

普通高等教育机电类规划教材

透平压缩机强度与振动

西安交通大学 刘士学 主编
方先清

机械工业出版社



本书比较全面地阐述了透平压缩机主要零部件的强度和振动方面的基本理论知识及分析计算方法。主要内容包括:轮盘应力分析及强度计算,用有限元法计算叶轮强度,转子临界转速和不平衡响应计算,叶片的振动与强度分析计算,转子一轴承系统油膜振荡,气缸的强度与转子轴向力计算,振动频谱分析,透平压缩机与风机的密封,风机的腐蚀和磨损及其控制。书中附有必要的例题、计算机程序及实用图表。

本书可作为高等工科院校动力机械、流体机械及化工机械等专业的透平机械强度与振动课程的教材,也可供从事风机、流体机械、化工机械等专业的工程技术人员参考。

透平压缩机强度与振动

刘士学 主编
西安交通大学 方先清

责任编辑:钱飒飒 王世刚 版式设计:霍永明
封面设计:郭景云 责任校对:熊天荣
责任印制:卢子祥

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)
邮政编码:100037

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社京丰印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本787×1092¹/₁₆·印张19.25·字数473千字

1997年10月第1版第1次印刷

印数 0 001—2 000 定价:24.00元

ISBN 7-111-05557-8/TK·171(课)

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

ISBN 7-111-05557-8



9 787111 055570 >

前 言

本书是根据 1991 年 9 月在西安召开的全国高等院校压缩机、低温技术专业教学指导委员会第三次全体委员(扩大)会议通过的教学计划和教学大纲编写的。

本书比较全面地阐述了透平压缩机主要零部件的强度与振动的分析和计算方法。在阐述有关基本理论的基础上,联系工程实际问题,着眼于培养学生分析问题和解决问题的能力。内容包括:轮盘应力分析及强度计算,用有限元方法计算叶轮强度,转子临界转速和不平衡响应计算,转子动平衡、叶片的振动和强度分析计算,转子—轴承系统油膜振荡,气缸的强度与转子轴向力的计算,振动频谱分析,透平压缩机与风机的密封,风机的腐蚀和磨损及其控制。为便于学习和工程应用,各章均附有必要的例题,有的章节还介绍了计算机程序和实用的计算图表。本书和原来的教材《离心式压缩机强度》(西安交通大学透平压缩机教研室编著,机械工业出版社出版,1980 年 9 月)相比,增加了新的内容(如转子动平衡、振动频谱分析、叶片的振动和强度分析计算、风机的磨损等),有的章节内容作了较大的删改与补充。

本书由方先清、刘士学主编。参加编写的还有区颖达、李英勇。其中第一、九、十章由方先清编写,第三、四、八章由刘士学编写,第二、五章由区颖达编写,第六、七章由李英勇编写。

本书由西安交通大学孟庆集教授主审。

在编写过程中得到了有关单位和有关专家的大力支持与帮助,在此谨致谢意。

限于编者水平,书中可能有错误和不妥之处,欢迎读者批评指正。

编者 1996.12

目 录

前言

第一章 轮盘应力分析及强度计算	1
第一节 轮盘应力计算的基本公式	1
第二节 实际轮盘的应力状态分析	8
第三节 轮盘截面突变的应力计算	16
第四节 锥形轮盘的应力计算	17
第五节 任意截面形状轮盘应力计算	24
第六节 叶片质量对轮盘应力影响的估计	25
第七节 套装轮盘的装配过盈量和轮盘应力计算	32
第八节 套装轮盘的强度校核	40
第九节 离心叶轮轮盘强度计算实例	41
第二章 有限元法计算叶轮强度	46
第一节 有限元法的理论基础及弹性力学的基本方程	46
第二节 轴对称叶轮的有限元法	51
第三章 转子临界转速和不平衡响应计算	78
第一节 振动的基本概念	78
第二节 转子弯振临界转速计算 (普洛尔法)	85
第三节 弹性支座转子临界转速的计算	96
第四节 叶轮回转力矩的计算	98
第五节 计算转子临界转速有限元法简介	100
第六节 关于临界转速和主振型的讨论	109
第七节 转子不平衡响应计算	119
第八节 转子振动临界转速的计算	126
第四章 转子动平衡	129
第一节 转子平衡的基本概念与术语	129
第二节 刚性转子动平衡	132
第三节 挠性转子动平衡	135
第四节 动平衡方案的选择	143
第五节 现场动平衡方法	146

第五章 叶片的振动与强度	149
第一节 叶片的振动问题	149
第二节 叶片的应力计算	159
第三节 有限元法计算叶片的振动与强度简介	164
第六章 转子—轴承系统油膜振荡	178
第一节 半速涡动和油膜振荡	178
第二节 转子—轴承系统简化模型稳定性分析	184
第三节 油膜振荡的防止方法	189
第四节 常用径向轴承	189
第七章 气缸的强度计算及转子轴向力的平衡	192
第一节 气缸与法兰的强度计算	192
第二节 转子的轴向力及其平衡	194
第八章 振动频谱分析	199
第一节 傅里叶级数与傅里叶变换	199
第二节 离散傅里叶变换(DFT)	206
第三节 相关函数、功率谱密度函数	212
第四节 快速傅里叶变换(FFT)	218
第九章 透平压缩机与风机的密封	222
第一节 静密封机理及其可靠性	222
第二节 迷宫密封	227
第三节 机械密封	233
第四节 液膜密封	244
第五节 其它密封形式及组合密封	256
第十章 风机的腐蚀和磨损及其控制	263
第一节 腐蚀及其控制	263
第二节 磨损、粘附及其控制	268
附录 教学用轴对称应力分析 FORTRAN 程序	286
参考文献	302

第一章 轮盘应力分析及强度计算

透平压缩机的叶轮处在高速旋转和过盈配合之中,它的应力或变形对机组连续可靠运行产生严重的影响。本章讨论轮盘中应力的产生、应力的分布规律及其相互联系或影响,并着重介绍轮盘应力的计算方法及其强度校核。

第一节 轮盘应力计算的基本公式

对透平机械的工作叶轮可先略去轴、叶片或轮盖对轮盘的作用,讨论其自由旋转条件下,因自身质量离心力作用的应力状态及其计算。

一、自由旋转轮盘的应力—应变关系

前提条件:轮盘结构尺寸如图 1-1a 所示,轮盘的厚度 B 比轮盘外径 D_e 小得多,其材料密度为 ρ ,弹性模量为 E ,材料泊松比为 μ ,轮盘以不变角速度 ω 绕其轴中心线自由旋转,温度均匀且无变化。

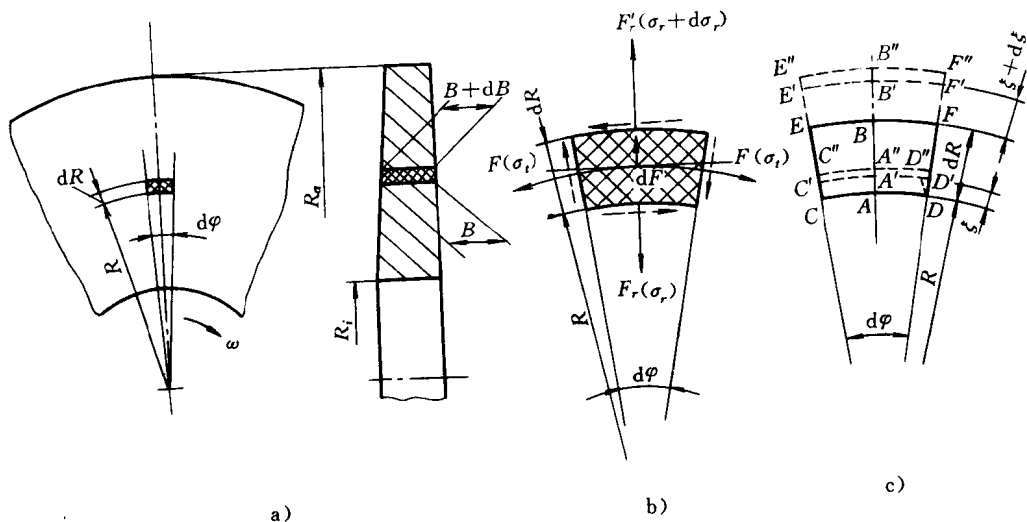


图 1-1 自由旋转圆盘受力分析

受力分析:轮盘可看作由许多同心圆环组成,如果它们之间没有联系的话,当旋转时($\omega \neq 0$),因质量产生的离心力,将会加大对靠近外缘的圆环的应力和径向位移将会大些,靠近中心的圆环的应力和径向位移则会小些,这样相邻的圆环之间便会出现间隙或分离。实际上轮盘是一连续整体,任何相邻两环的径向位移必须协调,彼此相互制约。在任一圆环上,其外层的拉它向外,内层的拉它向内,内、外环间产生径向应力 σ_r ;同理,切向也存在切向应力 σ_t 。由于轮盘形状和承受的载荷都是对称于轴线的,因此应力和应变也是对称于轴线的,即同一半径圆周上各点的径向应力(或应变)相等,切向应力(或应变)相等,且应力沿圆盘厚度方向均匀分布。通常

轴向无载荷或载荷很小可忽略不计,且依切应力成对定理的规律,相邻对应截面上的切应力必须为0,故轮盘的应力属轴对称平面应力状态,存在径向及切向应力。

今取微元体,如图 1-1a 所示,以半径 R 和 $R+dR$ 的两个圆柱面及夹角为 $d\varphi$ 的两个子午面所构成的微元体,相应的轴向厚度为 B 和 $B+dB$,其质量 $dm=\rho R d\varphi B dR$ 。

微元体自身质量 dm 因旋转而引起的离心力,其大小为 dF ,方向径向向外,作用在通过其质心的直线上,见图 1-1b,则

$$dF=dmR\omega^2=\rho\omega^2R^2Bd\varphi dR$$

半径 R 的圆柱面上均布的径向应力 σ_r 所合成的径向力 F_r ,其方向向内,大小为

$$F_r=\sigma_r B R d\varphi$$

半径 $(R+dR)$ 的圆柱面上均匀的径向应力 $(\sigma_r+d\sigma_r)$ 所合成的径向力 F'_r ,其方向向外,大小为

$$F'_r=(\sigma_r+d\sigma_r)(B+dB)(R+dR)d\varphi$$

已知圆盘形状和受力均对称,依切应力成对定理,对应的相邻截面上的切向应力(如图 1-1b 中虚线所示的部分)必须为0,即径向和切向截面上均无切向应力,否则,这种实际情况的对称性就被破坏了。

微元体两侧的切向应力 σ_t 所合成的切向力 F ,它垂直于对应的子午面,其大小为

$$F=\sigma_t B dR$$

综上所述,依平衡条件 $\Sigma Y=0$

$$F'_r-F_r-2F\sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right)+dF=0$$

因 $d\varphi$ 很小, $\sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right)\approx\frac{d\varphi}{2}$,分别代入各值,并略去高阶小量,整理可得

$$\frac{d\sigma_r}{dR}+\left(\frac{dB}{BdR}+\frac{1}{R}\right)\sigma_r-\frac{\sigma_t}{R}+\rho R\omega^2=0 \quad (1-1a)$$

$$\text{或} \quad \frac{d(\sigma_r R B)}{dR}-\sigma_t B+\rho\omega^2 R^2 B=0 \quad (1-1b)$$

式(1-1)为轮盘应力状态的微分方程,它表明因旋转($\omega\neq 0$)产生的动应力 σ_r 和 σ_t 是彼此相关的。若 $\omega=0$,不管是什么原因在轮盘内引起了径向和切向应力(σ_r 及 σ_t),它们都是彼此相关的。

从微元体周向纤维的变形(即几何关系)可得到其补充方程,图 1-1c 表示微元体在变形前后的位置变化。

周向位置变化:静止时($\omega=0$)半径 R 处为 $\widehat{CD}$,半径 $(R+dR)$ 处为 $\widehat{EF}$ 。旋转时($\omega\neq 0$)半径 R 处由 $\widehat{CD}$ 变化到 $\widehat{C'D'}$,相应半径 $R+dR$ 处由 $\widehat{EF}$ 变化到 $\widehat{E'F'}$ 。

径向位置变化:先看特殊位置, A 变化到 A' ,其径向变形(伸长)为 ζ , B 变化到 B' ,其径向变形(伸长)为 $\zeta+d\zeta$, $AB=dR$, $A'B'=dR+d\zeta$ 。

上述是动应力作用下轮盘的径向变形 ζ ,若轮盘沿半径受热不均匀,也产生热变形,设在温度单独作用下的径向变形为 ζ' ,即

$$\zeta'=aR\bar{t}$$

式中 a ——轮盘材料的线膨胀系数;

$\bar{t}$ ——微元体半径 R 处的温度与某一参考温度之差。

根据弹性范围内其变形迭加原则,其切向和径向应变为

$$\begin{aligned}\epsilon_t &= \frac{\widehat{C'D'} - \widehat{CD}}{\widehat{CD}} = \frac{(R+\zeta+\zeta')d\varphi - R d\varphi}{R d\varphi} = \frac{\zeta}{R} + a\bar{t} \\ \epsilon_r &= \frac{\widehat{A'B'} - AB}{AB} = \frac{dR + d\zeta + d\zeta' - dR}{dR} = \frac{d\zeta}{dR} + a\bar{t}\end{aligned}$$

由材料力学二向虎克定律有

$$\epsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_t)$$

$$\epsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r)$$

联立解得

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ \left(\frac{d\zeta}{dR} + a\bar{t} \right) + \mu \left(\frac{\zeta}{R} + a\bar{t} \right) \right\} \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ \left(\frac{\zeta}{R} + a\bar{t} \right) + \mu \left(\frac{d\zeta}{dR} + a\bar{t} \right) \right\}\end{aligned}\quad (1-2a)$$

或

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_r + \mu\epsilon_t) \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_t + \mu\epsilon_r)\end{aligned}\quad (1-2b)$$

式(1-2)给出了轮盘在旋转和温度影响下的应力 σ_r 、 σ_t 与径向变形(或应变)的函数关系,将式(1-2a)代入式(1-1a),得

$$\begin{aligned}\frac{d^2\zeta}{dR^2} + \left[\frac{d(\ln B)}{dR} + \frac{1}{R} \right] \frac{d\zeta}{dR} + \left[\frac{\mu d(\ln B)}{R dR} - \frac{1}{R^2} \right] \zeta + (1+\mu)\alpha \frac{d\bar{t}}{dR} \\ + (1+\mu)a\bar{t} \frac{d(\ln B)}{dR} + AR = 0\end{aligned}\quad (1-3)$$

式中, $A = \frac{1-\mu^2}{E} \rho \omega^2$, 当轮盘材料(ρ, E, μ)和转速一定,则 A 为常数。式(1-3)是用变形表示的自由旋转轮盘的基本方程,变形是轮盘结构、材质、转速和温度差的函数,解此方程,可得径向变形,并借助式(1-2a)可求其应力大小。

二、自由旋转等厚轮盘的应力分析

(一)等厚度自由旋转轮盘的应力

等厚度,即轮盘厚度 $B(R) = \text{常数}$,通常透平压缩机每级的温升较低,轮盘沿径向的温差很小($\bar{t} \approx 0$),其影响可略去不计,则式(1-3)变为

$$\frac{d^2\zeta}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\zeta}{dR} - \frac{1}{R^2} \zeta = -AR \quad (1-4a)$$

或

$$\frac{d}{dR} \left[\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (\zeta R) \right] = -AR \quad (1-4b)$$

对式(1-4b)积分求解,得

$$\frac{d}{dR} (\zeta R) = -\frac{A}{2} R^3 + 2a_1 R \quad (1-4c)$$

$$\zeta = -\frac{A}{8} R^3 + a_1 R + \frac{a_2}{R} \quad (1-4d)$$

$$\frac{d\zeta}{dR} = -\frac{3}{8} AR^2 + a_1 - \frac{a_2}{R^2} \quad (1-4e)$$

式中的 a_1, a_2 为积分常数, 将式(1-4d)、(1-4e)代入式(1-3), 得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 - (1-\mu)\frac{a_2}{R^2} - (3+\mu)\frac{A}{8}R^2 \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 + (1-\mu)\frac{a_2}{R^2} - (1+3\mu)\frac{A}{8}R^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

式(1-5)为等厚轮盘应力的一般计算式, 若其边界条件为已知时, 则可求解积分常数 a_1 及 a_2 。空心自由旋转轮盘, 内径为 R_i 和外径为 R_a , 外界对它们没有制约, 即 $R=R_i, \sigma_{ri}=0; R=R_a, \sigma_{ra}=0$, 代入这一边界条件, 可解得

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \left(\frac{3+\mu}{1+\mu} \right) \frac{A}{8} (R_a^2 + R_i^2) \\ a_2 &= \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} \right) \frac{A}{8} R_a^2 R_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

将式(1-6)代入式(1-5), 得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 - \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - R^2 \right] \\ \sigma_t &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 + \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式(1-7)是等厚自由旋转轮盘任意半径 R 处的应力计算式。它表明: 无论轮盘是空心还是实心的, 任一半径处的切向应力大于相对应的径向应力。

(二) 讨论

(1) 式(1-7)表明: 等厚自由旋转轮盘的应力与其结构形状(如 R_a, R_i 及 R), 材质(如 ρ, μ) 及转速(ω) 有关, 而与轮盘的厚度(B) 的大小无关。

(2) 自由旋转轮盘的径向变形由式(1-4d)计算, 可知其内径 R_i 处的径向变形为

$$\xi_i = \frac{\rho \omega^2}{4E} [(1-\mu)R_i^3 + (3+\mu)R_a^2 R_i] \quad (1-8)$$

也就是说, 当 $R_i \neq 0$ 且 $\omega \neq 0$ 时, ξ_i = 正值, 即旋转时轮盘的内径增大了。

(3) 轮盘的应力分布。当其它条件相同, 仅 R_i 不同分别代入式(1-7), 得实心轮盘($R_i=0$) 与空心轮盘($R_i \neq 0$) 应力比较。

1) 实心盘($R_i=0$), 有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) [R_a^2 - R^2] \\ \sigma_t &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

其应力沿半径按两次抛物线变化, 且 $\sigma_t \geq \sigma_r$ 。且当 $R=0$, 有

$$\sigma_{r0} = \sigma_{t0} = \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) R_a^2 \quad (1-10a)$$

当 $R=R_a$ 时有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ra} &= 0 \\ \sigma_{ta} &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) R_a^2 \left[\frac{2(1-\mu)}{3+\mu} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-10b)$$

比较式(1-10a)及式(1-10b)得: 最大应力在轮盘中心处, 且 $\sigma_{r0} = \sigma_{t0}$, 因为实心盘中心点上没有径向或切向的区别, 其径向或切向应变是一样的。

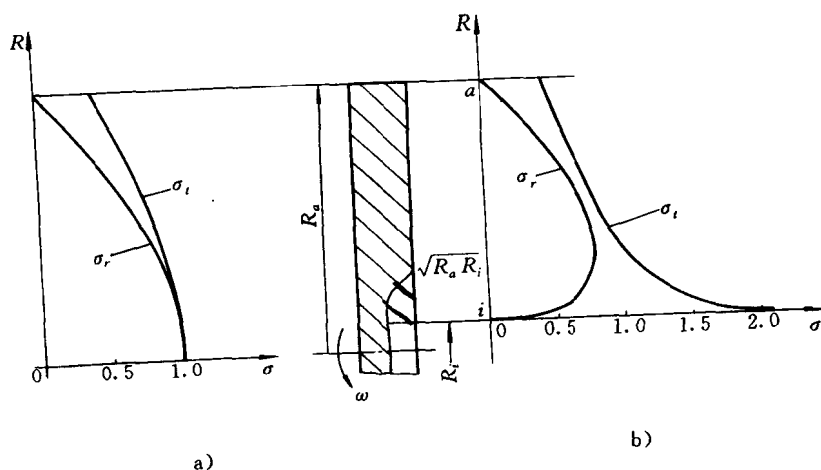


图 1-2 实心与空心轮盘应力分布

a) 实心盘 b) 空心盘

2) 空心盘 ($R_i \neq 0$), 且当 $R = R_i$, 有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= 0 \\ \sigma_{ti} &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3 + \mu) R_a^2 \left\{ 2 + \left[\frac{2(1 - \mu)}{3 + \mu} \left(\frac{R_i}{R_a} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1-11a)$$

当 $R = R_a$ 时有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ra} &= 0 \\ \sigma_{ta} &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3 + \mu) R_a^2 \left[\frac{2(1 - \mu)}{3 + \mu} + 2 \left(\frac{R_i}{R_a} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-11b)$$

比较式(1-11a)及式(1-11b)得: 空心轮盘的最大切向应力在内径处, 并随着搪孔度 $\epsilon \left(= \frac{R_i}{R_a} \right)$ 的增大而有所增大。

例题 1-1: 已知等厚实心盘结构尺寸见图 1-3, 钢质, $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.3$, 以转速

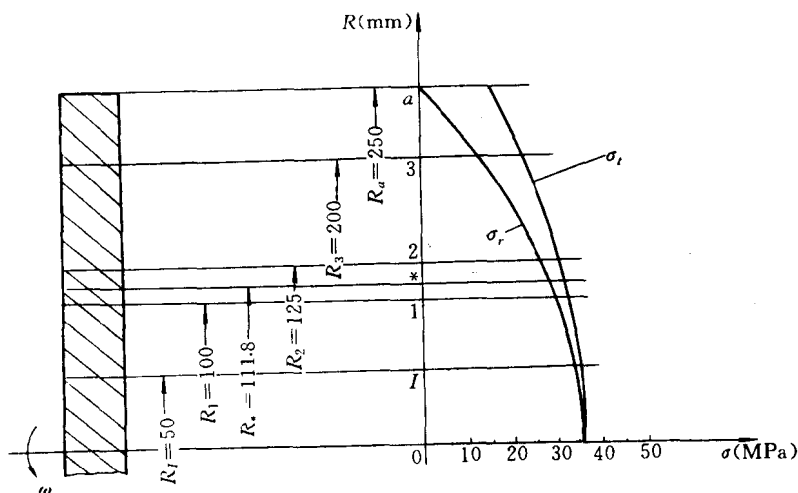


图 1-3 自由旋转等厚实心轮盘的应力计算用图

$n=4000\text{r/min}$ 自由旋转, 试以式(1-7)计算图示各截面处的应力(σ_r 和 σ_t), 并绘制该应力分布图。

解: 已知式(1-9)为等厚实心轮盘自由旋转时的应力计算式, 将 ρ 、 μ 、 ω 、 R_e 及计算截面半径 R 的值分别代入, 计算其应力值, 见表 1-1。

表 1-1 例题 1-1 轮盘的应力值

截面	半径 $R(\text{mm})$	应力值 (MPa)	
		σ_r	σ_t
0	0	35.510	35.510
I	50	34.090	34.692
1	100	29.828	32.239
2	125	26.633	30.399
3	200	12.784	22.425
a	250	0	15.065

例题 1-2: 已知等厚空心轮盘尺寸如图 1-4 所示, 钢质, $\rho=7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $\mu=0.3$, 以转速 $n=4000\text{r/min}$ 自由旋转, 试以式(1-7)计算图示各截面的应力(σ_r 及 σ_t), 并绘制该应力分布图。

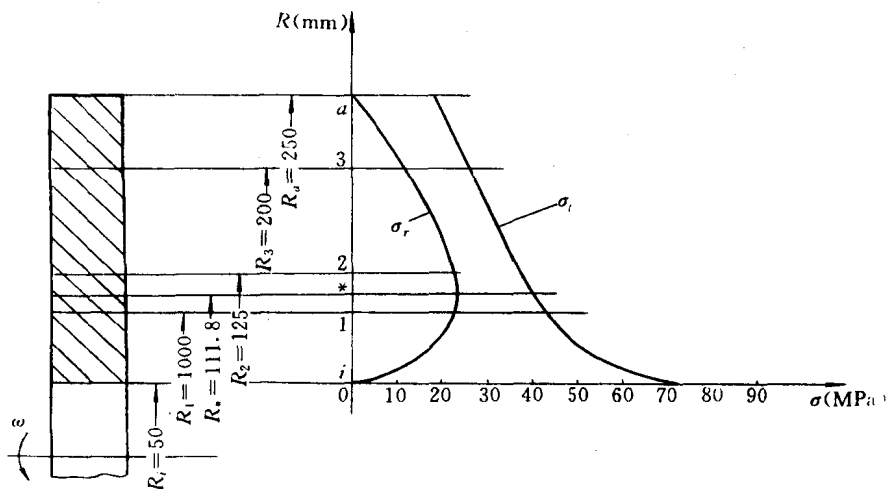


图 1-4 自由旋转等厚空心轮盘的应力计算用图

解: 已知式(1-7)为自由旋转等厚轮盘任意半径处的应力计算式, 将 ρ 、 μ 、 ω 、 R_i 、 R_e 及计算截面半径 R 的值分别代入, 计算其应力值, 列于表 1-2, 其应力分布如图 1-4 所示。

表 1-2 例题 1-2 轮盘的应力值

截面	半径 $R(\text{mm})$	应力值 (MPa)	
		σ_r	σ_t
i	50	0	71.623
1	100	22.371	42.537
*	$\sqrt{R_e R_i} = 111.8$	22.726	39.943
2	125	22.373	37.500
3	200	11.985	26.065
a	250	0	17.906

3) 由式(1-7), 令 $\frac{d\sigma_r}{dR}=0$, 解得 $\sigma_{r\max}$ 的位置为 $R=\sqrt{R_a R_i}$, 其应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r\max} &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) [R_a^2 + R_i^2 - 2R_a R_i] \\ \sigma_{tR=\sqrt{R_a R_i}} &= \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 + 2R_a R_i \left(\frac{1-\mu}{3+\mu} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

4) 若 $R_i \rightarrow 0, R_i \neq 0$, 即盘心有微小孔时的最大切向应力约为同样实心轮盘的最大切向应力的 2 倍多, 并随搪孔度 $\epsilon \left(= \frac{R_i}{R_a} \right)$ 增大而增大到 $\left[2 + \frac{2(1-\mu)}{3+\mu} \right]$ 倍。空心轮盘的切向应力要比轮盘外缘的切向应力大一些, 并随其搪孔度 ϵ 的增加而不同程度地 $\left(\left[\frac{2(1-\mu)}{3+\mu} + 2 \left(\frac{R_i}{R_a} \right) \right] \right)$ 稍有增加。

5) 若当 $R_i \approx R_a$ 时, 相当一薄圆环, 其任意半径 $R (\approx R_a)$ 处的径向应力 $\sigma_r \approx 0$, 而其切向应力为

$$\sigma_t \approx \sigma_{ta} = \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[3 - \frac{1+3\mu}{3+\mu} \right] R_a^2 = \rho u_a^2 \quad (1-13)$$

$R_i \rightarrow R_a$, 它与轴流压气机大轮毂比的空心转鼓很接近, 其切向应力将达到较大值, 因此从强度观点, 空心转鼓式转子不宜用作高速运行, 虽然它的质量轻, 刚度大, 临界转速较高。

(4) 轮盘形状对应力的影响

1) 径向尺寸 随着 R_a 增大, 轮盘应力 σ_{ti} 或 σ_{to} 增大。在其它条件相同下, 随着 R_i 增大, 其应力 σ_{ti} 增大, 且 $\sigma_{ti} > \sigma_{to}$ 。如果等厚轮盘内孔处的材料满足了强度要求, 则其它部位的材料未能充分发挥其作用。为了挖掘潜力, 出现了变厚度轮盘。

2) 轴向尺寸 等厚度轮盘应力与其厚度无关, 只有采用变厚度才能提高其强度, 如图 1-5 所示有: 锥形盘、双曲线盘、等强度盘等, 在其它条件相同情况下, 仅 $B_a > B'_a$, 而 $B'_a = B''_a, B'_a > B''_a$, 由图示其截面质心 $R_c > R'_c > R''_c > R'''_c$, 而轮盘质量 $m > m' > m'' > m'''$, 因此旋转时所产生的离心力 $f_c > f'_c > f''_c > f'''_c$, 它们所引起的应力 $\sigma_{ti} > \sigma'_{ti} > \sigma''_{ti} > \sigma'''_{ti}$ 。同时, 对轮盘往往采用较宽的轮毂部

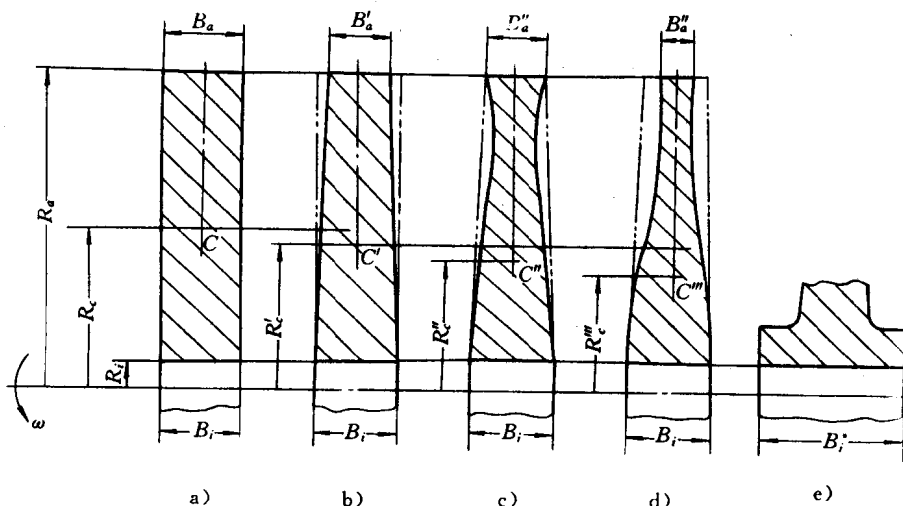


图 1-5 轮盘轴向尺寸的影响分析

a) 等厚盘 b) 锥形盘 c) 双曲线盘 d) 等强度盘 e) 宽轮毂

分(图 1-5e),加强轮盘内孔周围的材料对外缘部分的抑制作用。

第二节 实际轮盘的应力状态分析

实际的轮盘并非真正的自由旋转,透平压缩机的轮盘不但承受其自身质量引起的离心力,有的轮盘在外缘 R_a 处还受到叶片质量的离心力,后者称为外部载荷,通常它由叶片及叶根等计算求出。叶轮套装在轴上,在内径 R_i 处因过盈装配引起的装配应力,常称为内部载荷(图 1-6)。另外轮盘中可能还存在不均匀温度场引起的温差应力。

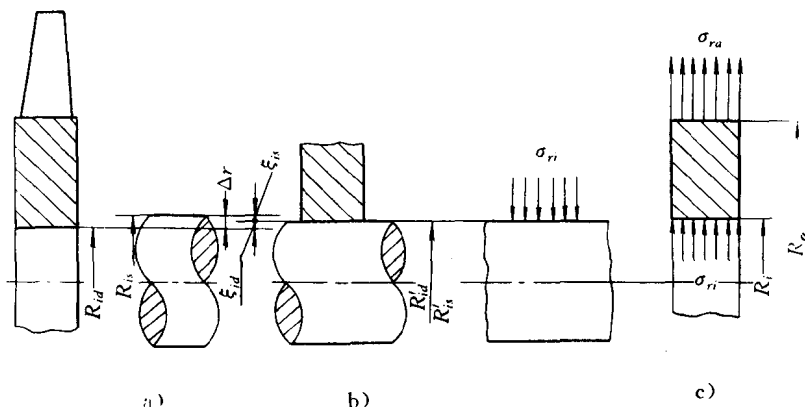


图 1-6 套装叶轮的内部及外部载荷示意

a) 装配前 b) 装配后 c) 分解示意

一、轴与盘过盈配合及内部载荷

通常轮盘孔与转轴是过盈套装的,俗称“红套”。一般转轴外径 D_{is} 大于轮盘孔径 D_{id} ,其半径过盈 $\Delta r = R_{is} - R_{id} > \text{某值}$,如图 1-6a 所示。若 $\Delta r < 0$,则轴与盘孔有间隙,两者彼此脱离,不但影响动力传递,而且出现偏心 e ,加剧振动,这是不允许的。当过盈套装后,盘孔增大 ξ_{is} ,其半径变为 R'_{id} ,转轴减小 ξ_{is} ,半径变为 R'_{is} ,彼此挤压产生压紧力,使二者联为一体,见图 1-6b。此时盘孔内表面和转轴外表面均有装配挤压应力 $\sigma_{ri} (\neq 0)$,其大小相等,方向相反,如图 1-6c 所示。显然,过盈量 Δr 愈大,轮盘套装在轴上愈紧,难于松动,但其装配挤压应力 σ_{ri} 也愈大,对整个轮盘应力也有影响。特别指出的是:当过盈值在运转过程中有变化时,其装配应力也随之变化,它并非自始至终一成不变。此外,过盈值过大,在装配时难于装配或可能使轮盘内孔胀裂,或它们的配合表面因挤压过度而塑性变形,这些也是不能允许的。关于装配过盈值 Δr 及装配应力 σ_{ri} 的计算等有关问题,将在本章第七节中讨论。

二、外部载荷

轴流式叶轮的轮盘(或转鼓)外缘装有工作叶片等,旋转时该质量所产生的离心力沿径向向外,使盘(或鼓)受拉,即

$$f_c = m\omega^2 r_c \quad (1-14a)$$

$$\sigma_{ra} = \frac{zf_c + \Delta f}{2\pi R_a B_a} \quad (1-14b)$$

式中 m 、 r_c ——轴流式叶片的质量及其质心位置,它们与结构及材料有关;

ω ——轮盘的角速度;

f_c, z ——轴流式叶片质量离心力及叶片数;

Δf ——其它质量的离心力,由结构确定。

对于离心式叶轮,其叶片质量对轮盘的影响,在本章第六节中讨论。

三、实际等厚轮盘应力的计算

综上所述,若如图 1-6c 所示,在这些载荷作用下,轮盘的边界条件有

$$\text{当} \quad \left. \begin{array}{l} R=R_a \text{ 时, } \sigma_r=\sigma_{ra} \\ R=R_i \text{ 时, } \sigma_r=\sigma_{ri} \end{array} \right\} \quad (1-15)$$

将其代入式(1-5)得

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{ra} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 - (1-\mu)\frac{a_2}{R_a^2} - (3+\mu)\frac{A}{8}R_a^2 \right] \\ \sigma_{ri} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 - (1-\mu)\frac{a_2}{R_i^2} - (3+\mu)\frac{A}{8}R_i^2 \right] \end{array} \right\} \quad (1-16)$$

联立解得其常数 a_1 及 a_2 为

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{1-\mu}{E} \frac{1}{R_a^2 - R_i^2} (R_a^2 \sigma_{ra} - R_i^2 \sigma_{ri}) + \frac{A}{8} \left(\frac{3+\mu}{1+\mu} \right) (R_a^2 - R_i^2) \\ a_2 = \frac{1+\mu}{E} \frac{R_a^2 R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} (\sigma_{ra} - \sigma_{ri}) + \frac{A}{8} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} \right) R_a^2 R_i^2 \end{array} \right\} \quad (1-17)$$

将求得的 a_1 及 a_2 代回到式(1-5),便得空心等厚轮盘旋转时任意半径处的应力计算式

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r = \frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R^2} - 1 \right) \sigma_{ri} + \frac{R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(1 - \frac{R_i^2}{R^2} \right) \sigma_{ra} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 - \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - R^2 \right] \\ \sigma_t = -\frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R^2} + 1 \right) \sigma_{ri} + \frac{R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(1 + \frac{R_i^2}{R^2} \right) \sigma_{ra} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 + \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right] \end{array} \right\} \quad (1-18)$$

式(1-18)表明:第一项为盘与轴过盈装配的内部载荷 σ_{ri} 在轮盘中所引起的应力,它是装配过盈值及变形的函数,还与运转状态有关。第二项为外部质量载荷 σ_{ra} 在轮盘中所引起的应力,它是外部质量、转速以及结构的函数。第三项为轮盘旋转时自身质量离心力在轮盘中所引起的动应力,它是轮盘结构、材质及转速的函数,所以轮盘中的应力应为上述三种载荷单独作用所引起的应力加权迭加结果。

四、应力递推计算式

对大多数轮盘以式(1-18)计算时仍感不便,为此将其改造,以其内径 R_i 处的应力 σ_{ri} 及 σ_{ti} 表示。将式(1-18)变化一下,当 $R=R_i$ 时有

$$\sigma_{ti} = -\frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R_i^2} + 1 \right) \sigma_{ri} + \frac{2R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \sigma_{ra} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[2R_a^2 + \frac{2(1-\mu)}{3+\mu} R_i^2 \right] \quad (1-19a)$$

$$\text{则} \quad \sigma_{ra} = \frac{R_a^2 - R_i^2}{2R_a^2} \left\{ \frac{R_a^2 + R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \sigma_{ri} + \sigma_{ti} - \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[2R_a^2 + \frac{2(1-\mu)}{3+\mu} R_i^2 \right] \right\} \quad (1-19b)$$

再将式(1-19b)代回式(1-18)中得

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R^2} - 1 \right) \sigma_{ri} + \frac{R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(1 - \frac{R_i^2}{R^2} \right) \frac{R_a^2 - R_i^2}{2R_a^2} \left\{ \frac{R_a^2 + R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \sigma_{ri} + \sigma_{ti} \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{ti} - \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[2R_a^2 + \frac{2(1-\mu)}{3+\mu} R_i^2 \right] \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8} \rho \omega^2 (3+\mu) \left[R_a^2 + R_i^2 - \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - R^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1 + \left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 \left[2(1+\mu) \left(\frac{R_i}{R}\right)^2 + (1-\mu) \left(\frac{R_i}{R}\right)^4 - (3+\mu) \right] \\
&= \frac{1+x^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1-x^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 [2(1+\mu)x^2 + (1-\mu)x^4 - (3+\mu)] \quad (1-20a)
\end{aligned}$$

同理: $\sigma_t = \frac{1-x^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1+x^2}{2} \sigma_{ri} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 [2(1+\mu)x^2 - (1-\mu)x^4 - (1+3\mu)]$ (1-20b)

式中 $x = \frac{R_i}{R}$ —— 轮盘内径 R_i 与计算截面半径 R 之比, 称相对尺寸大小, $0 \leq x \leq 1$ 。

令
$$\left. \begin{aligned} \alpha_r &= \frac{1+x^2}{2} = \beta_i \\ \alpha_t &= \frac{1-x^2}{2} = \beta_r \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

$$\left. \begin{aligned} M &= [2(1+\mu)x^2 + (1-\mu)x^4 - (3+\mu)] \\ N &= [2(1+\mu)x^2 - (1-\mu)x^4 - (1+3\mu)] \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

对于等厚轮盘有

$$0.5 \leq \alpha_r (= \beta_i) \leq 1.0$$

$$0 \leq \alpha_t (= \beta_r) \leq 0.5$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_r \sigma_{ri} + \alpha_t \sigma_{ri} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 M \\ \sigma_t &= \beta_r \sigma_{ri} + \beta_i \sigma_{ri} + \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 N \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

为简化, 统一计算公式, 公式中的应力单位均为 MPa, 若取计算直径 D 以 m 为单位, 轮盘转速 n 以 r/min 为单位, 且令

$$T = n^2 D^2 \times 10^{-6} \quad (1-24)$$

则式(1-23)中的第三项变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 M &= \frac{\pi^2}{28800} \rho M n^2 D^2 = \alpha_c T \\ \frac{1}{8} \rho \omega^2 R^2 N &= \frac{\pi^2}{28800} \rho N n^2 D^2 = \beta_c T \end{aligned} \right\} \quad (1-25a)$$

式中的应力计算系数 α_c 及 β_c 为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c &= \frac{\pi^2}{28800} \rho M \times 10^6 \\ \beta_c &= \frac{\pi^2}{28800} \rho N \times 10^6 \end{aligned} \right\} \quad (1-25b)$$

则式(1-23)写成为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_r \sigma_{ri} + \alpha_t \sigma_{ri} + \alpha_c T \\ \sigma_t &= \beta_r \sigma_{ri} + \beta_i \sigma_{ri} + \beta_c T \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

此时式(1-26)中的 σ_{ri} 及 σ_{ri} 应理解为内部载荷、外部载荷和轮盘自身质量离心力三者所引起的应力, 在内径处加权的总效果。式中的 $\alpha_r, \alpha_t, \beta_r, \beta_i$, 称为轮盘应力计算系数, 它们仅为相对尺寸

$x = \left(\frac{R_i}{R}\right)$ 的函数, 可由式(1-21)计算或图 1-7 查取。 α_c, β_c 亦称轮盘应力计算系数, 为材料和尺

寸的函数,可由式(1-22)及式(1-25b)计算。对钢质材料: $\rho=7.85\times 10^3\text{kg/m}^3$, $\mu=0.3$,可制表或图线查取。图 1-7 的 α_r 及 β_r 的数据是工程制单位 kgf/cm^2 ,若乘以 0.09807 则变为国际单位制 MPa。由式(1-22)有

$$\left. \begin{aligned} M &= -[3.3 - 2.6x^2 - 0.7x^4] \leq 0 \\ N &= -[1.9 - 2.6x^2 + 0.7x^4] \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-27a)$$

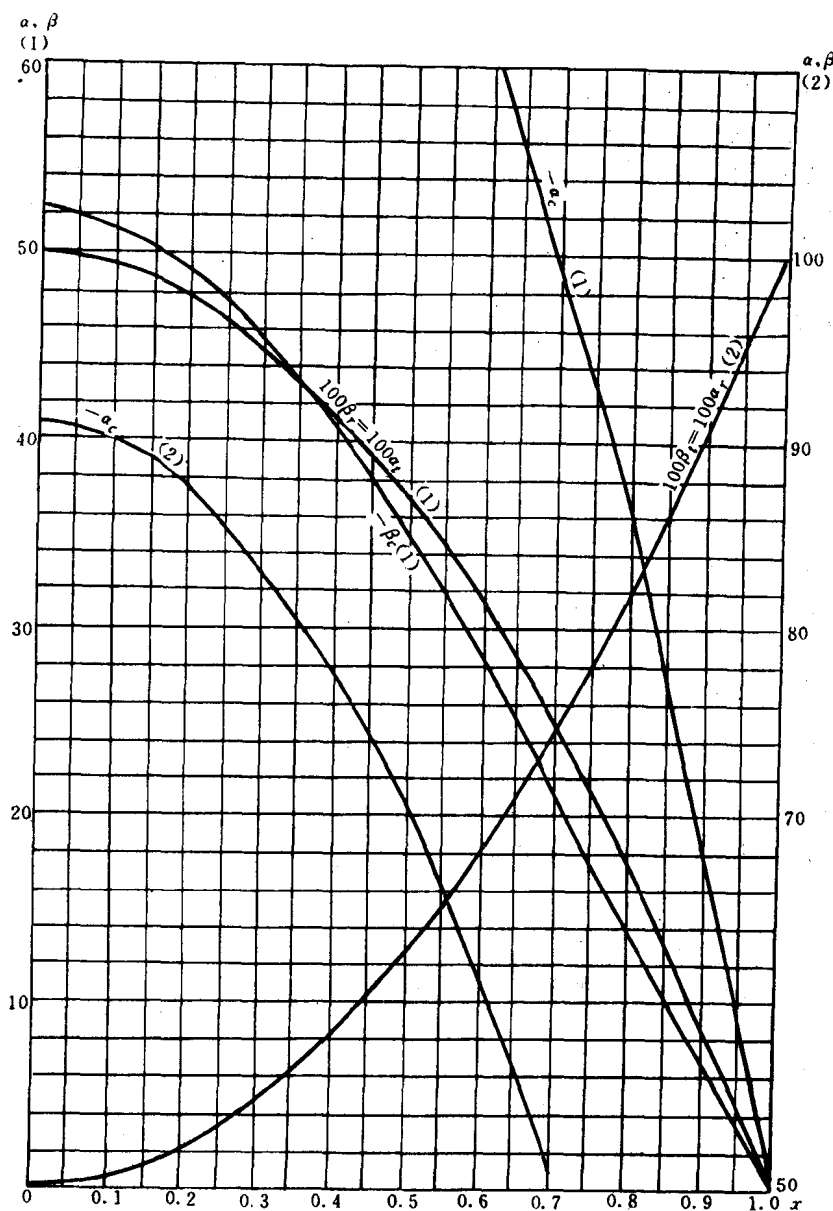


图 1-7 等厚轮盘应力计算系数 $\alpha_r, \alpha_t, \beta_r, \beta_t, \alpha_c, \beta_c$ 曲线[⊖]

⊖ 本图中的 α_r 及 β_r 的数值是以钢质($\rho=7.85\times 10^3\text{kg/m}^3$, $\mu=0.3$), 计算直径 $D=1000\text{mm}$, 轮盘转速 $n=1000\text{r/min}$ 计算得到的数值大小, 其单位为工程单位制的 kgf/cm^2 , 若乘以 0.09807 时即变为国际单位制的 MPa。

如果采用其它材料(ρ^*, μ^*)时,须相应换算,即

$$\left. \begin{aligned} M^* &= -[(3+\mu^*)-2(1+\mu^*)x^2-(1-\mu^*)x^4] \\ N^* &= -[(1+3\mu^*)-2(1+\mu^*)x^2+(1-\mu^*)x^4] \end{aligned} \right\} \quad (1-27b)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c^* &= \left(\frac{\rho^*}{\rho}\right) \left(\frac{M^*}{M}\right) \alpha_c \\ \beta_c^* &= \left(\frac{\rho^*}{\rho}\right) \left(\frac{N^*}{N}\right) \beta_c \end{aligned} \right\} \quad (1-28)$$

例题 1-3: 已知等厚轮盘尺寸如图 1-8 所示,钢质: $\rho=7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $\mu=0.3$, $E=2.1 \times 10^5 \text{MPa}$, 以 $n=4000 \text{r/min}$ 旋转, 其内径 R_i 处应力 $\sigma_{ri} = -46.598 \text{MPa}$, $\sigma_{ri} = 122.089 \text{MPa}$, 试递推计算图示各截面处的应力 σ_r 及 σ_t , 并绘制其应力分布图。

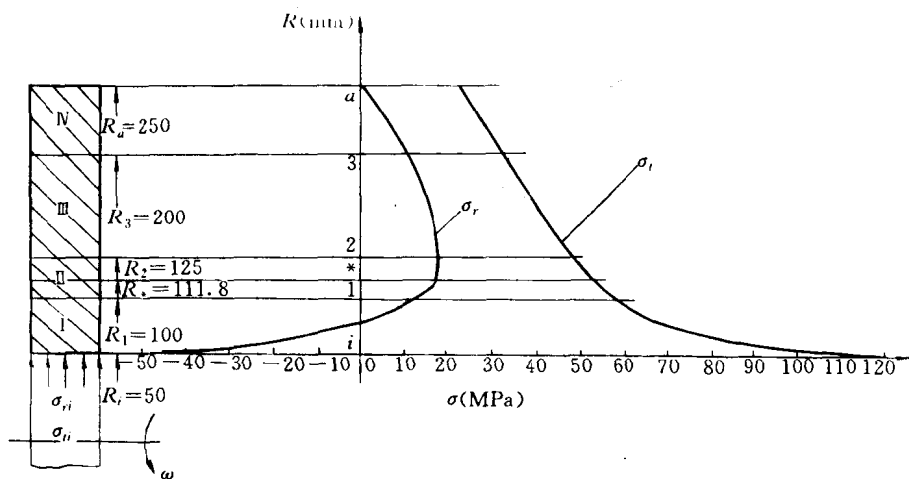


图 1-8 等厚轮盘的结构及其应力分布

解: 根据各截面处的相对尺寸 x 求出应力计算系数 $\alpha_r, \alpha_t, \alpha_c, \beta_r, \beta_t, \beta_c$ 及 T , 列于表 1-3 或表 1-4, 依题意以式(1-26)计算各截面处的应力值, 其计算过程列于表 1-5。其中表 1-3 是以轮盘内径 $R_i = 50 \text{mm}$ 为基准, 而表 1-4 则分别以轮盘各段内径 $R_j = 50, 100, 125, 200 \text{mm}$ 为基准得到的数据(x, α, β 等)。

表 1-3 轮盘应力递推算法(I)系数

段号	截面半径 (mm)	$x=\frac{R_i}{R}$	α_r	α_t	α_c	β_r	β_t	β_c	$T=\frac{n^2D^2}{10^6}$	α_cT	β_cT	
I	i	50	1									
	1	100	0.5	0.625	0.375	-7.009	0.375	0.625	-3.479	$\frac{(4000)^2 \times (0.2)^2}{10^6}=0.64$	-4.486	-2.227
II	2	125	0.4	0.58	0.42	-7.708	0.42	0.58	-4.039	$\frac{(4000)^2 \times (0.25)^2}{10^6}=1$	-7.708	-4.039
	3	200	0.25	0.5313	0.4687	-8.430	0.4687	0.5313	-4.68	$\frac{(4000)^2 \times (0.4)^2}{10^6}=2.56$	-21.581	-11.981
IV	a	250	0.2	0.52	0.48	-8.592	0.48	0.52	-4.833	$\frac{(4000)^2 \times (0.5)^2}{10^6}=4$	-34.368	-19.332

表 1-4 轮盘应力递推算法(Ⅱ)系数

截面 号面	半径 (mm)	$x = \frac{R_i}{R}$	α_r	α_t	α_c	β_r	β_t	β_c	$T = \frac{n^2 D^2}{10^6}$	$\alpha_c T$	$\beta_c T$
i	50	1									
1	100	0.5	0.625	0.375	-7.009	0.375	0.625	-3.479	$\frac{(4000)^2 \times (0.2)^2}{10^6} = 0.64$	-4.486	-2.227
2	125	0.8	0.82	0.18	-3.629	0.18	0.82	-1.405	$\frac{(4000)^2 \times (0.25)^2}{10^6} = 1$	-3.629	-1.405
3	200	0.625	0.6953	0.3047	-5.856	0.3047	0.6953	-2.666	$\frac{(4000)^2 \times (0.4)^2}{10^6} = 2.56$	-14.992	-6.825
a	250	0.8	0.82	0.18	-3.629	0.18	0.82	-1.405	$\frac{(4000)^2 \times (0.5)^2}{10^6} = 4$	-14.514	-5.621

表 1-5 轮盘应力计算过程

截面	递推算法(Ⅰ)	递推算法(Ⅱ)
	应力单位 MPa, 各系数参见表 1-3	应力单位 MPa, 各系数参见表 1-4
i	已知: $\sigma_{ri} = -46.598$ $\sigma_{ti} = 122.089, n = 4000 \text{ r/min}$	已知: $\sigma_{ri} = -46.598$ $\sigma_{ti} = 122.089, n = 4000 \text{ r.p.m}$
1	$\sigma_{r1} = \alpha_r \sigma_{ri} + \alpha_t \sigma_{ti} + \alpha_c T$ $= 0.625 \times (-46.598) + 0.375 \times 122.089 - 4.486$ $= 12.174$ $\sigma_{t1} = \beta_r \sigma_{ri} + \beta_t \sigma_{ti} + \beta_c T$ $= 0.375 \times (-46.598) + 0.625 \times 122.089 - 2.227$ $= 56.604$	$\sigma_{r1} = \alpha_r \sigma_{ri} + \alpha_t \sigma_{ti} + \alpha_c T$ $= 0.625 \times (-46.598) + 0.375 \times 122.089 - 4.486$ $= 12.174$ $\sigma_{t1} = \beta_r \sigma_{ri} + \beta_t \sigma_{ti} + \beta_c T$ $= 0.375 \times (-46.598) + 0.625 \times 122.089 - 2.227$ $= 56.604$
2	$\sigma_{r2} = \alpha_r \sigma_{r1} + \alpha_t \sigma_{t1} + \alpha_c T$ $= 0.58 \times (-46.598) + 0.42 \times 122.089 - 7.708$ $= 16.543$ $\sigma_{t2} = \beta_r \sigma_{r1} + \beta_t \sigma_{t1} + \beta_c T$ $= 0.42 \times (-46.598) + 0.58 \times 122.089 - 4.039$ $= 47.201$	$\sigma_{r2} = \alpha_r \sigma_{r1} + \alpha_t \sigma_{t1} + \alpha_c T$ $= 0.82 \times 12.174 + 0.18 \times 56.604 - 3.629$ $= 16.542$ $\sigma_{t2} = \beta_r \sigma_{r1} + \beta_t \sigma_{t1} + \beta_c T$ $= 0.18 \times 12.174 + 0.82 \times 56.604 - 1.405$ $= 47.202$
3	$\sigma_{r3} = \alpha_r \sigma_{r2} + \alpha_t \sigma_{t2} + \alpha_c T$ $= 0.5313 \times (-46.598) + 0.4687 \times 122.089 - 21.581$ $= 10.885$ $\sigma_{t3} = \beta_r \sigma_{r2} + \beta_t \sigma_{t2} + \beta_c T$ $= 0.4687 \times (-46.598) + 0.5313 \times 122.089 - 11.981$ $= 31.044$	$\sigma_{r3} = \alpha_r \sigma_{r2} + \alpha_t \sigma_{t2} + \alpha_c T$ $= 0.6953 \times 16.542 + 0.3047 \times 47.202 - 14.992$ $= 10.892$ $\sigma_{t3} = \beta_r \sigma_{r2} + \beta_t \sigma_{t2} + \beta_c T$ $= 0.3047 \times 16.542 + 0.6953 \times 47.202 - 6.825$ $= 31.035$
a	$\sigma_{ra} = \alpha_r \sigma_{r3} + \alpha_t \sigma_{t3} + \alpha_c T$ $= 0.52 \times (-46.598) + 0.48 \times 122.089 - 34.368$ $= 0.00376 \approx 0$ $\sigma_{ta} = \beta_r \sigma_{r3} + \beta_t \sigma_{t3} + \beta_c T$ $= 0.48 \times (-46.598) + 0.52 \times 122.089 - 19.332$ $= 21.787$	$\sigma_{ra} = \alpha_r \sigma_{r3} + \alpha_t \sigma_{t3} + \alpha_c T$ $= 0.82 \times 10.892 + 0.18 \times 31.035 - 14.514$ $= 0.00374 \approx 0$ $\sigma_{ta} = \beta_r \sigma_{r3} + \beta_t \sigma_{t3} + \beta_c T$ $= 0.18 \times 10.892 + 0.82 \times 31.035 - 5.621$ $= 21.788$

已知式(1-26)是以轮盘内径处应力 σ_{ri} 及 σ_{ti} 表示的任意半径处应力计算式。例题 1-3 表明,