

国家重点图书

张景中 著

# 计算机怎样解几何题

## —— 谈谈自动推理



暨南大学出版社  
清华大学出版社



张景中 著

# 计算机怎样解几何题

—— 谈谈自动推理



清华大学出版社



暨南大学出版社

(京)新登字 158 号

图书在版编目(CIP)数据

计算机怎样解几何题:谈谈自动推理/张景中著. —广州:暨南大学出版社;北京:清华大学出版社,2000.5

(院士科普书系/路甬祥主编)

ISBN 7-81029-930-1

I. 计… II. 张… III. ①机器证明—普及读物②人工智能—普及读物 IV. TP181-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 61212 号

24-2/16

出 版 者: 暨南大学出版社(广州天河,邮编 510630)

<http://www.jnu.edu.cn>

清华大学出版社(北京清华大学学研楼,邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

责任编辑: 周继武 宋成斌

印 刷 者: 北京市清华园胶印厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 850×1168 1/32 印张: 6.625 字数: 131 千字

版 次: 2000 年 5 月第 1 版 2000 年 7 月第 2 次印刷

书 号: ISBN 7-81029-930-1/G·131

印 数: 5001~10000

定 价: 15.00 元

## 《院士科普书系》编委会

编委会名誉主任 周光召 宋 健 朱光亚

编委会主任 路甬祥

编委会委员 (按姓氏笔划排序)

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 王佛松 | 王 越 | 王 夔 | 方智远 | 卢永根 |
| 母国光 | 旭日干 | 刘大响 | 刘元方 | 刘鸿亮 |
| 关 桥 | 汤钊猷 | 许根俊 | 孙鸿烈 | 李大东 |
| 李廷栋 | 李依依 | 杨 乐 | 吴有生 | 吴德馨 |
| 何凤生 | 何鸣元 | 汪旭光 | 汪品先 | 陆建勋 |
| 陈可冀 | 陈运泰 | 陈建生 | 陈厚群 | 范维唐 |
| 季国标 | 金怡濂 | 周干峙 | 周永茂 | 周 恒 |
| 郑健超 | 赵忠贤 | 胡仁宇 | 钟万勰 | 钟南山 |
| 洪德元 | 姚福生 | 秦伯益 | 顾诵芬 | 钱七虎 |
| 徐冠华 | 殷瑞钰 | 黄志镗 | 龚惠兴 | 梁栋材 |

编委会执行委员 郭传杰 葛能全 钱文藻 罗荣兴

编委会办公室主任 罗荣兴(科学时报社)

副主任 何仁甫(中国科学院学部联合办公室)

冯应章(中国工程院学部工作部)

蔡鸿程(清华大学出版社)

周继武(暨南大学出版社)

总 策 划 罗荣兴 周继武 蔡鸿程

总 责 任 编 辑 周继武 蔡鸿程 宋成斌

# 提高全民族的科学素质

## ——序《院士科普书系》

人类走到了又一个千年之交。

人类的文明进程至少已有六千余年。地球上各个民族共同创造了人类文明的灿烂之花。中华文明同古埃及文明、古巴比伦文明、古印度文明、古希腊文明等一起，是人类文明的发源地。

十五世纪之前，以中华文明为代表的东方文明曾遥遥领先于当时的西方文明。从汉代到明代初期，中国的科学技术在世界上一直领先长达十四个世纪以上。在那个时期，影响世界文明进程的重要发明中，相当部分是中华民族的贡献。

后来，中国逐渐落后了。中国为什么落后？近代从林则徐以来许多志士仁人就不断提出和思索这个历史课题。但都没有找到正确的答案。以毛泽东同志、邓小平同志为代表的中国共产党人作出了唯一正确的回答：中国落后，是由于生产力的落后和社会政治的腐朽。西方列强对中国的欺凌，更加剧了中国经济的落后和国家的衰败。而落后就要挨打。所以要进行革命，通过革命从根本上改变旧的生产关系和政

---

治上层建筑,为解放和发展生产力开辟道路。于是,就有了八十多年前孙中山先生领导的辛亥革命,就有了五十年前我们党领导的新民主主义革命的胜利,以及随后进行的社会主义革命的成功。无论是革命还是我们正在进行的社会主义改革,都是为了解放和发展生产力。

邓小平同志提出的“科学技术是第一生产力”的著名论断,使我们对科学技术在经济和社会发展中的地位与作用的认识,有了新的飞跃。我们应该运用这一真理性的认识,深刻总结以往科学技术发展的历史经验,把我国科技事业更好地推向前进。中国古代科技有过辉煌的成果,但也有不足,主要是没有形成实验科学传统和完整的学科体系,科学技术没有取得应有的社会地位,更缺乏通过科技促进社会生产力发展的动力和机制。为什么近代科学技术首先在文艺复兴后的欧洲出现,而未能在我国出现,这可能是原因之一吧。而且,我国历史上虽然有着伟大而丰富的文明成果和优良的文化传统,但相对说来,全社会的科学精神不足也是一个缺陷。鉴往开来,继承以往的优秀文化,弥补历史的不足,是当代中国人的社会责任。

在新的世纪中,中华民族将实现伟大的复兴。在一个占世界人口五分之一的发展中大国里,再用五十年的时间基本实现现代化,这又是一项惊天动地的伟业。为实现这个光辉

---

的目标,我们应该充分发挥社会主义制度的优越性,坚持不懈地实施科教兴国战略。

科教兴国,全社会都要参与,科学家和教育家更应奋勇当先,在全社会带头弘扬科学精神,传播科学思想,倡导科学方法,普及科学知识。科教兴国也要抓好基本建设。编辑出版高质量的科普图书,就是一项基本建设,对于提高全民族的科学素质,是很有意义的。在《院士科普书系》出版之际,写了上面这些话,是为序。

A handwritten signature in black ink, reading '江泽民' (Jiang Zemin), the former President of the People's Republic of China. The signature is written in a cursive, calligraphic style.

一九九九年十二月二十三日

# 人民交给的课题

## ——写在《院士科普书系》出版之际

世界正在发生深刻的变化。这一变化是 20 世纪以来科学技术革命不断深入的必然结果。从马克思主义的观点看来,生产力的发展是人类社会发展与文明进步的根本动力;而“科学技术是第一生产力”,因此,科学技术是推动社会发展与文明进步的革命性力量。从生产力发展的阶段看,人类走过了农业经济时代、工业经济时代,正在进入知识经济时代。

知识经济时代,知识取代土地或资本成为生产力构成的第一要素。知识不同于土地或资本,不仅仅是一种物质的形态,知识同时还是一种精神的形态。知识,首先是科学技术知识,将不仅渗透到生产过程、流通过程等经济领域,同时还将渗透到政治、法律、外交、军事、教育、文化和社会生活等一切领域。可以说,在新的历史时期,一个国家、一个民族能否掌握当代最先进的科技知识以及这些科技知识在国民中普及的程度将决定其国力的强弱与社会文明程度的高低。科技创新与科普工作是关系到一个国家、一个民族兴衰的



大事。

对于我们科技工作者来说,我们的工作应当包含两个方面:发展科技与普及科技;或者说应当贯穿于知识的生产、传播及应用的全过程。我们所说的科普工作,不仅是普及科学知识,更应包括普及科学精神和科学方法。

我们的党和政府历来都十分重视科普工作。党的十五大更是把树立科学精神、掌握科学方法、普及科技知识作为实施科教兴国战略和社会主义文化建设的一项重要任务提到了全党、全国人民和全体科学工作者的面前。

正是在这样的背景下,1998年春由科学时报社(当时叫“中国科学报社”)提出创意,暨南大学出版社和清华大学出版社积极筹划,会同中国科学院学部联合办公室和中国工程院学部工作部,共同发起《院士科普书系》这一重大科普工程。

1998年6月,中国科学院与中国工程院“两院”院士大会改选各学部领导班子,《院士科普书系》编委会正式成立,各学部主任均为编委会委员。编委会办公室在广泛征求意见的基础上拟出150个“提议书目”,在“两院”院士大会上向1000多名院士发出题为《请科学家为21世纪写科普书》的“约稿信”,得到了院士们的热烈响应。在此后的半年多时间里,有176名院士同编委会办公室和出版社签订了175本书的写作出版协议,开始了《院士科普书系》艰辛的创作过程。

《院士科普书系》的定位是结合当代学科前沿和我国经济建设与社会发展的热点问题，普及科技知识、科学方法。科学性、知识性、实用性和趣味性是编写的总要求。

编写科普书对我国大多数院士来说是一个新课题。他们惯于撰写学术论文。如何把专业的知识和方法写成生动、有趣、有文采的科普读物，于科技知识中融入人文教育，不是一件容易的事。不少院士反映：写科普书比写学术专著还难。但院士们还是以感人的精神完成自己的书稿。在此过程中，科学时报社和中国科学院学部联合办公室、中国工程院学部工作部以及清华大学出版社、暨南大学出版社也付出了辛勤的劳动。

《院士科普书系》首辑终于出版了。这是人民交给科学家课题，科学家向人民交出答卷。江泽民总书记专门为《院士科普书系》撰写了序言，指出科普是科教兴国的基础工程，勉励科学家、教育家“在全社会带头弘扬科学精神，传播科学思想，倡导科学方法，普及科学知识”，充分表达了党的第三代领导集体对科普的重视，对提高全民族科技素质的殷殷期望。

《院士科普书系》将采取滚动出版的模式。一方面随着院士们的创作进程，成熟一批出版一批；另一方面随着科学技术的进步和创新，不断有新的题材由新的院士作者撰写。因此，《院士科普书系》将是一个长期的、系统的科普工程。



这一庞大的工程,不但需要院士们积极投入,还需要各界人士和广大读者的支持——对我们的选题和内容提出修订、完善的建议,帮助我们不断提高《院士科普书系》的水平与质量,使之成为国民科技素质教育的系统而经典的读本。在科学家群体撰写科普书方面,我们也要以此为起点为开端,参与国际竞争与合作,勇攀世界科普创作的高峰。

中国科学院院长  
《院士科普书系》编委会主任

路甬祥

2000年1月8日

## 前 言

本书主题是如何用计算机的基本功能解题。所选例子大部分来自初等几何。使用的计算机语言是人工智能领域常用的 LISP 语言。

书的名字叫《计算机怎样解几何题》，还有一个副标题是“谈谈自动推理”。认真起来，其实都有点问题。

人是万物之灵，计算机是人造出来的，它并不会解题。是人设计了一套一套用计算机解题的办法。计算机只不过是工具。所以正确的书名应当是《人怎样用计算机解几何题》。

说自动推理，其实并不能自动，也是人出了主意推动计算机进行推理。就像自行车不会自己跑路，自来水不会自己到来一样。

不过大家仍然说自行车、自来水，这样通俗生动。反正心里明白，自行车要人蹬，自来水是水塔水泵压过来的。

只说解题是空的，总得有例子。

题目多种多样，有大有小，有难有易。加减乘除，看图识字，哥德巴赫问题，都是题目。太简单的没意思，太难的又解不来。举哪些例子，得有个说法。

看来简单的问题，用计算机做起来不一定简单。解几何题要用到计算机的许多基本功能，比如认识图形符号，进行加减乘除。人怎样教会机器作加减乘除，这里面大有文章，

说古道今,就够写一本书。现在加减乘除已经是计算机的基本功能了。计算机还有许多别的基本功能,如记录和查找数据,比较数字大小,画图,计算各种函数。我们说的解题,是说如何运用这些基本功能来解决问题。对于种种基本功能的来历,尽管来之不易,这里也不再寻根究底。

看图识字、阅读听写这类题目,老实说计算机还没有学好解决的方法。教计算机学做这类题目,是还在研究的一门或不止一门的多学科学问。要讲的话,应当是另一本书了。

另有许多题目,人做起来往往要冥思苦想,绞尽脑汁,或反复多次试验,不胜其烦。而对计算机来说,却已经学会了解决的办法,做起来得心应手,快捷可靠。这里才有我们的舞台。

书中用较大的篇幅介绍计算机如何解几何问题。这不仅是因为几何学丰富多彩,直观有趣,能提供各种难度的例子。更主要的,是因为几何问题的求解是计算机解题最成功的领域。其中提出了多种有效的方法,体现了计算机解题的典型思路,有举一反三的好处。

有兴趣的读者,最好自己动手在计算机上解几个题目玩玩。为此我们介绍了人工智能语言 LISP 的一点初步知识,并附有必要的程序,供您试用。您如果想得到有关程序的光盘,请与广州大学师范学院教育软件所联系。

地址: 广州解放北路桂花岗 1 号, 邮编: 510400

电话: (020)86237531

联系人: 张志青、陈海玲、张明

Email: zhzq @ guangztc. edu. cn

张景中

2000 年 3 月

# 目 录

## 1 青出于蓝——计算机是人的好学生

- 1.1 计算机解题基本功 ..... 1
- 1.2 有了公式就好办 ..... 8
- 1.3 没有公式找算法 ..... 21
- 1.4 几何解题花样多 ..... 30

## 2 举一反三——举例验证几何命题

- 2.1 归纳和演绎的对立 ..... 33
- 2.2 用例子证明代数恒等式 ..... 35
- 2.3 一个例子证明的定理 ..... 43
- 2.4 用例证法发现新定理 ..... 48
- 2.5 数值并行法的一般实现 ..... 50

## 3 一网打尽——几何信息搜索系统

- 3.1 寻求传统几何的美 ..... 53
- 3.2 从例子找出方法 ..... 56
- 3.3 试用几何信息搜索系统 ..... 59
- 3.4 几何信息搜索系统的算法结构 ..... 66
- 3.5 讲究策略精益求精 ..... 69
- 3.6 全角方法的应用 ..... 75
- 3.7 一个几何信息搜索系统运行情形 ..... 83

#### **4 顺藤摸瓜——解几何问题的消点法**

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 4.1 几何知识的准备 .....      | 89  |
| 4.2 一个简单的例子 .....      | 96  |
| 4.3 解剖麻雀——建立消点算法 ..... | 100 |
| 4.4 有向线段和带号面积 .....    | 109 |
| 4.5 希尔伯特交点类问题 .....    | 121 |
| 4.6 引进勾股差 .....        | 133 |
| 4.7 复数和向量 .....        | 146 |

#### **5 步步为营——自动求解的代数方法**

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 5.1 中国数学家的突破 ..... | 155 |
| 5.2 领略吴氏代数方法 ..... | 157 |
| 5.3 金字塔问题 .....    | 168 |

#### **6 后记——几何定理机器证明进展回顾**

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 6.1 艰难的历程 .....     | 175 |
| 6.2 重要的突破 .....     | 178 |
| 6.3 与人工证明媲美 .....   | 181 |
| 6.4 不等式的机器证明 .....  | 185 |
| 6.5 研究展望和应用前景 ..... | 189 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| <b>参考文献</b> ..... | 193 |
|-------------------|-----|

# 1

## 青出于蓝——计算机 是人的好学生

---

### 1.1 计算机解题基本功

计算机解题基本功包括输入输出、基本运算、条件选择和循环操作 4 种。调用这些功能要用程序语言,本书用的是人工智能语言 LISP,好处是易学好用编程快。

用计算机解题,无论是几何题还是别的问题,无非是调用和组织计算机的各种基本功,来解决要回答的问题。

计算机可供解题使用的基本功大体上有 4 类:变量赋值,基本运算,条件选择,循环操作。

第一,要能记得住东西。如果记不住



**计算机可供解题使用的基本功大体上有4类：变量赋值，基本运算，条件选择，循环操作。**

题目，记不住解题的有关知识和方法，还解什么题呢？光记住不够，还要能表达出来。解了题闷在肚里表达不出来，不是白白辛苦一场吗？能记住我们要它记住的信息，又能表达出来，这种功能主要通过变量赋值来实现。变量赋值其实是给要输入的信息（值）起个名字（变量），这个名字代表了存放信息的地址。用这个名字就能使计算机输出或调用这条信息。

第二，要会做基本的运算。数学计算当然不在话下，要不怎么叫计算机呢？不过，只说数学计算，袖珍计算器也会。计算机还有基本的符号运算功能。例如，把几串字符连成一串，把一串字符分成几串，把一系列符号按照某个标准排序，从一系列符号里挑出或去掉某种符号。此外，基本运算还包括数字或符号的识别与比较，如比较大小。

第三，求解问题时，往往要根据不同的情形使用不同的公式和方法。简单到如计算一封信的邮费，还分平信、挂号、本地、外地以及是否超重呢。几何问题的条件更是千差万别。计算机可以根据条件安排，自动区别不同的情形，执行不同的运算，这叫做条件选择的功能。

第四，计算机的另一长处，是不怕枯燥麻烦。一个运算或一套操作，让它重复多少次它也不会罢工或埋怨。几何问题有时要多次检验，有时要反复探索，有时又要作大量的演算。只要你一声令下，它就老老实实地干起来，直到完成预定的次数或达到某个目标。这叫做循环操作功能。

那么，又如何调用计算机的这些基本功能来解题呢？

鸟有鸟言，兽有兽语。计算机也有它与人交流的语言，