

物理-化学流体动力学

[苏联] B. Г. 列 維 奇 著

戴千策 陈敏恒 译

上海科学技术出版社

物理-化学流体动力学

〔苏联〕B. Γ. 列維奇 著

戴千策 陈敏恒 譯

張鴻達 沈之一 校

上海科學技術出版社

內 容 提 要

物理-化学流体动力学是在物理及化学边缘上产生的新的研究方向。它所研究的内容既涉及流体运动对化学或物理化学变化的影响,也包括物理-化学因素对流体运动的影响。本书即以此为题进行了系统的论述。主要内容包括:液体中的对流扩散、传热、运动液体及气体中分散系统的凝并、电流通过电解质溶液、毛细运动、滴与泡的运动、电解质溶液中质点的运动、极谱法的理论、液体表面上的波动及射流的分裂以及液膜中的运动和扩散等。

本书根据原著第二版(增补)译出,可供物理、力学、化学及化学工程学等科学研究人员的参考,也可作为有关高等院校的高年级学生及研究生的参考书。

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ

ГИДРОДИНАМИКА

В. Г. Левич

Физматгиз • 1959

物理-化学流体动力学

戴干策 陈敏恒 译 张鸿逵 沈之一 校

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可证出093号

中华书局上海印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32 印张 22 28/32 排版字数 564,000

1965年2月第1版 1965年2月第1次印刷

印数 1—6,000

统一书号 13119·603 定价(科六) 3.40 元

目 录

第一章 概論	1
§ 1. 流体动力学方程	1
§ 2. 流体动力学現象的相似	7
§ 3. 大 Reynold 数时液体的运动, 边界层	9
§ 4. 液体的湍流运动	21
§ 5. 大曲率物体的繞流	35
第二章 液体中的对流扩散	39
§ 6. 扩散动力学	39
§ 7. 液体中扩散动力学的一般論述	41
§ 8. 液体中的对流扩散	46
§ 9. 对流扩散方程的边界条件	54
§ 10. 液体中对流扩散的一般理論	58
§ 11. 向旋轉圓盘表面扩散时对流扩散方程的解	62
§ 12. 旋轉圓盘表面上的混合动力学, 等效面方法	74
§ 13. 对流扩散方程轉化为热傳导方程型	80
§ 14. 向沉降固体质点的扩散	82
§ 15. 流至被繞平板表面的扩散流	88
§ 16. 对流扩散和表面摩擦之間的类似	93
§ 17. 混合动力学情况下平板的对流扩散方程的解	95
§ 18. 扩散过程的張弛	104
§ 19. 复相化学反应的模型法	111
§ 20. 內部問題——管内流动着的层流液流中的扩散	115
§ 21. 加入液流中的物质的分布	119
§ 22. 二元液体系临界区域中的对流扩散	123
§ 23. 自然对流时的扩散流, 垂直平板的情况	130

第三章 液体湍流运动时的扩散动力学	141
§ 24. 湍液流中实体传递的一般规律	141
§ 25. 扩散流	146
§ 26. 流至管内面及平板表面上的扩散流	156
§ 27. 流至旋转圆盘上的扩散流	160
§ 28. 向非良绕体表面的扩散流	162
§ 29. 层流时流至粗糙表面上的扩散流, 角隅附近物体的溶解	164
§ 30. 表面附近为湍流时流至粗糙表面上的扩散流	168
§ 31. 流体流动的湍流状态下表面摩擦和对流扩散之间的类似	173
§ 32. 悬浮在湍液流中的质点的运动	176
§ 33. 向悬浮在湍液流中的质点的扩散, 萃取过程的基本行为	178
第四章 流体中的传热	187
§ 34. 流体中的传热	187
§ 35. 对流传热的一些最简单的问题	192
§ 36. 湍流中的传热	197
§ 37. 液态金属中的对流传热理论	199
§ 38. 任意Prandtl 数的流体中热流的一般内插公式	206
第五章 运动液体和气体中分散系统凝并理论的若干问题	209
§ 39. Смолюховский 理论	209
§ 40. 梯度凝并	213
§ 41. 湍流液流中胶体凝并的理论	216
§ 42. 湍气流中气溶胶质点的第二种凝并机理	222
§ 43. 气溶胶及胶体的沉淀	224
第六章 电流通过电解质溶液	235
§ 44. 电解电池的准平衡状态	235
§ 45. 电解电池中的电流	241
§ 46. 浓度超电压	246
§ 47. 化学超电压, 氢超电压	254
§ 48. 决定电池中电流值的各种因素的比較	261
§ 49. 无浓度超电压时电解电池中电流的分布	264
§ 50. 电流通过被搅动的电解质	282
§ 51. 二元电解质中的电流	284
§ 52. 二元电解质中圆盘电极的理论	290

§ 53. 存在局外电解质时的电流	296
§ 54. 存在局外电解质时流至圆盘电极及平板表面上的扩散电流	299
§ 55. 理論与实验的比較	304
§ 56. 理論的定量檢驗. 液体运动的层流状态	310
§ 57. 理論的定量檢驗. 液体的湍流运动状态	319
§ 58. 对流扩散理論在解决电化学問題中的应用	325
§ 59. 均匀金属在酸中的溶解. 鑲入物的溶解	338
§ 60. 旋轉圆盘电极在电化学动力学过程及催化过程研究中的应 用	347
§ 61. 不定常对流扩散. 建立定常状态的时间	360
§ 62. 表面濃度已規定的情况	361
§ 63. 在規定电流密度下定常状态的建立	366
第七章 毛細运动	374
§ 64. 表面层	374
§ 65. 两靜止流体相間平衡的条件	375
§ 66. 毛細运动	382
§ 67. 毛細上升的速度	385
§ 68. 热毛細运动	386
§ 69. 表面活性物质对液体运动的影响	392
第八章 流体介质中滴与泡的运动	397
§ 70. 流体介质中液滴的运动	397
§ 71. Rybezynski-Hadamard 公式和实验数据的比較	404
§ 72. 流至运动液滴上的扩散流	407
§ 73. 有表面活性物质存在时液体介质中液滴的沉降	412
§ 74. 有表面活性物质存在时液滴的沉降, 表面活性物质供应的 速度由吸附决定	416
§ 75. 有表面活性物质存在时液滴的沉降, 表面活性物质供应的 速度由体积扩散及表面扩散决定	420
§ 76. 各种理論的比較	425
§ 77. 不同阻滯机理的比較	428
§ 78. 理論的适用范围	431
§ 79. 大尺寸液滴的运动	434
§ 80. 液体中气泡的运动及溶解	438

〔 4 〕 目 录

§ 81. 极小气泡的运动	440
§ 82. 中等尺寸气泡的运动	442
§ 83. 液体介质中气泡运动速度的理論公式的實驗檢驗	455
§ 84. 大尺寸气泡的运动	457
§ 85. 气泡的分裂	459
§ 86. 液滴的分裂	461
§ 87. 湍液流中液滴的分裂	464
§ 88. 壁附近湍液流中液滴的分裂	467
§ 89. 液滴在湍气流中的分裂及气泡的分裂	472
§ 90. 气泡的溶解. 鼓泡过程的基本行为的理論	473
§ 91. 气泡中气体溶解速度的計算	475
§ 92. 悬浮于湍液流中的气泡的溶解	477
第九章 电解质溶液中质点的运动	481
§ 93. 动电現象	481
§ 94. 平面附近的电致迁移运动(电渗)	482
§ 95. 固体介电质点的电泳	484
§ 96. 理想极化的金属质点的电泳. 扩散双电层情况下力的計算	491
§ 97. 理想极化的金属质点的电泳. Helmholtz 双电层情况下力的計算	494
§ 98. 电場中汞滴的电毛细运动	500
§ 99. 液态金属滴在电場中的运动	503
§ 100. 非理想极化的液滴在电場中的运动	516
§ 101. 理論与实验的比較	521
§ 102. 重力場中汞滴和乳浊液滴的沉降	523
§ 103. 沉降液滴的电位	531
§ 104. 磁場对汞滴沉降的影响	537
第十章 极譜法理論	544
§ 105. 极譜法	544
§ 106. 悬挂着的汞滴内液体的运动情况	546
§ 107. 存在局外电解质添加剂时流至滴汞电极的扩散电流. 可逆反应的情况	549
§ 108. 滴电极上扩散电流公式的修正——考虑表面的曲率及液体流出的不均匀性	557

§ 109. 存在局外电解质添加剂时流至滴汞电极的扩散电流, 不可逆反应的情况	562
§ 110. 二元电解质溶液中流至滴汞电极的电流	569
§ 111. 极谱极大	574
§ 112. 第二类极谱极大	576
§ 113. 第一类极谱极大	580
§ 114. 电毛细曲线正枝及负枝上的极大	590
§ 115. 极谱极大的抑制及若干实际应用	595
第十一章 液体表面上的波	604
§ 116. 理想液体表面上的波	604
§ 117. 粘性液体表面上的波	613
§ 118. 低粘度液体表面上的波运动	618
§ 119. 高粘度液体表面上的波运动	622
§ 120. 表面活性物质对液体波运动的影响	623
§ 121. 表面活性物质引起的毛细波的平息	624
§ 122. 可溶表面活性物质的锁波	636
§ 123. 低速运动时液体射流的分裂, 对称变形的情况	642
§ 124. 低速运动时液体射流的分裂, 任意变形的情况	651
§ 125. 高速度时射流的分裂, 雾化	655
§ 126. 高速度时射流的分裂, 长波的情况	664
§ 127. 任意形状液体团的分裂, 结语	667
§ 128. 液滴表面上的毛细波	670
§ 129. 平面液体表面上波的激起	673
§ 130. 深液表面上大振幅风波的激起及其因湍流摩擦的衰减	677
第十二章 液体薄膜中的运动和扩散	687
§ 131. 液体薄膜的流动	687
§ 132. 液体薄膜的“气吹”法	690
§ 133. 物体自静止液体中取出时其表面上滞留的薄膜的厚度	693
§ 134. 液体薄层的波动运动	702
§ 135. 薄膜中的湍运动	708
§ 136. 膜状流动情况下液-气分界面上气体的溶解, 洗涤过程的基本行为	711

第一章 概 論

§ 1. 流体动力学方程

本书的目的是研究物理-化学流体动力学的各种問題。今后我們必定要广泛应用近代流体动力学的許多概念。特別是要用到流体粘性流动的理論、边界层理論及湍流理論等。

在本书範圍內，不可能非常詳細而又系統地闡述所有这些問題，我們认为讀者已經熟悉了流体动力学的基本原理^[1]。比較特殊的流体动力学問題，則在本书的有关部分論述。此外，为了引証和参考的方便，在本章內我們对近代流体动力学的若干基本原理作簡要的敘述。

以后我們只討論不可壓縮滴狀液体的运动^①，因此总是认为，液体密度不随時間及空間而变。

不可壓縮液体的运动状态，可借空間中每一点每瞬刻的四个量——液体速度 $\mathbf{v}$ 的三个分量及压强 p ——的值完全表示出来。在不可壓縮液体中，运动速度 $\mathbf{v}$ 滿足如下的連續性方程

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (1.1)$$

該式表示物质守恒定律。

为确定未知函数所必需的其他三个方程，是液体微元的运动

① 因为只討論不可壓縮滴狀液体的运动，所以除必要地方以外，原文中 жидкость 均譯作液体。——譯者注

方程。如果运动方程是就单位体积液体而言，則可用向量形式将它写为

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad } p + \mu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}. \quad (1.2)$$

方程(1.2)称为 Navier-Stokes 方程。显然，該式左边是单位体积液体的质量与其加速度的乘积，右边系作用在該液体微元上的力。向量 $\mathbf{f}$ 是作用在液体微元上的体积力，重力即其一例。如果压强逐点变化，則压强梯度也是作用在液体微元上的一个体积力(取相反符号)。实际上，如果在液体中取某一体积，則作用于其上的力等于积分

$$-\oint p d\mathbf{S},$$

此处 $d\mathbf{S}$ 是表面微元，积分系沿包圍該体积的表面进行。将表面积分化为体积积分，得到

$$-\oint p d\mathbf{S} = -\int \text{grad } p dv.$$

这一积分表示作用在整个体积上的体积力。由此可知，在单位体积上作用着力 $(-\text{grad } p)$ 。运动方程中所包含的不是压强本身，而只是它的梯度，这一事实表明，决定液体中的压强时，只能精确到某一任意常数。

項 $\mu \Delta \mathbf{v}$ (μ 为液体粘度) 体现了粘性力的作用。液体的粘性或內摩擦，表现在动量从液体运动速度較高的地方向着較低的地方傳遞。換句話說，运动速度較低的液体层为运动速度較高的液体层所帶動。当液体中动量傳遞服从牛頓摩擦定律，其粘性可由一恒定的粘度 μ 表示时，即产生了体积力 $\mu \Delta \mathbf{v}$ 。这种液体通常称为正常流体或牛頓型流体^①。

① 應該着重指出，可壓縮牛頓流体的粘性由两个常数表示，即粘度 μ 及第二粘度 ζ ，后者作为速度散度項前面的系数出现在运动方程中。对不可壓縮流体， $\text{div } \mathbf{v} = 0$ ，运动方程中没有这一項，故第二粘度也就不出現。

水、許多无机及有机物质的水溶液、許多有机液体(如醇类、烃类等)、液态金属、甘油、某些树脂、玻璃及其他許多液体都是正常流体。所有气体也都是正常流体。

不同流体的粘度 μ 的值不同, 范围非常广阔。表 1 中列出了某些 μ 的数值。

表 1

物 质	粘 度 μ 20°C 时	运动粘度 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$
水	0.010	0.010
空 气	$1.8 \cdot 10^{-4}$	0.150
汞	0.0156	0.0012
甘 油	8.5	6.8

所列流体的 μ 值虽然如此不同, 不过仍严格服从牛頓摩擦定律。但还有一大类不服从牛頓摩擦定律的流体, 通常称它們为非牛頓型流体或反常流体。

本书范围内不研究非牛頓型流体的性质, 虽然这种流体的研究, 无疑是物理-化学流体动力学的任务之一。非常遺憾, 至今在非牛頓型流体的流动方面, 还没有多少有根据的理論概念。这方面为数极多的理論研究工作, 現时尚不足以建立彻底定量的非牛頓型流体动力学。

較詳細地写出加速度 $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$, 并认为液体密度是常数, 可将表达式(1.2)表示为

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \text{ grad}) \mathbf{v} = -\text{grad} \frac{p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\mathbf{f}}{\rho}, \quad (1.3)$$

或者以分量形式,

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} + \frac{f_i}{\rho}. \quad (1.3')$$

在方程 (1.3') 中及以后各处, 都假定求和系按出現两次的附

标进行(此处求和系按附标 k 进行, k 取值 1、2、3).

量 ν 等于

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [\text{厘米}^2/\text{秒}],$$

称为液体的运动粘度.

如果忽略 Navier-Stokes 方程中的 f_i , 則該式可写成另一种比較簡明些的形式. 为此, 我們指出, 考慮到式(1.1)后可將式(1.3')改寫为

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[-p \delta_{ik} - \rho v_i v_k + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) \right], \quad (1.4)$$

式中 $\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & (\text{当 } i=k \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } i \neq k \text{ 时}). \end{cases}$

为証明式(1.4)和(1.3')等同, 我們指出, 方程(1.1)用分量写出时

$$\frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0,$$

因而

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (v_i v_k) = v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + v_i \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k}$$

及

$$\frac{\partial^2 v_k}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0.$$

如果用 p_{ik} 表示方程(1.4)中方括弧内的表达式

$$p_{ik} = -p \delta_{ik} - \rho v_i v_k + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right), \quad (1.5)$$

則可得

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = \frac{\partial p_{ik}}{\partial x_k}. \quad (1.6)$$

量 p_{ik} 称为应力張量. 显然, $p_{ik} = -p \delta_{ik} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) - \rho v_i v_k$

是 p_{xx} , p_{yy} , p_{xy} , p_{xz} 等九个分量的总合.

由各向同性介质中应力張量的定义本身，显然可以明了它是对称張量，即

$$p_{ik} = p_{ki}.$$

事实上，例如，

$$\begin{aligned} p_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \rho v_x v_y \\ &= \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \rho v_y v_x = p_{yx}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

因此， p_{ik} 的九个量中只有六个是独立的。

为阐明張量 p_{ik} 的意义，将式(1.6)沿某任意体积积分，并应用 Gauss-Остроградский 定理于方程的右边部分。注意，既然求和系按附标 k 进行，则式(1.6)右边部分必为散度

$$\frac{\partial}{\partial t} \int (\rho v_i) dv = \int \frac{\partial p_{ik}}{\partial x_k} dv = \oint p_{ik} ds_k. \quad (1.8)$$

所以，方程(1.8)表示某一体积内液体所具有的冲量的变化。体积内冲量的改变，等于通过包围这体积的表面流出的冲量流。这样， p_{ik} 应是冲量流。例如分量 p_{xy} 不是别的，正是通过与 y 轴垂直的表面所流出的 x 方向的冲量流分量

$$p_{xy} = (\rho v_x) v_y + \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right).$$

此式右边第一项，系由于液体体积元通过垂直于 y 轴的面的机械位移所造成的冲量流分量。第二项表示由于液体有粘性而产生的冲量流。液体的粘性保证动量从速度较高的地方向着较低的地方传递。

运动方程组(1.1)及(1.2)应补充一组边界条件。

从无数的实验研究可以确定，当滴状牛顿液体沿着可为它润湿的固体表面流动时，紧靠表面存在着静止的液体层。或者如通常所说，液体粘着于固体表面上。速度测定证明，静止液体层的厚度极小，为几个分子层(参见 § 132)。但是对于整个液体流动来讲，

沿表面沒有滑动这点是十分重要的。只要气体密度足够大, 类似現象也同样存在。

因之可以认为, 在运动液体接触的全部固体表面上, 满足如下边界条件

$$\mathbf{v} = 0. \quad (1.9)$$

同时从液体方面有一个力作用于固体单位表面上, 它等于通过該表面的冲量流。

在活动的相的界面上(两种互不相溶液体的界面或气液相界面), 速度不一定变为零, 但满足如下条件:

1. 切向速度分量 v_t 連續

$$v_t^{(1)} = v_t^{(2)}; \quad (1.10)$$

2. 法向速度分量变为零

$$v_n^{(1)} = v_n^{(2)} = 0; \quad (1.11)$$

3. 流体間相互作用的力, 大小相等而方向相反, 即

$$F_n^{(1)} = F_n^{(2)}, \quad (1.12)$$

$$F_t^{(1)} = F_t^{(2)}. \quad (1.13)$$

式中附标 1、2 是指不同的流体。在液体表面为自由面的特殊情况下, 力的切向分量变为零

$$F_t = 0. \quad (1.14)$$

粘性液体运动时, 其中发生能量耗散。計算^[2]指出, 单位体积中耗散的能量可用下式表示^①:

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dt} &= \int \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 dV \\ &= \mu \left[-\int (\text{rot } \mathbf{v})^2 dV + \int \frac{\partial \mathbf{v}^2}{\partial n} ds - 2 \int [\mathbf{v} \text{ rot } \mathbf{v}] \mathbf{n} ds \right]. \end{aligned} \quad (1.15)$$

从数学观点看, 流体力学方程組系非綫性偏微分方程組, 求解非常

① 在 Ландау 等著的“連續介质力学”一书中, 与(1.15)相当的表达式系指单位時間內耗散的能量(參見中譯本彭旭麟譯高等教育出版社(1958)第66頁)。——譯者注

困难。因此只是在特殊情况下，才能得到它们的通解。通常总是力图简化这些方程，然后求简化了的方程组的近似解。

§ 2. 流体动力学现象的相似

在流体动力学以及与其相邻的学科中，特别是传热理论中，因次理论和相似理论的方法已获得广泛应用。

这里只限于叙述流体动力学相似理论的最简单的原理。

我们仅指出，相似理论和因次理论的方法是物理现象模型法的科学基础，它们不只应用于理论研究中，而且也在工程技术中应用。它们在苏联获得了广泛的发展。

关于相似理论，有许多原著及专著^[3]可供读者参考，我们只限于求出流动的流体动力相似条件，因为这是下面经常要用到的。

复相化学反应相似理论的某些问题比较特殊，将在§19中讨论。

现在研究粘性液体的流动，并确定两流动相似的必要而充分的条件。为了确定两个过程的相似条件，必须把流动的方程变成无因次形式。为此，包含在流体动力学方程中的一切有因次的变量，应该除以各自的特征比例尺。例如，让液流绕过尺寸为 l 的物体，或者液体在半径等于 l 的管内流动。这时被绕物体的尺寸或管的半径将是液体运动所在区域的比例尺。所有线性尺寸将用无因次量 $X_i = \frac{x_i}{l}$ 量度之。假设，与此相仿，令 U_0 为流向物体或者进入管中的流动速度，则 U_0 为运动的某种特征速度，应该选作为速度的比例尺。我们将以无因次量 $V_i = \frac{v_i}{U_0}$ 表示速度。这样，对于不可压缩液体的定常流动 (стационарное течение)，Navier-Stokes 方程可写为

$$\frac{U_0^2}{l} V_i \frac{\partial V_i}{\partial X_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial X_i} \frac{1}{l} + \nu \frac{U_0}{l^2} \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_i^2}, \quad (2.1)$$

或

$$V_k \frac{\partial V_i}{\partial X_k} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\nu}{U_0 l} \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}, \quad (2.2)$$

式中 $P = \frac{p}{\rho U_0^2}$ 为无因次压强。

变换成无因次形式后的方程(1.2) ① 中有一个无因次参数,称为 Reynold 数

$$\text{Re} = \frac{U_0 l}{\nu}.$$

引用这一記号后,可将方程(2.2) 写为

$$V_k \frac{\partial V_i}{\partial X_k} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}. \quad (2.3)$$

为使方程組完备,应在(2.3)上添加連續性方程

$$\frac{\partial V_k}{\partial X_k} = 0. \quad (2.4)$$

要使任何流体动力学問題有单值解,除方程(2.3)及(2.4)以外,均要求規定液体运动所在区域的表面上的边界条件組。

現在研究发生在几何相似区域(即只要改变綫性标度就可以相互变换的区域)中的两液流。

对两液流規定相同的边界条件組,并使之具有同一的 Reynold 数。于是两液流的无因次运动方程完全相同,它們在几何上和动力学上就彼此完全相似。这样,几何相似、边界条件相同及 Reynold 数相等这一条件即为两流动相似的必要而充分的条件。作为一个实例,可举出:同一种液体以不同速度 U_1 及 U_2 繞过半徑为 R_1 及 R_2 的两球体的两液流,那么 $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_2}{R_1}$; 或者不同液体繞过相同的球体,其速度不同但滿足等式 $\frac{U_1}{\nu_1} = \frac{U_2}{\nu_2}$ 。Reynold 准数(或 Reynold 数)由量 U_0 、 l 及 ν 組成,这些量可任意給定;粘度

① (1.2)显系誤刊,应改为(2.2),原文中这类誤刊頗多,以后作訂正时不再注明。——譯者注

系液体的物性常数, 特征速度及特征尺寸則可以具有任意的互不相关的值, 由边界条件决定. 凡无因次准数系由可任意給定的量組成, 如同 Reynold 数那样, 統称为决定准数. 表征流动液体的其他任何无因次量必为决定准数的函数. 因此任何一个流体动力学量均可表示为决定准数及无因次量的函数. 例如液体的速度可表示为

$$V_i = \frac{v_i}{U_0} = f(\text{Re}, \frac{x_i}{l}).$$

在不可压缩流体的定常流动时, 只有一个决定准数—Reynold 数. 所有其他量是 Reynold 数的函数. 例如, 作用在一平方厘米被繞流表面上的无因次摩擦力等于

$$\tau = f(\text{Re}).$$

在非定常流动或者有体积力外力場存在等比較复杂的情况下, 除 Reynold 数外, 还出現其他决定准数. 这时, 如果几何条件相似, 起始及边界条件相同, 所有决定准数相等, 則流动相似.

我們不研究这些比較复杂的情况, 而限于定常的不可压缩液流. 在这种情况下, 流动状态由 Reynold 准数的值决定.

§ 3. 大 Reynold 数时液体的运动. 边界层

实践中, 大 Reynold 数时液体的运动是最普遍的情况.

当 $\text{Re} \gg 1$ 时, 只要根据某种原因, 方程(2.3)中导数 $\frac{\partial^2 V_i}{\partial X_k^2}$ 之值不太大, 則該式最后一項就可以忽略.

将(2.3)中最后一項作为小量忽略之, 該式可写为

$$V_k \frac{\partial V_i}{\partial X_k} = - \frac{\partial P}{\partial X_i},$$

或者用有因次的量表示,

$$v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right).$$

在运动系非定常的并存在体积力外力的一般情况下, 有: