物理-化学流体动力学

〔苏联〕B. Г. 列 維 奇 著

戴千策 陈敏恒 譯

上海科学技术出版社

物理-化学流体动力学

〔苏联〕В. Г. 列維奇　著

戴干策　陈敏恒　譯

張鴻逵　沈之一　校

上海科学技术出版社

內 容 提 要

物理-化学流体动力学是在物理及化学边缘上产生的新的研究方向．它所研究的內容既涉及流体运动对化学或物理化学变化的影响，也包括物理-化学因素对流体运动的影响．本书即以此为題进行了系統的論述．主要內容包括：液体中的对流扩散、傳热、运动液体及气体中分散系統的凝并、电流通过电解质溶液、毛細运动、滴与泡的运动、电解质溶液中质点的运动、极譜法的理論、液体表面上的波动及射流的分裂以及液膜中的运动和扩散等．

本书根据原著第二版（增补）譯出，可供物理、力学、化学及化学工程学等科学研究人員的参考，也可作为有关高等院校的高年級学生及研究生的参考书．

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ
ГИДРОДИНАМИКА
В. Г. Левич
Физматгиз • 1959

物理-化学流体动力学
戴干策 陈敏恒 譯 張鴻逵 沈之一 校

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路450号）
上海市书刊出版业营业許可証出093号

中华书局上海印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32 印張 22 28/32 排版字数 564,000
1965年2月第1版 1965年2月第1次印刷
印数 1—6,000

統一书号 13119·603 定价（科六）3.40元

目 录

第一章 概 論

§1. 流体动力学方程

本书的目的是研究物理-化学流体动力学的各种問題.今后我們必定要广泛应用近代流体动力学的許多概念. 特别是要用到流体粘性流动的理論、边界层理論及湍流理論等.

在本书范圍內，不可能非常詳細而又系統地闡述所有这些問題，我們认为讀者已經熟悉了流体动力学的基本原理[1]. 比較特殊的流体动力学問題,則在本书的有关部分論述. 此外,为了引証和参考的方便，在本章內我們对近代流体动力学的若干基本原理作簡要的敘述.

以后我們只討論不可压縮滴状液体的运动❶,因此总是认为,液体密度不随时間及空間而变.

不可压縮液体的运动状态，可借空間中每一点每瞬刻的四个量——液体速度 $\mathbf{v}$ 的三个分量及压强 p——的值完全表示出来. 在不可压縮液体中,运动速度 $\mathbf{v}$ 满足如下的連續性方程

$$\operatorname{div}\mathbf{v}=\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0, \tag{1.1}$$

該式表示物質守恒定律.

为确定未知函数所必需的其他三个方程，是液体微元的运动

❶ 因为只討論不可压縮滴状液体的运动，所以除必要地方以外，原文中 жидкость 均譯作液体. ——譯者注

方程．如果运动方程是就单位体积液体而言，则可用向量形式将它写为

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}=-\operatorname{grad}p+\mu\Delta\mathbf{v}+\mathbf{f}. \tag{1.2}$$

方程(1.2)称为 Navier-Stokes 方程．显然，該式左边是单位体积液体的质量与其加速度的乘积，右边系作用在該液体微元上的力．向量 $\mathbf{f}$ 是作用在液体微元上的体积力，重力即其一例．如果压强逐点变化，则压强梯度也是作用在液体微元上的一个体积力(取相反符号)．实际上，如果在液体中取某一体积，则作用于其上的力等于积分

$$-\oint p\,d\mathbf{S},$$

此处 $d\mathbf{S}$ 是表面微元，积分系沿包圍該体积的表面进行．将表面积分化为体积积分，得到

$$-\oint p\,d\mathbf{S}=-\int\operatorname{grad}p\,dv.$$

这一积分表示作用在整个体积上的体积力．由此可知，在单位体积上作用着力 $(-\operatorname{grad}p)$．运动方程中所包含的不是压强本身，而只是它的梯度，这一事实表明，决定液体中的压强时，只能精确到某一任意常数．

項 $\mu\Delta\mathbf{v}$ (μ 为液体粘度) 体現了粘性力的作用．液体的粘性或內摩擦，表現在动量从液体运动速度較高的地方向着較低的地方傳递．換句話說，运动速度較低的液体层为运动速度較高的液体层所带动．当液体中动量傳递服从牛頓摩擦定律，其粘性可由一恒定的粘度 μ 表示时，即产生了体积力 $\mu\Delta\mathbf{v}$．这种液体通常称为正常流体或牛頓型流体❶．

---

❶ 应該着重指出，可压縮牛頓流体的粘性由两个常数表示，即粘度 μ 及第二粘度 ζ，后者作为速度散度項前面的系数出現在运动方程中．对不可压縮流体，$\operatorname{div}\mathbf{v}=0$，运动方程中沒有这一項，故第二粘度也就不出現．

水、許多无机及有机物质的水溶液、許多有机液体(如醇类、烴类等)、液态金属、甘油、某些树脂、玻璃及其他許多液体都是正常流体．所有气体也都是正常流体．

不同流体的粘度 μ 的值不同，范圍非常广闊．表 1 中列出了某些 μ 的数值．

表 1

物　　质	粘　度　μ　20°C　时	运动粘度 $\nu=\frac{\mu}{\rho}$
水	0.010	0.010
空　　气	$1.8\cdot10^{-4}$	0.150
汞	0.0156	0.0012
甘　　油	8.5	6.8

所列流体的 μ 值虽然如此不同，不过仍严格服从牛頓摩擦定律．但还有一大类不服从牛頓摩擦定律的流体，通常称它們为非牛頓型流体或反常流体．

本书范圍內不研究非牛頓型流体的性质，虽然这种流体的研究，无疑是物理-化学流体动力学的任务之一．非常遺憾，至今在非牛頓型流体的流动方面，还沒有多少有根据的理論概念．这方面为数极多的理論研究工作，現时尙不足以建立徹底定量的非牛頓型流体动力学．

較詳細地写出加速度 $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$，并认为液体密度是常数，可将表达式(1.2)表示为

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\,\mathrm{grad})\mathbf{v}=-\mathrm{grad}\,\frac{p}{\rho}+\nu\,\Delta\mathbf{v}+\frac{\mathbf{f}}{\rho}, \tag{1.3}$$

或者以分量形式，

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2}+\frac{f_i}{\rho}. \tag{1.3'}$$

在方程 (1.3′) 中及以后各处，都假定求和系按出現两次的附

标进行(此处求和系按附标 k 进行, k 取值 1、2、3).

量 ν 等于

$$\nu=\frac{\mu}{\rho}\quad [\text{厘米}^2/\text{秒}],$$

称为液体的运动粘度.

如果忽略 Navier-Stokes 方程中的 f_i,则該式可写成另一种比較簡明些的形式. 为此,我們指出,考虑到式(1.1)后可将式(1.3′)改写为

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left[-p\delta_{ik}-\rho v_i v_k+\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)\right], \tag{1.4}$$

式中 $\delta_{ik}=\begin{cases}1 \ (\text{当 } i=k \text{ 时}),\\ 0 \ (\text{当 } i\neq k \text{ 时}).\end{cases}$

为証明式(1.4)和(1.3′)等同,我們指出, 方程(1.1)用分量写出时

$$\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=0,$$

因而

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(v_i v_k)=v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+v_i\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}$$

及

$$\frac{\partial^2 v_k}{\partial x_i\partial x_k}=\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=0.$$

如果用 p_{ik} 表示方程(1.4)中方括弧內的表达式

$$p_{ik}=-p\delta_{ik}-\rho v_i v_k+\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right), \tag{1.5}$$

则可得

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t}=\frac{\partial p_{ik}}{\partial x_k}. \tag{1.6}$$

量 p_{ik} 称为应力張量. 显然, $p_{ik}=-p\delta_{ik}+\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)-\rho v_i v_k$ 是 p_{xx}, p_{yy}, p_{xy}, p_{xz} 等九个分量的总合.

由各向同性介质中应力張量的定义本身，显然可以明了它是对称張量，即

$$p_{ik}=p_{ki}.$$

事实上，例如，

$$p_{xy}=\mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)+\rho v_x v_y$$

$$=\mu\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)+\rho v_y v_x=p_{yx}. \tag{1.7}$$

因此，p_{ik} 的九个量中只有六个是独立的．

为闡明張量 p_{ik} 的意义，将式(1.6)沿某任意体积积分，并应用 Gauss-Остроградскии 定理于方程的右边部分．注意，既然求和系按附标 k 进行，则式(1.6)右边部分必为散度

$$\frac{\partial}{\partial t}\int(\rho v_i)\,dv=\int\frac{\partial p_{ik}}{\partial x_k}\,dv=\oint p_{ik}\,ds_k. \tag{1.8}$$

所以，方程(1.8)表示某一体积内液体所具有的冲量的变化．体积内冲量的改变，等于通过包圍这体积的表面流出的冲量流．这样，p_{ik} 应是冲量流．例如分量 p_{xy} 不是别的，正是通过与 y 軸垂直的表面所流出的 x 方向的冲量流分量

$$p_{xy}=(\rho v_x)v_y+\mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right).$$

此式右边第一項，系由于液体体积元通过垂直于 y 軸的面的机械位移所造成的冲量流分量．第二項表示由于液体有粘性而产生的冲量流．液体的粘性保証动量从速度較高的地方向着較低的地方傳遞．

运动方程組(1.1)及(1.2)应补充一組边界条件．

从无数的实驗研究可以确定，当滴状牛頓液体沿着可为它潤湿的固体表面流动时，紧靠表面存在着静止的液体层．或者如通常所說，液体粘着于固体表面上．速度測定証明，静止液体层的厚度极小，为几个分子层(参見§132)．但是对于整个液体流动来讲，

沿表面沒有滑动这点是十分重要的. 只要气体密度足够大,类似现象也同样存在.

因之可以认为,在运动液体接触的全部固体表面上,满足如下边界条件

$$\mathbf{v}=0. \tag{1.9}$$

同时从液体方面有一个力作用于固体单位表面上,它等于通过該表面的冲量流.

在活动的相的界面上(两种互不相溶液体的界面或气液相界面),速度不一定变为零,但满足如下条件:

1. 切向速度分量 v_t 連續

$$v_t^{(1)}=v_t^{(2)}; \tag{1.10}$$

2. 法向速度分量变为零

$$v_n^{(1)}=v_n^{(2)}=0; \tag{1.11}$$

3. 流体間相互作用的力,大小相等而方向相反,即

$$F_n^{(1)}=F_n^{(2)}, \tag{1.12}$$

$$F_t^{(1)}=F_t^{(2)}. \tag{1.13}$$

式中附标1、2是指不同的流体. 在液体表面为自由面的特殊情况下,力的切向分量变为零

$$F_t=0. \tag{1.14}$$

粘性液体运动时,其中发生能量耗散. 計算[2]指出,单位体积中耗散的能量可用下式表示❶:

$$-\frac{dE}{dt}=\int\frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)^2 dV$$
$$=\mu\left[-\int(\operatorname{rot}\mathbf{v})^2 dV+\int\frac{\partial \mathbf{v}^2}{\partial n}ds-2\int[\mathbf{v}\operatorname{rot}\mathbf{v}]\,\mathbf{n}\,ds\right]. \tag{1.15}$$

从数学观点看,流体力学方程組系非綫性偏微分方程組,求解非常

❶ 在 Ландау 等著的"連續介质力学"一书中,与(1.15)相当的表达式系指单位時間內耗散的能量(参見中譯本彭旭麟譯高等教育出版社(1958)第66頁).——譯者注

困难. 因此只是在特殊情况下, 才能得到它們的通解. 通常总是力图簡化这些方程,然后求簡化了的方程組的近似解.

§2. 流体动力学現象的相似

在流体动力学以及与其相邻的学科中,特别是傳熱理論中,因次理論和相似理論的方法已获得广泛应用.

这里只限于叙述流体动力学相似理論的最簡单的原理.

我們仅指出, 相似理論和因次理論的方法是物理現象模型法的科学基础,它們不只应用于理論研究中,而且也在工程技术中应用. 它們在苏联获得了广泛的发展.

关于相似理論,有許多原著及专著[3]可供讀者参考,我們只限于求出流动的流体动力相似条件,因为这是下面經常要用到的.

复相化学反应相似理論的某些問題比較特殊, 将在§19中討論.

現在研究粘性液体的流动, 并确定两流动相似的必要而充分的条件. 为了确定两个过程的相似条件, 必須把流动的方程变成无因次形式. 为此, 包含在流体动力学方程中的一切有因次的变量,应該除以各自的特征比例尺. 例如,让液流繞过尺寸为 l 的物体, 或者液体在半徑等于 l 的管內流动. 这时被繞物体的尺寸或管的半徑将是液体运动所在区域的比例尺. 所有綫性尺寸将用无因次量 $X_i=\frac{x_i}{l}$ 量度之. 假設, 与此相仿, 令 U_0 为流向物体或者进入管中的流动速度, 则 U_0 为运动的某种特征速度, 应該选作为速度的比例尺. 我們将以无因次量 $V_i=\frac{v_i}{U_0}$ 表示速度. 这样, 对于不可压縮液体的定常流动 (стационарное течение), Navier-Stokes 方程可写为

$$\frac{U_0^2}{l}V_k\frac{\partial V_i}{\partial X_k}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial X_i}\frac{1}{l}+\nu\frac{U_0}{l^2}\frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}, \qquad (2.1)$$

或

$$V_k \frac{\partial V_i}{\partial X_k} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\nu}{U_0 l} \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}, \tag{2.2}$$

式中 $P = \frac{p}{\rho U_0^2}$ 为无因次压强.

变换成无因次形式后的方程(1.2)❶中有一个无因次参数,称为 Reynold 数

$$\mathrm{Re} = \frac{U_0 l}{\nu}.$$

引用这一記号后,可将方程(2.2)写为

$$V_k \frac{\partial V_i}{\partial X_k} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}. \tag{2.3}$$

为使方程組完备,应在(2.3)上添加連續性方程

$$\frac{\partial V_k}{\partial X_k} = 0. \tag{2.4}$$

要使任何流体动力学問題有单值解,除方程(2.3)及(2.4)以外,均要求規定液体运动所在区域的表面上的边界条件組.

現在研究发生在几何相似区域(卽只要改变綫性标度就可以相互变换的区域)中的两液流.

对两液流規定相同的边界条件組,并使之具有同一的 Reynold 数. 于是两液流的无因次运动方程完全相同,它們在几何上和动力学上就彼此完全相似. 这样,几何相似、边界条件相同及 Reynold 数相等这一条件卽为两流动相似的必要而充分的条件. 作为一个实例,可举出:同一种液体以不同速度 U_1 及 U_2 繞过半徑为 R_1 及 R_2 的两球体的两液流,那么 $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_2}{R_1}$; 或者不同液体繞过相同的球体,其速度不同但滿足等式 $\frac{U_1}{\nu_1} = \frac{U_2}{\nu_2}$. Reynold 准数(或 Reynold 数)由量 U_0、l 及 ν 組成,这些量可任意給定;粘度

❶ (1.2)显系誤刊,应改为(2.2),原文中这类誤刊頗多,以后作訂正时不再注明.——譯者注

系液体的物性常数，特征速度及特征尺寸则可以具有任意的互不相关的值，由边界条件决定. 凡无因次准数系由可任意給定的量組成，如同 Reynold 数那样，統称为决定准数. 表征流动液体的其他任何无因次量必为决定准数的函数. 因此任何一个流体动力学量均可表示为决定准数及无因次量的函数. 例如液体的速度可表示为

$$V_i=\frac{v_i}{U_0}=f\left(\mathrm{Re},\ \frac{x_i}{l}\right).$$

在不可压縮流体的定常流动时，只有一个决定准数—Reynold 数. 所有其他量是 Reynold 数的函数. 例如，作用在一平方厘米被繞流表面上的无因次摩擦力等于

$$\tau=f(\mathrm{Re}).$$

在非定常流动或者有体积力外力場存在等比較复杂的情况下，除 Reynold 数外，还出現其他决定准数. 这时，如果几何条件相似，起始及边界条件相同，所有决定准数相等，則流动相似.

我們不研究这些比較复杂的情况，而限于定常的不可压縮液流. 在这种情况下，流动状态由 Reynold 准数的值决定.

§3. 大 Reynold 数时液体的运动. 边界层

实践中，大 Reynold 数时液体的运动是最普遍的情况.

当 $\mathrm{Re}\gg 1$ 时，只要根据某种原因，方程(2.3)中导数 $\frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}$ 之值不太大，則該式最后一項就可以忽略.

将(2.3)中最后一項作为小量忽略之，該式可写为

$$V_k\frac{\partial V_i}{\partial X_k}=-\frac{\partial P}{\partial X_i},$$

或者用有因次的量表示，

$$v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}=-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{p}{\rho}\right).$$

在运动系非定常的并存在体积力外力的一般情况下，有：