q_2)} + Re^{i(\varphi_3+q_3)} \quad (2-2)$$

式中  $\varphi_i$  —— 各杆转角；

$R$  —— 连杆点 P 到铰链 B 的距离；

$q_3$  —— PB 与 BC 的夹角。

由 I 型类四杆五杆机构的定义有

$$\varphi_1 = i_{12}\varphi_2 \quad (2-3)$$

式中  $i_{12}$  —— 杆 1 与杆 2 之间的传动比。

根据 C、D 两点间长度在运动过程中保持不变，可建立  $\varphi_3$  的表达式。C 点的坐标可表示为

$$x_c = x_b + b\cos\varphi_3 \quad (2-4)$$

$$y_c = y_b + b\sin\varphi_3 \quad (2-5)$$

式中

$$x_b = x_{A'} + a' \cos(\varphi_2 + q_2) \quad (2-6)$$

$$y_b = y_{A'} + a' \sin(\varphi_2 + q_2) \quad (2-7)$$

$$x_{A'} = e\cos(\varphi_1 + q_1) \quad (2-8)$$

$$y_{A'} = e\sin(\varphi_1 + q_1) \quad (2-9)$$

C、D 两点应满足

$$(x_c - x_d)^2 + (y_c - y_d)^2 = C^2$$

把式 (2-4)、(2-5) 和  $x_d=d$ ,  $y_d=0$  代入上式并整理可得

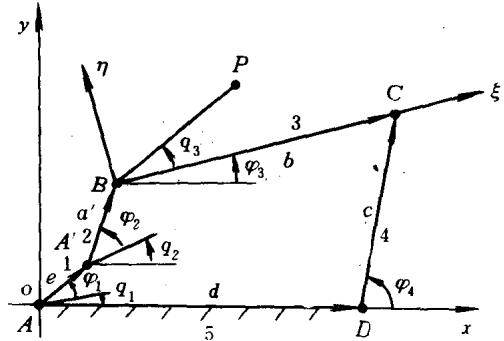


图 2-1 类四杆五杆机构的坐标系

$$H \sin \varphi_3 + K \cos \varphi_3 = M$$

式中

$$M = 2by_B$$

$$K = 2b(x_B - d)$$

$$M = c^2 - b^2 - y_B^2 - (x_B - d)^2$$

令  $S = \operatorname{tg} \frac{\varphi_3}{2}$ , 则有  $\sin \varphi_3 = \frac{2S}{1+S^2}$ ,  $\cos \varphi_3 = \frac{1-S^2}{1+S^2}$ 。代入式 (2-6) 并整理可得

$$(K + M)S^2 - 2HS + (M - K) = 0$$

解得

$$S = [H \pm (H^2 + K^2 - M^2)^{\frac{1}{2}}]/(K + M) \quad (2-10)$$

相应的  $\varphi_3$  有两个解

$$\varphi_3 = 2\operatorname{arctg}(S) \quad (2-11)$$

上式说明当调节杆取某一角度  $\varphi_1$  时, 连杆应有两个可能位置, 如图 2-2 所示。在计算过程中根据机构运动的连续性仅取其中一个值, 始终取正号或负号。一般情况下, 取负号可得实线形式, 取正号可得虚线形式。

由  $y_c = cs \sin \varphi_4$  可得

$$\varphi_4 = \operatorname{arcsin}\left(\frac{y_c}{c}\right) \quad (2-12)$$

在式 (2-2) 中令左右两边实部与实部、虚部与虚部相等可得连杆点 P 的坐标

$$x_P = e \cos(\varphi_1 + q_1) + a' \cos(\varphi_2 + q_2) + R \cos(\varphi_3 + q_3) \quad (2-13)$$

$$y_P = e \sin(\varphi_1 + q_1) + a' \sin(\varphi_2 + q_2) + R \sin(\varphi_3 + q_3) \quad (2-14)$$

## (二) 速度与加速度分析

将式 (2-1) 对时间  $t$  求导并整理可得

$$e \frac{d\varphi_1}{dt} e^{i(\varphi_1 + q_1)} + a' \frac{d\varphi_2}{dt} e^{i(\varphi_2 + q_2)} + b \frac{d\varphi_3}{dt} e^{i\varphi_3} = c \frac{d\varphi_4}{dt} e^{i\varphi_4} \quad (2-15)$$

令  $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$ ,  $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$ ,  $\omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}$ ,  $\omega_4 = \frac{d\varphi_4}{dt}$ , 由  $\varphi_1 = i_{12}\varphi_2$  可得  $\omega_1 = i_{12}\omega_2$ 。

将式 (2-15) 两边同乘  $e^{-i\varphi_4}$  并取等式两边虚部相等可得

$$e\omega_1 \sin(\varphi_1 + q_1 - \varphi_4) + a' \omega_2 \sin(\varphi_2 + q_2 - \varphi_4) + b\omega_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_4) = 0$$

由此可得

$$\omega_3 = -[e\omega_1 \sin(\varphi_1 + q_1 - \varphi_4) + a' \omega_2 \sin(\varphi_2 + q_2 - \varphi_4)]/[b \sin(\varphi_3 - \varphi_4)] \quad (2-16)$$

将式 (2-15) 两边同乘  $e^{-i\varphi_3}$  并取等式两边虚部相等可得

$$e\omega_1 \sin(\varphi_1 + q_1 - \varphi_3) + a' \omega_2 \sin(\varphi_2 + q_2 - \varphi_3) = c\omega_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)$$

由此可得

$$\omega_4 = [e\omega_1 \sin(\varphi_1 + q_1 - \varphi_3) + a' \omega_2 \sin(\varphi_2 + q_2 - \varphi_3)]/[c \sin(\varphi_4 - \varphi_3)] \quad (2-17)$$

将式 (2-2) 对时间  $t$  求导得

$$v_{P_x} + iv_{P_y} = ie\omega_1 e^{i(\varphi_1 + q_1)} + ia' \omega_2 e^{i(\varphi_2 + q_2)} + iR\omega_3 e^{i(\varphi_3 + q_3)} \quad (2-18)$$

取两边实部相等可得

$$v_{P_x} = -e\omega_1 \sin(\varphi_1 + q_1) - a' \omega_2 \sin(\varphi_2 + q_2) - R\omega_3 \sin(\varphi_3 + q_3) \quad (2-19)$$

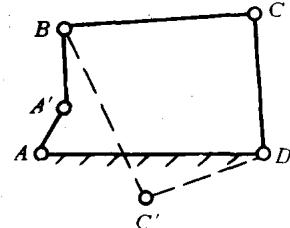


图 2-2 连杆的两个位置