



$$r = 0,5d$$

$$D : d \approx 1,094(2b) : d \approx 1,53$$

[苏] B.A. 阿瓦科夫 著

钻井设备的计算

石油工业出版社

内 容 提 要

本书以机器零件承载能力的现代概念为基础，总结了苏联在石油钻机的强度、技术指标和运动学方面的设计、计算经验，提出了石油钻机各主要部件和零件的计算方法，并参照欧美各国钻井设备的设计和使用经验作了充实。书中对与钻井设备的实际使用结果不符的某些论点，进一步做了研究。为便于实际运用，书中给出了各种插图和诺谟图共130幅，各种统计和计算表152个，例题若干和参考文献250篇。

本书的读者对象是从事钻井设备的研究、设计、使用和维修工作的专家、工程技术人员以及石油高等院校机械专业的教师和学生。

目 录

序言	1
1. 钻井设备的强度计算基础	3
1.1. 应力状态的研究和强度理论	4
1.2. 点的应力状态	5
1.3. 主应力和应力状态的类型	7
1.4. 强度理论, 折算应力和安全系数	10
1.5. 静强度	19
1.6. 交变应力下的强度 (耐久性)	20
1.7. 交变应力工况和强度条件	28
1.8. 对称循环下的强度条件	31
1.9. 非对称循环的强度条件	41
1.10. 当量载荷与当量系数	47
1.11. 安全系数	60
2. 钻井设备的载荷谱和当量系数	63
2.1. 前言	63
2.2. 钻机的使用寿命	65
2.3. 周转系数	66
2.4. 钻井平均指标	67
2.5. 钻井指标	74
2.6. 洗井所需的泵压、排量和功率。泵的驱 动零件的载荷	78
2.7. 双缸钻井泵零件的载荷谱	82

2.8. 转盘的载荷谱	85
2.9. 起升机构的载荷谱	94
2.10. 钻井设备的当量系数	96
2.11. 载荷工况的叠加	112
3. 双缸钻井泵, 工作和载荷的计算参数	115
3.1. 指示排量系数	118
3.2. 有效排量、压力和扭矩系数	125
3.3. 气动空气包的参数和计算	130
3.4. 双缸钻井泵零件的超载计算	138
4. 轴、心轴和气胎离合器	145
4.1. 轴和心轴的校验计算	145
4.2. 轴和心轴的设计计算	145
4.3. 过盈配合	170
4.4. 气胎离合器	177
5. 滚动轴承	188
5.1. 水龙头和转盘的主轴承	192
5.2. 游动系统的滑轮轴承	200
5.3. 转盘快速轴的轴承	205
5.4. 绞车滚筒轴的轴承	208
6. 钻机的齿轮传动	209
6.1. 齿轮传动的强度	209
6.2. 齿轮传动的修正	242
6.3. 齿的测量尺寸	263
6.4. 齿轮与传动的公差	280
7. 链条传动	286
7.1. 链条的静强度计算	286
7.2. 链条的疲劳强度计算	287

7.3. 链条的润滑	296
7.4. 轴的载荷	297
7.5. 中心距的计算	298
8. 钻井设备的技术指标和传动指标	370
8.1. 效率	370
8.2. 滚筒上缠绳的计算直径	383
8.3. 起下钻作业的速度和时间	386
8.4. 曲柄连杆机构的运动学	396
8.5. 苏联与外国提升设备起重量的对比	405
9. 结构钢的性质与选择	422
9.1. 使用因素与结构因素对钢材性能的影响	424
9.2. 钢的组织与化学成分对钢材性能的影响	430
9.3. 选择钢号的建议	439
9.4. 钻井设备强度计算的特点	445
附录	448
参考文献	487

序 言

本书试图总结用于钻凿石油及天然气的生产井和探井的机器和设备在计算强度，技术指标和运动学方面的经验。书中提出的强度计算方法是以机器零件承载能力的现代概念为基础的，并考虑了负荷特点及国内外钻机在设计和使用方面所积累的经验。同时本书的任务是把这些计算方法化成便于设计师和计算人员实际运用的形式。为完成这一任务，书中引入了有关的插图、诺谟图、计算表和例题。

以上所述并不排除对原始前提和结论的解释说明。书中引入这些说明是为了能正确运用所推荐的计算方法，以及把与钻井设备实际使用结果不符的某些论点进一步研究得更加确切。

本书并不是介绍整套钻机的所有主要设备和结构的全部计算资料。由于篇幅所限，书中没有井架和金属结构、带式刹车和绞车、水龙头等的零件计算方法。这类设备可以按照公布的文献中的资料，现行的手册资料或本书的原始论据进行计算。

书内采用了施密特工厂、全苏起重运输石油机械制造科学研究所和乌拉尔重型机械制造厂的计算研究成果，这些成果是在著者参加下和弗·阿·维什尼亚科夫，勒·恩·戈罗诺维奇，普·阿·冈德茹采夫，弗·恩·德米特里耶夫，尤·阿·凯沃尔科夫，阿·亚·拉依赫尔，弗·斯·萨任娜，

兹·恩·斯皮琴娜,勃·斯·赫麦尔尼茨基,弗·兹·沙亚赫麦托夫等人共同取得的。著者对兹·恩·斯皮琴娜在内容和完稿工作上所提供的宝贵意见和建议表示感谢。

1. 钻井设备的强度计算基础

结构（零件）在规定的使用期内抵抗使用载荷作用的能力称为它的强度，即在使用载荷作用下零件不会发生破坏整机正常工作的变化。

对钻井设备有利害关系的变化是破坏、失去稳定性、位移、变形、磨损等。在载荷作用下发生的这些变化会导致机器或部件在一段时间内处于不能工作的状况，因而在这段时间内需要恢复其工作状况或者进行相应的更换。

毫无疑问，破坏或者失去稳定性是不允许发生的变化。位移、变形、磨损及其它类似的变化常同时发生在以一定方式互相联接而承载的机器零件上。其极限值应由该结构的特性所决定，如超过该极限值则会导致机器的破坏。这些变化的极限值和相应的极限载荷取决于结构的特点，在每一具体情况下应由有关的影响因素确定。比较极限载荷与作用载荷，或者比较与这两种载荷成比例的数值，可以判定结构的可靠程度。

例如，在齿轮传动的啮合平面内，两轴的总角度位移会促使轮齿的破坏。如果这一位移量很大，则会导致沿齿圈宽度的载荷集中，这对低安全系数的轮齿是不允许的。在这种情况下轴不仅应具有足够的耐久强度安全系数，还应有足够的刚度。刚度在数值上的限制用轴在某一定截面内的转角极限值表示，在这个截面内轮齿强度安全系数应有最小许用值。在给定载荷作用下，不应超过角位移的极限值。

对钻井设备来说，在大多数情况下极限条件无疑是那些不允许发生的变化，所以主要应该注意产生破坏或者失去稳定性的强度计算条件。然而以上所述并不排除其它可能的极限条件，这些条件应在结构设计过程中确定。

为防止发生破坏，钻机零件应该具有静强度和交变应力作用下的强度（疲劳强度）。

在复杂应力状态条件下，计算一般从确定折算应力开始。静强度或耐久强度的安全系数根据相应的强度理论公式计算。

1.1. 应力状态的研究和强度理论

对于承受轴向载荷的杆类零件与承受拉伸的试件相似，强度条件具有相当确定的形式，静强度计算的安全系数可写成

$$S = \frac{\sigma_B}{\sigma} \quad (1.1.1)$$

在由三个主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 表示的复杂应力状态条件下，必需计算这种应力状态的极限应力值 $\sigma_{\text{ПП1}}, \sigma_{\text{ПП2}}, \sigma_{\text{ПП3}}$ 。

为此必需制造与零件材料相同的试件，对其加载以使试件的主要部分材料与所研究的对象处于相同的应力状态（主应力之间的关系保持不变），然后增大负荷强度，直到试件内开始发生物理变化过程，这个过程被认为是不允许的极限状态（破坏或者塑性变形）。

算出与极限载荷相对应的主应力 $\sigma_{\text{ПП1}}, \sigma_{\text{ПП2}}, \sigma_{\text{ПП3}}$ 以后即可求出安全系数

$$S = \frac{\sigma_{\text{ПП1}}}{\sigma_1} = \frac{\sigma_{\text{ПП2}}}{\sigma_2} = \frac{\sigma_{\text{ПП3}}}{\sigma_3} \quad (1.1.2)$$

用这种经验方法来确定安全系数要求针对主应力之间的各种关系进行大量的试验。然而对于在实践中碰到的各种应力状态进行试验研究是没有什么意义的，因为计算的概念就意味着预言出零件的安全系数，而不依赖试验。

强度理论可以将任何复杂应力状态看成当量单向应力状态，此时在零件上我们感兴趣的那一点将承受折算拉伸应力 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ ，在其作用之下该点与承受实际给定的主应力处于相同的危险状态。结果安全系数可以按照承受应力为 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ 的拉伸件的强度条件计算。

$\sigma_{\text{ПРИВ}}$ 值用有关的强度理论方法通过主应力 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 表示。

关于主应力应通过作用在单元六面体侧面给定的正应力和切应力进行计算，在零件内这个单元体按照给定的条件位于计算点的周围。

由此可见，在复杂应力状态条件下，强度计算应按以下主要步骤进行：

- 1) 用材料力学或弹性理论的方法计算所有的分应力，这些分应力作用在通过零件的计算点引出的三个互相垂直的平面上（确定应力状态）；
- 2) 根据求得的分应力计算主应力；
- 3) 按照有关的强度理论，根据主应力计算折算应力；
- 4) 假定计算点只承受应力 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ ，计算安全系数。

按以上各步骤进行设计计算时取零件尺寸和材料的强度极限或其它有关参数做为未知量。

1.2. 点的应力状态

在计算点周围假想切取一无限小的平行六面体，计算此

六面体的三个互相垂直侧面（三个互相垂直的平面）上的应力是解决复杂应力状态下有关强度计算任务的第一步。

在一般情况下变形的点承受 9 个分应力的作用。三个应力 σ_x , σ_y 和 σ_z 沿法线方向作用在相应的侧面上, 称为正应力。6 个应力沿着侧面和棱边的方向, 称为切应力。上述分应力示于表 1 的图中 (第 1 项)。

根据两互相垂直平面上的切应力成对性定理, 垂直于公共棱边的切应力分量相等, 其方向或者指向棱边, 或者离开棱边。

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1.2.1)$$

由此可见, 9 个作用应力中只有 6 个是未知的。在看不见的侧面上作用着同样的应力, 但是方向相反。

为方便起见, 所有分应力可写成应力张量的形式:

$$\mathbf{T}_H = \begin{vmatrix} \sigma_x; & \tau_{xy}; & \tau_{xz} \\ \tau_{yx}; & \sigma_y; & \tau_{yz} \\ \tau_{zx}; & \tau_{zy}; & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_x; & \tau_{xy}; & \tau_{xz} \\ \cdot & \sigma_y; & \tau_{yz} \\ \cdot & \cdot & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (1.2.2)$$

其中黑点代表切应力, 等于对主对角线对称位置的应力。

将分应力写成张量的形式是由于在计算和记忆上特别方便, 且不需专门的说明。张量的第一行是平行于 x 轴的各应力, 第二行是平行 y 轴的各应力, 第三行是平行 z 轴的。此外, 第一列集中了所有的应力, 其作用平面上的法线与 x 轴平行, 第二列的所有应力其作用平面上的法线与 y 轴平行, 依此类推。计算载荷和应力取决于是进行静强度计算, 还是交变应力下的强度计算 (疲劳强度)。静强度计算的应力张量分量是按照净截面和最大峰值载荷计算的额定应力。疲劳强度计算时, 应力张量的分量是假定的应力幅, 并且考虑了

循环的非对称性，应力集中以及其他因素：

$$\sigma = K_{\sigma D} \sigma_a + f_{\sigma} \sigma_m \quad (1.2.3)$$

$$\tau = K_{\tau D} \tau_a + f_{\tau} \tau_m \quad (1.2.4)$$

1.3. 主应力和应力状态的类型

如果围绕给定点旋转具有计算应力值的平行六面体，则张量的分量会发生变化。从棱边可能有的无限多个位置当中，至少总会找到这样一个位置，切应力全部消失，平面上仅作用有正应力。这些平面叫做主平面，而作用在上面的正应力也相应称为主应力。

主应力用 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 表示，且较大的应力（代数意义）用 σ_1 表示，较小的应力用 σ_3 表示。因此 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 。

如果作用在一点上的三个主应力中有两个等于零，则属于直线（单向）应力状态；如果只有一个主应力等于零，则属于平面（二向）应力状态；最后，如果主应力中没有一个等于零，则称为空间（三向）应力状态。

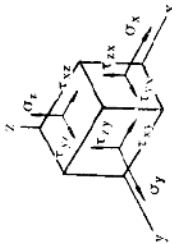
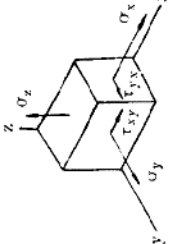
主应力根据应力张量的分量（ T_{ij} ）进行计算。计算主应力的常用公式列于表1。

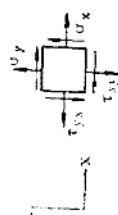
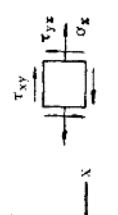
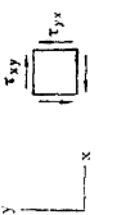
在空间应力状态最常见的情况中，用解立方方程式（1.3.1）的方法计算主应力。这个方程式的第一个系数 I_1 是位于张量主对角线上的各项之和，即各正应力之和。第二个系数 I_2 是行列式——张量 T_{ij} 的子式之和，如果按主对角线进行分解：

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (1.3.3)$$

第三个系数 I_3 等于行列式——张量值 T_{ij} ：

表 1 各种应力状态和主应力计算公式

序号	应力状态。应力张量	应力计算公式	注
1	<p>空间(三向) 应力状态。一般情况</p>  $T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$	<p>主应力为立方方程式的根:</p> $\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (1.3.1)$ <p>式中 $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ (1.3.2)</p> $I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$ (1.3.3) $I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$ (1.3.4)	<p>求得的主应力 σ'、σ'' 和 σ''' 中，一个是最大值(代数意义)用 σ_1 表示，另一个是最小值，用 σ_3 表示。</p> <p>因此主应力的序号相应写为:</p> $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ <p>疲劳计算时张量的每个分量按下式计算</p> $\sigma = k_{\sigma} \sigma_a + f_{\sigma} \sigma_m$ <p>或</p> $T = k_{\sigma} T_0 + f_{\sigma} T_m$
2	<p>空间应力状态。个别情况，一个主应力已知</p>  $T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$	<p>两个未知主应力按照平面应力状态的第三类情况的公式计算:</p> $\sigma' = \sigma_x,$ $\sigma''', \sigma'' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ (1.3.5)	

序号	应力状态、应力张量	应力计算公式	注
3	 <p>平面(二向)应力状态。一般情况</p> $T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\sigma' = 0$ $\sigma_{1,2,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$ <p>(1.3.5)</p>	每个主应力是对称循环的振幅
4	 <p>平面应力状态。个别情况。弯曲(或拉伸)和扭转联合作用</p> $T_H = \begin{vmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$ <p>(1.3.6)</p> $\sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$ <p>(1.3.7)</p>	$\sigma = 0,$ $\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$
5	 <p>平面应力状态。个别情况。纯剪切(杆件扭转)</p> $T_H = \begin{vmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\sigma_1 = \tau$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_3 = -\tau$	$\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx}$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (1.3.4)$$

表 1 列出了展开的行列式。

1.4. 强度理论，折算应力和安全系数

如前所述，复杂应力状态的强度计算是在强度理论（强度假说，极限应力状态理论）的基础上完成的。如果已知给定的复杂应力状态的主应力，则利用强度理论可以转换成新的应力状态，与给定的应力有相等的危险状态（当量于给定状态）。这个新的计算应力状态称为折算状态，相应的应力称为折算应力，用 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ 或 $\tau_{\text{ПРИВ}}$ 表示。折算应力状态的选择与材料的极限特性 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ 或 $\tau_{\text{ПРИВ}}$ 有关。比较折算应力 $\sigma_{\text{ПРИВ}}$ ($\tau_{\text{ПРИВ}}$) 和极限应力可以确定安全系数或者进行设计计算。

通常将给定的应力状态化成线性(单向)应力状态，或者在少数情况下化成二向应力状态——纯剪切。对于单向应力状态常用通用的试验方法确定出熟知的材料的极限特性，并列入相应的手册中；如强度极限 σ_B ，屈服极限 σ_T ，对称弯曲和拉伸疲劳极限 σ_{-1} 和 σ_{-1P} 。纯剪切的极限特性是在对圆形空心的试件上进行扭转试验时求得。其相应特性 $\tau_{\text{ПР}}$ 为：剪切强度极限 τ_B ，屈服极限 τ_T 和对称循环疲劳极限 τ_{-1} 。

存在一系列的强度理论，每个强度理论都有其本身的使用范围。

如果需要防止或是限制肯定会出现的塑性变形时，那么对于材料的塑性状态采用最大切应力理论，八面体应力和摩

尔应力理论。

对于材料的脆性状态，采用普·普·巴兰金理论，最大伸长和摩尔理论。普·普·巴兰金理论比八面体应力理论更为通用，后者对材料的塑性状态来说是正确的。若令拉伸和压缩条件下的强度特性相等，则八面体应力理论可以从普·普·巴兰金理论得出。

从基本强度理论的概要中可见，摩尔理论和普·普·巴兰金理论是用于材料的脆性和塑性状态的通用强度理论。摩尔理论对处于塑性和脆性状态的大多数材料能给出满意的结果。同时应用摩尔强度理论计算钻井设备证明完全合适，因为首先，以往的设计经验正是以这个理论为基础的，其次，通过摩尔强度理论，在计算中又反过来应用这些使用和研究的結果。

对于钢来说，普·普·巴兰金强度理论非常符合试验数据，而且比摩尔理论更经济。但是并不适用于铸铁零件的计算。因为在试验与计算结果之间发现了显著的差异，故而使得宁取摩尔理论做为实践中最全面和最通用的强度理论。此外，普·普·巴兰金理论具有复杂的公式形式，所以用起来不很方便。这个因素虽不是决定性的，但是在其他条件相同情况下则具有重要的意义。不但如此，由于强度理论通常是在这样或那样的假定和推想的基础上提出的，即不是从材料的有机特性导出的，因此就有充分的理由要求公式简单。根据这个原因，本书对于弯扭同时作用的情况下来介绍摩尔强度理论的计算结果时^[168,174]，是借助于最简单的极限椭圆曲线理论和修正系数。

表2所列是钻井设备计算所推荐的各相应强度理论的折算应力的计算公式。同时并不排除使用任何其他强度理论，

表 2 折算应力与安全系数

应力状态	强 度 理 论	
	椭圆强度理论用于材料的塑性状态	摩尔强度理论用于材料的塑性和脆性状态
空间和平 面应力状 态。 一般情况	$\sigma_{\text{прив}} = \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_3)^2 - \left(\frac{\sigma_{\text{пр}}}{\tau_{\text{пр}}}\right)^2} \sigma_3$ $n = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{\text{прив}}} \quad (1.4.2)$	$\sigma_{\text{прив}} = (\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\tau_{\text{пр}}} \sigma_3 \quad (1.4.5)$ $n = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{\text{прив}}}$
平面应力。 个别情况 弯(或拉 伸)扭联 合作用	$\sigma_{\text{прив}} = \sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{пр}}}{\tau_{\text{пр}}}\right)^2} \tau$ $n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (1.4.4)$	$\sigma_{\text{прив}} = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{2\tau_{\text{пр}}} \times$ $\left(\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} - \sigma\right) + \sigma \quad (1.4.6)$ $n = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{\text{прив}}} \times \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (1.4.7)$
平面应力。 个别情况 纯剪切 (杆件扭转)	$\tau_{\text{прив}} = \tau$ $n_\tau = \frac{\tau_{\text{пр}}}{\tau} \quad (1.4.8)$	
单向应力。 拉伸或弯曲	$\sigma_{\text{прив}} = \sigma$ $n_\sigma = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma} \quad (1.4.9)$	

注: α ——系数(按图1取)。 $\sigma_{\text{пр}}/\tau_{\text{пр}}$ ——材料的极限特性比, 缺少试验或手册资料时, 对结构钢可取下列近似值:

$$\frac{\sigma_B}{\tau_B} = \frac{\sigma_T}{\tau_T} = \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \approx 3 \approx 1.73 \quad \frac{\sigma_{-1P}}{\tau_{-1}} \approx 1.30$$

疲劳强度计算时, 主应力 σ_1, σ_3 , 折算应力 $\sigma_{\text{прив}}, \tau_{\text{прив}}$ 和原始应力 σ, τ 是对称循环的应力幅。原始应力取:

$$\sigma = k_{\sigma D} \sigma_a + f_\sigma \sigma_m \quad \tau = k_{\tau D} \tau_a + f_\tau \tau_m$$