

数字滤波器

高等学校教学参考书

上海铁道学院 黄大卫 主编

中国铁道出版社

高等学校教学参考书

数字滤波器

上海铁道学院 黄大卫 主编

中国铁道出版社

1991年·北京

(京)新登字063号

内 容 简 介

本书主要介绍数字滤波器的基本原理、结构、设计及实现。着重介绍了数字滤波领域内的最新理论发展及其应用。全书共分五章，内容包括：非递归和递归型数字滤波器，波数字滤波器，多采样速率系统，二维数字滤波器及自适应滤波器。

本书可供高等院校通信、控制、无线电、计算机等专业高年级学生、研究生、教师及有关科研人员、工程技术人员作教材或参考书。

责任编辑 倪嘉寒 封面设计 刘景山

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米1/32 印张：13 字数：291 千

1991年11月 第1版 第1次印刷

印数：1—2500 册

ISBN7-113-01048-2/TN·44 定价：6.70 元

前 言

“数字信号处理及滤波”是当前迅速发展的学科之一，自1973年出版了第一本有关这方面的专著以后，不到十年时间，就相继有5000多篇论文问世。可是仅在最近，数字滤波器才被用于实时处理。这是由于微电子学的发展，集成单片日趋完善，运算速度迅速提高，价格急剧下降，使得数字滤波器的硬件实现成为可能，因此获得了广阔的应用前景。

数字滤波器是在经典滤波理论的基础上发展起来的。两者有十分密切的联系，模拟滤波器设计中的逼近、综合和实现等问题，在数字滤波器的设计中都得到相应的借鉴。然而，由于实现电路的数字化和集成化，处理信号的离散化，数字滤波器具有一些模拟滤波器所无法比拟的优点。它除了本身体积小，动态范围大，工作可靠，受外界温度、环境及老化影响小，能实现陡峭的频响外，更重要的是它对信号能进行极其灵活的处理。例如，为了提高处理效率，它可以变更采样速率，能对多维信号滤波，对于随机信号能够预测，进行自适应滤波或均衡，这些信号处理是以往模拟滤波器无法执行的。它们目前正在通信、国防、地震、医学等各个领域被广泛应用，成为现代科学技术发展的一个重要方面。因此，本书试图以最少的篇幅和浅近的方式，首先介绍数字和模拟滤波器两者之间的关系，为建立数字滤波概念奠定基础。其次对于数字滤波理论的最新发展和应用作了简短的讨

论，为读者进一步深入探讨及具体应用提供路径。

本书首先简略地介绍了数字滤波器分析和设计的有关基本理论。读者掌握了这些知识后，即使以往没有这方面的基础，也能很好理解本书后述的内容。然后，讨论了数字滤波器最常用的结构——FIR和IIR滤波器，对它们的特点和设计方法都逐一作了介绍和比较。其次从简化滤波器的硬件实现，减少系数敏感性角度出发，引出了波数字滤波器并着重介绍了格型和环行器型波数字滤波器结构。为了便于读者理解，利用实例来引出有关的结论。第三，较详细地讨论了多采样速率信号处理。这是数字滤波器中一个刚兴起的领域，有重要的理论和实用价值。为此，除了讨论FIR和IIR直接式结构外，对多相网络结构的特点、设计和优化等问题都作了较全面的介绍。最后导出了在信号处理中常用的滤波器组的设计。第四，介绍二维离散系统的一些基础知识，对二维线性非移变（LSI）系统的定义和频率特性，采样定理等重要概念都作了简明的阐述。对二维FFT以及二维FIR及IIR滤波器的设计和实现进行了较深入的讨论。为读者进一步研究多维数字滤波理论打下了一个很好的基础。最后，在介绍最佳估算技术的基础上，进一步讨论FIR和IIR自适应滤波器的设计和应用实例。在自适应滤波器中格型结构具有快的收敛特性和好的跟踪性能，因此被广泛采用。

本书大部分内容都处在发展阶段，涉及的基础理论和数字知识较多，为了能深入浅出地全面介绍有关内容，在章节的编排和内容的取材方面我们作了如下的考虑：前面几章尽量减少数学推导，做到浅显易懂；在读者获得一定的基础知识后才逐步加深；在同一章内，首先介绍基本概念，然后为了加深理解或得到具体运算方法才导出繁复的数字式子。读

者可以根据本人的情况适当选读。

本书的第一、四章是由吴汶麒编写，第二、三、五章是由黄大卫编写，全书由黄大卫主编。

黄大卫 吴汶麒
于1990年4月

目 录

第一章 递归及非递归型数字滤波器.....	1
§ 1 时域离散信号(序列)及离散系统分析.....	1
§ 2 递归型数字滤波器的设计.....	16
§ 3 递归型滤波器的网络结构及字长舍简 的影响.....	46
§ 4 非递归型数字滤波器的设计.....	79
参考文献 I	112
第二章 波数字滤波器	114
§ 1 模拟电抗滤波器	114
§ 2 波数字滤波器基础	120
§ 3 元件和电源	123
§ 4 适配器	126
§ 5 适配器的相互联接	136
§ 6 二端口适配器	140
§ 7 格型滤波器	142
§ 8 自倒量格型滤波器	148
§ 9 环行器型滤波器	152
§ 10 自倒量环行器型滤波器	156
参考文献 II	160
第三章 多采样速率系统	163
§ 1 采样速率变换的基本原理	164
§ 2 采用直接数字方法实现采样速率变换	175
§ 3 单级多采样速率系统的结构	184

§ 4	多采样速率系统中FIR滤波器的设计	200
§ 5	IIR抽取器和内插器的滤波器设计	207
§ 6	多级采样速率转换系统	218
§ 7	均匀滤波器组的实现	240
	参考文献 III	242
第四章	二维数字滤波器	244
§ 1	2-D离散阵列以及2-D离散系统	244
§ 2	2-D非递归型(FIR)数字滤波器的设计和实现	273
§ 3	2-D递归型(IIR)数字滤波器的设计与实现	298
	参考文献 IV	331
第五章	自适应滤波器	334
§ 1	概 述	334
§ 2	最佳估算技术	339
§ 3	FIR自适应滤波器	353
§ 4	IIR自适应滤波器	367
§ 5	格型自适应滤波器	374
§ 6	自适应滤波器在通信中的应用举例	380
	参考文献 V	384
附录 I	设计递归型数字滤波器的FORTRAN程序	387
附录 II	用频率采样法设计非递归型数字低通滤波器的FORTRAN程序	400
附录 III	用窗函数法设计非递归型低通数字滤波器的FORTRAN程序	402

第一章 递归及非递归型数字滤波器

作为基础，本章将先讨论“时域离散信号及离散系统分析”，然后再逐步深入地讨论数字滤波器的设计及实现。

§1 时域离散信号（序列）及离散系统分析

在时间信号数学表达式中，其独立时间变量可以是连续的，也可以是离散的，前者称为时域连续信号，表示为 $x(t)$ ；后者称为时域离散信号（又称序列）。时域离散信号可以通过对一个时间连续信号以时间间隔 T_s （ T_s 称为采样间隔或采样周期）采样后获得，这样获得的信号通常表示为 $x(nT_s)$ ，若采样周期 T_s 为常数，则称为定速率采样信号，有时为了方便起见，设 $T_s=1$ ，从而，时域离散信号常常表示为 $x(n)$ ， $x(n)$ 称为 $x(t)$ 的第 n 个采样值。若采样周期 T_s 为变量（例如， T_s 为周期性变量），则 $x(nT_s)$ 称为变速率采样信号，关于变速率采样信号的讨论将在第三章内进行。

经过采样后所获得的时域离散信号 $x(n)$ 在值域内仍然是连续的，即它可以在实数域 $(-\infty, \infty)$ 内取任何数值。将时域离散信号作二进制模数转换（A/D转换）后所得到的信号在值域内也是离散的，这类在时域、值域内均为离散的信号称为数字信号。本章内容除了在讨论“字长效应”时外，所提到的“信号”一般不考虑它们的值域离散性。

不论是时域连续信号还是时域离散信号，都有其特定的

频率特性（频谱），滤波器的作用即是对信号的频谱进行加工处理，以分离或者抑制某一特定分量。对应于连续时间信号的滤波器，在其他课程中业已作了详尽的讨论，本书主要是讨论对离散信号（严格讲是对数字信号）的滤波处理。

一、常用的时域离散信号（序列）

1. 单位采样序列：定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

单位采样序列（图 1-1）在时域离散信号和系统中所起的作用与冲激函数 $\delta(t)$ 在时域连续信号和系统中所起的作用相同。

2. 单位阶跃序列：定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

单位阶跃序列（图 1-2）与单位采样序列之间的关系为

$$u(n) = \sum_{m=-\infty}^n \delta(m) \quad (1-3a)$$

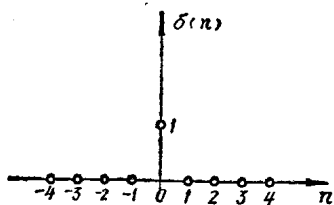


图 1-1 单位采样序列

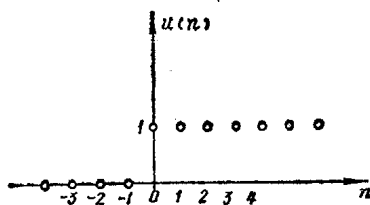


图 1-2 单位阶跃序列

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-3b)$$

3. 任意序列 $x(n)$ 用单位采样序列表示

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot \delta(n-k) \quad (1-4)$$

在处理时域离散信号时，常会遇到以下几种基本运算：

和差： $x_1(n) \pm x_2(n)$

积商： $x_1(n) \cdot x_2(n)$ 及 $x_1(n)/x_2(n)$

乘常数： $\alpha \cdot x(n)$

延时： $x(n-n_0)$

二、序列的频谱

众所周知，时域连续信号 $x(t)$ 与它的频谱函数 $x(\Omega)$ 之间通过付利叶变换联系在一起

$$x(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1-5a)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega \quad (1-5b)$$

对于序列 $x(n)$ ，同样也可以通过付利叶变换与相应的频谱 $x(\omega)$ 联系在一起

$$x(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j^n \omega} \quad (1-6a)$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(\omega) e^{j^n \omega} d\omega \quad (1-6b)$$

诚然，仅当序列 $x(n)$ 满足稳定条件

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)| < \infty \quad (1-7)$$

时，(1-6a) 式所示级数形式的付利叶变换才是绝对收敛的。

从 (1-6a) 式也可很方便地看出，序列的频谱函数 $x(\omega)$ 是一个以 2π 为周期的周期函数

$$x(\omega + 2\pi) = x(\omega)$$

通过下面的例子读者将会对序列的频谱有更进一步的了解。

【例1—1】 试求等幅有限长序列

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

的频谱。

【解】由 (1-6 a) 式可得

$$x(\omega) = \sum_{n=0}^4 e^{-jn\omega} = \frac{1 - e^{-j5\omega}}{1 - e^{-j\omega}} = \frac{\sin(5\omega/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j2\omega}$$

图 1-3 绘出了 $x(n)$ 及其幅频特性

$$|x(\omega)| = \left| \frac{\sin 2.5\omega}{\sin 0.5\omega} \right|$$

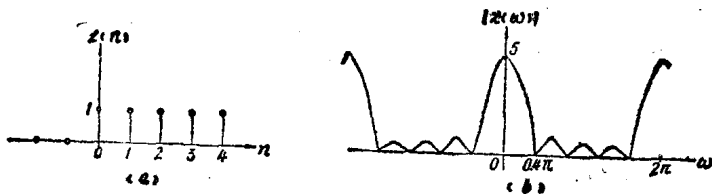


图 1-3 例 1-1 附图

三、限带信号的采样定理

设离散序列 $x(n)$ 为对连续时间信号 $x(t)$ 作等间隔抽样所得。若时间信号 $x(t)$ 的频谱函数 $x(\Omega)$ 在区间 $-\Omega_0 < \Omega < \Omega_0$ 以外为零，则该时间信号称为限带时间信号。我们设定 $x(t)$ 为限带时间信号，现在来推导一下等间隔抽样序列 $x(n)$ 的频谱函数 $x(\omega)$ 与原时间信号的频谱函数 $x(\Omega)$ 之间的关系。

设 $t = nT_s$ (T_s 为采样间隔), 令 $\omega = \Omega \cdot T_s$, 代入 (1-5b) 式, 得

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(\Omega) e^{j^{*}\Omega T_s} d\Omega$$

把上式中的广义积分域分割为无限个依次相邻的宽度为 $2\pi/T_s$ 的子区间

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Rightarrow \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_{(2r-1)\pi/T_s}^{(2r+1)\pi/T_s}$$

$$\begin{aligned} \text{于是 } x(n) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_{(2r-1)\pi/T_s}^{(2r+1)\pi/T_s} x(\Omega) e^{j^{*}\Omega T_s} d\Omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} x(\Omega + 2r\pi/T_s) e^{j^{*}\Omega T_s} d\Omega \end{aligned}$$

交换积分与求和的次序

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \frac{1}{T_s} \sum_{r=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{\omega}{T_s} + \frac{2r\pi}{T_s}\right) e^{j^{*}\omega} d\omega$$

与 (1-6b) 式对照可知, 采样序列 $x(n)$ 的频谱函数与原时间信号 $x(t)$ 的频谱函数之间的关系为

$$x(\omega) = \frac{1}{T_s} \cdot \sum_{r=-\infty}^{\infty} x\left(\Omega + \frac{r}{T_s} \cdot 2\pi\right) \quad (1-8)$$

(1-8) 式表示采样序列 $x(n)$ 的频谱函数等于它的母体信号 $x(t)$ 的频谱函数的时移相加, 图 1-4 直观地表示出了当 $x(t)$ 为限带时间信号时, $x(\omega)$ 与 $x(\Omega)$ 之间的关系。这里可能有两种情况:

(1) (1-8) 式中的时移因子 $\frac{2\pi}{T_s}$ 大于 (等于) 限带信号的极限频率 Ω_0 [图 1-4 (b)]。显然可见, 这时, 采样序列的频谱是周期性地重现限带时间信号的频谱。

(2) $\frac{2\pi}{T_s} < \Omega_0$, 这时, 将会出现频谱混迭 [图 1—4(c)], 即采样序列的频谱已无法完整地重现原母体连续时间信号的频谱。

上述分析表明, 如果采样周期满足条件

$$T_s \leq \frac{2\pi}{\Omega_0}$$

也即采样频率大(等)于极限频率 f_0 的两倍

$$f_s \geq 2f_0 \quad (1-9)$$

则限带时间信号就有可能再现。如若采样频率低于两倍的极限频率, 则将出现频谱混迭, 也即限带时间信号不能完整地复原。

上述对采样频率加以限制的定理称为采样定理, 是数字信号处理的基本定理之一。

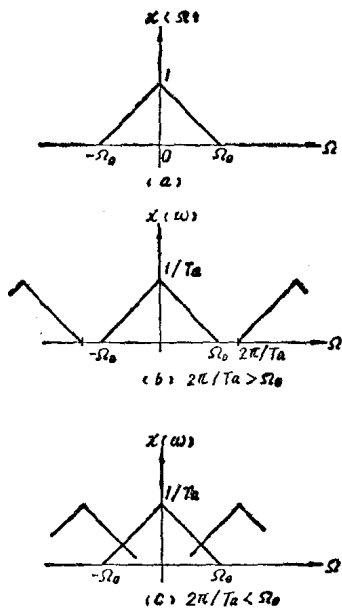


图 1—4 采样序列频谱与原信号频谱之间的关系

四、时域离散系统

我们通常将“系统”看作为一种变换, 即将输入信号(或序列)变换为输出信号(或序列)。对应于时域离散信号变换的系统称为时域离散系统, 它完成下列变换:

$$y(n) = T[x(n)]$$

式中 T —— 变换符号。

1. 线性非移变因果系统

满足线性非移变因果条件的系统是最为常用的系统, 在本书中所讨论的“数字滤波器”即是一种线性非移变因果系

统。

系统的线性性质是用叠加性质来定义的，

若有 $y_1(n) = T[x_1(n)]$, $y_2(n) = T[x_2(n)]$

则有 $\alpha \cdot y_1(n) + \beta \cdot y_2(n) = T[\alpha \cdot x_1(n) + \beta \cdot x_2(n)]$

(1-10)

式中 α 和 β —— 任意常数。

离散系统的“非移变性”指的是：系统的输出随输入的移位（延时）而移位（延时），且不改变其形状。在数学上可表示为

若有 $y(n) = T[x(n)]$

则有 $y(n-k) = T[x(n-k)]$ (1-11)

对于线性非移变系统而言，把输入序列用单位采样序列（1-4）式表示后，输出序列为

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot \delta(n-k)\right] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot T[\delta(n-k)] \end{aligned}$$

线性离散系统对于单位采样序列的响应 $h(n)$ 称为系统的冲激响应

$$h(n) = T[\delta(n)]$$

于是，线性离散系统的输出序列可表示为输入序列与单位冲激响应的离散卷积

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot h(n-k) \quad (1-12)$$

所谓因果性指的是：系统的输出变化不会发生在输入变化之前。在数学上表示为

若 $x_1(n) = x_2(n) \quad n < n_0$

则 $y_1(n) = y_2(n) \quad n < n_0$

其中 $y_1(n) = T[x_1(n)]$, $y_2(n) = T[x_2(n)]$ 。

对于线性非移变系统, 其因果性的充要条件

$$h(n) = 0 \quad n < 0 \quad (1-13)$$

(证明从略)。

2. 线性常系数差分方程

模拟滤波器系统可以用线性微分方程来描述, 通过拉普拉斯变换, 可以求得在 s 域的传递函数 $H(s)$ 。而数字滤波器常用线性差分方程来描述, 一般情况下, 线性差分方程的普遍形式为

$$y(n) = \sum_{k=1}^N a_k \cdot y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k \cdot x(n-k) \quad (1-14)$$

式中 a_k 、 b_k 为实常数。由 (1-14) 式所描述的系统的输出序列值取决于该时刻的输入序列值及以前时刻的输入序列值和输出序列值的线性组合。

线性常系数差分方程 (1-14) 可用递推法或 z 变换来求解。 z 变换将在下面介绍, 这里简单叙述一下递推解法。

【例1-2】试求用一阶差分方程

$$y(n) = a \cdot y(n-1) + x(n)$$

描述的系统的冲激响应。

【解】在 $x(n) = \delta(n)$ 时

$$h(n) = a \cdot h(n-1) + \delta(n)$$

于是, 差分方程的解为

$$h(n) = 0 \quad n < 0$$

$$h(0) = 1$$

$$h(1) = a \cdot h(0) + 0 = a$$

$$h(2) = a \cdot h(1) + 0 = a^2$$

$$\vdots$$

$$h(n) = a \cdot h(n-1) + 0 = a^n$$

写成一般形式

$$h(n) = a^n \cdot u(n)$$

在(1-14)式中,若系数 a_k 中至少有一个不等于零,则差分方程中存在有反馈(递归)项,则与方程相对应的系统称为“递归型系统”。由递归型系统构成的数字滤波器称为递归型数字滤波器。从例1-2可见,即便是一阶递归系统,系统的冲激响应 $h(n)$ 具有无限多项,因此,递归系统(递归型滤波器)又称为无限冲激响应系统(无限冲激响应滤波器。简称IIR型滤波器)。当(1-14)式所示差分方程中不含递归项时,对应的冲激响应为

$$h(n) = \sum_{k=0}^M b_k \cdot \delta(n-k) \quad (1-15)$$

这类系统称为“非递归型系统”。由非递归型系统构成的数字滤波器称为非递归型数字滤波器。从(1-15)式可见, $h(n)$ 共有 M 项(M 为有限值),因此,非递归系统(非递归型滤波器)又称为有限冲激响应系统(有限冲激响应滤波器。简称FIR型滤波器)。

3. 线性离散系统的基本运算单元及数字网络

在模拟电路(系统)中,常常用一些电路元件(电阻、电感、电容)及其联接来模拟电路变量之间的关系,因而,电网络是分析、设计模拟电路的最直观表示方法。

在线性离散系统中,系统的输入、输出关系通常表示成(1-14)式所示的差分方程,而这类差分方程的全部递推过程仅包括有三种基本运算:加(减)、乘、延时。我们也