

电工学教学小丛书

电路时域分析

黄正中 编

人民教育出版社

本书系 80 年 6 月在成都召开的高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议所拟定编写的电工学教学小丛书之一,系大专院校学生学习电工学电路部分的补充读物。它与现行试用教材紧密配合,但又不失本身的连贯性。除了对电工学电路部分的基本内容作了必要的讲述外,又介绍了特勒根定理、图论及矩阵分析、状态空间法、受控电源、卷积积分、对偶电路及模拟电路,同时对一阶电路与二阶电路作了系统的分析。因此它不仅可供非电类专业学生参考,而且也可以供电类专业学生及从事电工技术的工程技术人员参考。

电工学教学小丛书

电路时域分析

黄正中 编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

浙江淳安印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 7.125 字数 168,000

1981 年 6 月第 1 版 1982 年 3 月第 1 次印刷

印数 00,001—13,500

书号 15012·0339 定价 0.60 元

目 录

第一章 电路综述	1
§ 1-1 电路的基本物理量.....	1
§ 1-2 电流和电压的参考方向.....	9
§ 1-3 电源: 独立电源和受控电源.....	10
§ 1-4 常用波形.....	19
§ 1-5 电路中的二端元件及其参数.....	25
§ 1-6 电路、电路图及分类.....	31
§ 1-7 图的基本概念.....	33
§ 1-8 网络的基本定律和原理.....	38
§ 1-9 交流电路概述.....	46
§ 1-10 网络分析.....	66
第二章 分析电路过渡过程的经典法	93
§ 2-1 过渡过程及其产生的原因.....	93
§ 2-2 列写电路微分方程.....	99
§ 2-3 初始条件.....	101
§ 2-4 解电路微分方程.....	106
§ 2-5 零输入响应与零状态响应.....	117
第三章 一阶电路	122
§ 3-1 RC 电路.....	122
§ 3-2 RL 电路.....	136
第四章 二阶电路	149
§ 4-1 RLC 串联电路的零输入响应.....	149
§ 4-2 RLC 并联电路的零状态响应.....	155
§ 4-3 任意输入的零状态响应——卷积积分法.....	160
§ 4-4 RLC 电路中的全响应.....	169

§ 4-5	状态空间法	171
第五章	非线性电路	184
§ 5-1	计算非线性直流电路的方法	185
§ 5-2	稳态非线性交流电路的特点	192
§ 5-3	计算稳态非线性交流电路的图解法	195
§ 5-4	非线性电路中的过渡过程	196
第六章	对偶电路和模拟电路	200
§ 6-1	对偶电路	200
§ 6-2	模拟电路	205
附录一	矩阵	212
附录二	拉普拉斯变换简介	217
附录三	国际电单位	220
主要参考书		221

第一章 电路综述

本章的目的是对稳态交直流线性定常电路作一般概括性的综述。它既是电工学电路部分的总结，也是这一部分内容的扩充。它既可以帮助读者在学习了电工学中的这一部分之后，进行复习，又可以帮助读者在原来基础上有所提高。特别是在网络分析中，引进了现代网络分析方法(节点分析、网孔分析、割集分析和回路分析)，但又避免了应用高深的数学分析，从而使读者在不必读数学参考书的情况下，扩大视野。另一方面，本章虽然用了十节讲述电路方面的一般性问题，但各节又有一定的独立性，读者可根据自己的情况进行选学。

§ 1-1 电路的基本物理量

在每一个物理系统中，为了阐明其定律、原理等问题，首先要定义出自己的物理量。反之，要研究一个物理系统，就必须首先弄清一些物理量的定义。

电路的基本物理量是作用在一个元件(或支路)两端的电压及其中通过的电流。即电压、电流为电路的基本物理量。但在电子线路中，常用电位这个概念。另外，虽在美国近代电路理论中，对电压、电动势不加区别，甚至不提电动势这个概念。但我国五十年代受苏联教材影响较大，国内多数教材仍将电压、电动势严格区别开来。因此，我们将电位及电动势都列入电路基本物理量之中。此外，要懂得电流必先知道电荷。我们将电荷也作为电路的基本物理量，并首先加以介绍。

一、电荷

1110097

• 1 •

电荷是电系统中为了测量能量而定义的一个物理量。

我们知道，所有物质都是由分子构成的，而分子是由原子构成的，原子又是由原子核和电子构成的。电子很小，但很活泼，带有负电荷（电荷是带电粒子），我们用“-”号来表示；而原子核要比电子大得多，但不太活泼，并带有正电荷，我们用“+”号来表示。我们正常所说的电，就是指这些电荷。

既然物质都是由带负电荷的电子和带正电荷的原子核构成，那么为什么在正常情况下，物体不带电呢？这是因为原子中所带的正、负电荷正好相等，这样，正负电荷正好中和，物质也就不显电性了。可是在一定的情况下，某一物体的负电荷多于正电荷，这时它就带有负电；反之，如果正电荷多于负电荷，物体就带正电。带电体之间有相互作用力存在。两个点电荷之间的作用力的大小为

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2} \text{ (牛顿)}$$

式中 Q_1 、 Q_2 为两点电荷的电量，以库仑为单位； r 为 Q_1 、 Q_2 之间的距离，以米为单位； e 为它们当中填充物的介电常数。

在国际单位制（即 SI 制）中，质量以千克为单位，长度以米为单位，时间以秒为单位，电流以安培为单位，真空中的介质常数（或称电常数）为

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \text{ 法/米} = 8.856 \times 10^{-12} \text{ 法/米}$$

这里法指法拉，系电容的单位。

当两个带电体带同名电荷时，这个力是斥力；反之，带异名电荷时，这个力是引力。

二、电位、电压、电动势

两个带电体之间有相互作用力，其作用范围叫电场。电场是以电场强度来描述的。电场中某一点的电场强度等于电场在该点

作用于单位电荷上的力, 即

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

式中, \vec{E} 为电场强度, 它是矢量(不但有大小, 而且有方向); Q 为实验电荷; \vec{F} 为电场对实验电荷的作用力。

如果我们要确定点电荷 q 在距离 r 处所产生的电场强度, 将另一微小点电荷 q_1 (这一点电荷 q_1 不能引起产生电场的带电体上电荷的重新分布) 置于 r 处, 根据库仑定律, q_1 所受的力为

$$\vec{F} = \frac{q_1 q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{r}_0$$

式中, \vec{r}_0 为单位矢量, 等于 \vec{r}/r ; \vec{r} 为矢量半径。

因此, 该点的电场强度为

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{r}_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon r^3} \vec{r}$$

或

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}$$

由于电场强度为一矢量, 在计算上不太方便, 所以常用一标量来确定某一点的场强。电位的引入就是为了这一目的。

因为场强等于在电场中某一点上电场作用于单位电荷上的力, 所以在电场中将单位电荷移动 $d\vec{l}$ 距离时(如图 1-1)所作的功为 $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ 。这个功可能是电场力完成的, 也可能是外力反抗电场力所完成的。譬如说, Q 为正电荷, q_1 为单位正电荷, 现在在电场力的作用下, 把 q_1 由 a 移到 b , 它获得了动能, 这一动能是由电场力作

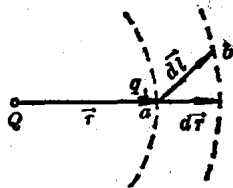


图 1-1 点电荷的电场

功换来的。根据场强和距离平方成反比可知， b 点的场强小于 a 点的场强，即 q_1 在 b 点所具有的电位能小于在 a 点所具有的电位能。根据能量守恒定律，这一减少的位能等于增加的动能。电场力所作的功($\vec{E} \cdot d\vec{l}$ 为正)等于电位能的减少。相反，如果在外力的推动下，逆着电场将单位正电荷由 b 移到 a ，这时 $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ 为负，即电场力作了负功。但 a 点的场强大于 b 点的场强，所以这时电位能增加了。

在重力场中，每一个物体在每一点都有一定的位能；同样，在电场中，每一电荷都具有一定的电位能。我们把单位正电荷在电场中某一点所具有的电位能叫**电位**。

水位的高低是以海面作基准的。我们拿海面做基准，是因为海的容量大，许多河水往里面流，它的水位也高不起来。同理，计算电位也要取一个基准，习惯上取地为基准，即认为大地的电位为零。这是因为地球容纳电荷的能力如同海容纳水的能力一样，也是很大的。无论给它送去多少电荷，它的电位也升不起来。既然大地的电位为零，所以任何带正电的物体都具有比地高的电位，而带负电的物体都具有比大地低电位。由此可见，电位的高低，并不是空间位置的高低，而是用在电场力的作用下，把单位正电荷移到电位为零的地方所作的功的大小来衡量的。例如由 a 点把一库仑的电荷移到电位为零的点所作的功为5个焦耳，而由 b 点把一库仑的电荷移到电位为零的点所作的功为6个焦耳，我们就说 b 点的电位 φ_b （习惯上用 φ 或 v 表示电位）高于 a 点的电位 φ_a 。电位的单位是焦耳/库仑，但一般把焦耳/库仑叫**伏特**，并用字母V表示。比伏特大的单位是**千伏(kV)**， $1\text{kV}=1000\text{V}$ ；比伏特小的单位是**毫伏(mV)**， $1\text{mV}=10^{-3}\text{V}$ 。

前面讲过，在电场力的作用下将单位正电荷由 a 移到 b (图1-1)所作的功为

$$\begin{aligned}\vec{E} \cdot d\vec{l} &= \frac{Q}{4\pi\epsilon r^3} \vec{r} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dl \cos(\vec{r} \cdot d\vec{l}) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{dr}{r^2} = d\left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon r}\right)\end{aligned}$$

(由图 1-1 知, $dl \cos(\vec{r} \cdot d\vec{l}) = dr$)

当单位正电荷由 a 点移到 b 点, 它的电位能将变化(减小), 如果用 $d\varphi$ 表示这一电位能的变化, 则根据能量守恒定律, 这一电位能的变化 $d\varphi$ 应和电场力所作的功 $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ 相等, 但这时电位能在减少, 电场所作的功为正, 因而有

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = d\left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon r}\right) = -d\varphi \quad (1-1)$$

式(1-1)中, 因为电位能在减小, $d\varphi$ 为负值, 但这时电场力所做的功为正值, 所以在 $d\varphi$ 之前加了“-”号。

由式(1-1)得
$$d\varphi = d\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon r}\right)$$

所以
$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} + \text{const}$$

式中函数 φ 为标量, 称为点电荷电场的电位, const 为积分常数。由此可见, 电位取决于任意常数, 同一电荷, 常数取法不同, 单位值也就不同。为了消除电位的多值性, 在理论上认为无穷远点的电位为零, 即 $\varphi_\infty = 0$ 。因此

$$\varphi_\infty = \frac{Q}{4\pi\epsilon\infty} + \text{const} = 0 + \text{const} = 0.$$

这样一来, 任意常数变为零。于是, 在点电荷 Q 所产生的电场中, 距离 Q 是 r 处的点电荷的电位为

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad (1-2)$$

两点电位不同, 也就是说有电位差存在, 我们常说它们之间有电压存在。电压和电位差是一个概念。例如在图 1-2 中, a 点的

电位是 φ_a , b 点的电位是 φ_b , a, b 两点间的电位差是 $\varphi_a - \varphi_b$. 如果用字母 u 表示电压, 用 u_{ab} 表示 a, b 两点间的电压, 则

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1-3)$$

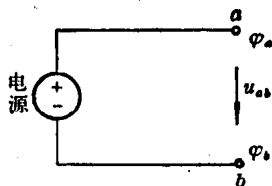


图 1-2 电位差

由此可见, 电位差和电压是相同的. 或者说, 两点间的电压恒等于该两点的电位差. 也可以这样说, a, b 两点间的电压恒等于将单位正电荷从 a 移到 b 时电场力所作的功.

如果选点 c 作为参考点(基准点), 即认为 c 点的电位 $\varphi_c = 0$, 则积分

$$\int_c^a \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_a - \varphi_c = \varphi_a$$

即等于 a 点的电位.

由此可见, 电位在数值上等于在电场力作用下将单位电荷由已知点移到电位为零的点所作的功. 即某点电位的高低与参考点的选取有关. 而电压是在电场力的作用下, 将单位电荷由一点移到另一点所作的功. 它与参考点的选取无关. 在电路中引入电压这个概念, 是为了测量电路中某一设备所消耗能量或做功的大小. 例如, 在电场力的作用下, 将 Q 库仑的电荷由 a 点移到 b 点所作的功为 W 焦耳, 则 a, b 两点之间的电压为

$$u = \frac{W}{Q}$$

或者一般地说

$$u = \frac{dW}{dQ}$$

式中, dW 为电场力将电荷 dQ 由一点移到另一点所作的功. 由此可见, 电压的单位也是伏特.

由前面的讨论可以看出, 某点和参考点之间的电压就是该点

的电位，因而在电路中使用电位可以使变量的数目减少。例如某电路有五个节点，其间电压有 10 个，而如选一个点为参考点，则只需要知道其他四个点的电位，所有 10 个节点对之间的电压就都知道了。因此，在电子线路中常用电位来分析问题。

电路中某点电位的高低，可由该点经过任意路径绕到参考点，算出其电位降落就行了。如计算结果为正，则说明该点的电位高于参考点；若为负，则说明该点的电位低于参考点。

电动势 局外力(即非电场力，如化学力或电磁力)将单位电荷由一点移到另一点所作的功，叫**电动势**。它的代表符号为 E ，单位为伏特；它的作用方向是由低电位到高电位，和电压作用方向恰好相反。

就在电路中形成电流来说，电动势和电压是没有区别的，它们都是产生电流的原因。而且对我们使用者来说，常常关心的是一条支路或一个元件两端的电压，而对电荷流动的原因是电场力作用的结果还是非电场力作用的结果，并不感兴趣。因此，在近代电路理论中，并不将电动势明确地加以定义。

从因果关系看，电压和电动势是没有区别的，但从电场力或非电场力对单位电荷作功来看，二者是有区别的。另外从数值上讲，二者也有异同之处。例如一个电池的电动势为 E ，内部电阻为 r_0 ，正负极之间的电压为 U 。当电池未接负载时， $U = E$ ；但当接有负载，有电流 I 流过时，在数值上电压就比电动势小($U = E - Ir_0$)。

三、电流

在电场力的作用下，电荷在电路中有秩序地运动，就形成电流。在电路中，正电荷或负电荷运动都可以形成电流，但习惯上规定正电荷的运动方向为电流的方向。例如，在图 1-3 中，一段通电导线，其长为 l ，横截面为 S ，在电场力的作用下，正电荷向左运动，负电荷向右移动(等效于正电荷向左运动)，这时二者形成向左

流的电流 i 。若在 dt 时间内，穿过 S 面的正电荷数为 dq_+ ，负电荷数为 dq_- ，则电路中向左流动的电流为

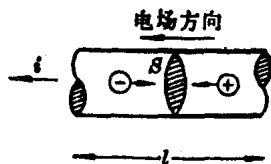


图 1-3

$$i = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt} = \frac{d}{dt}(q_+ + q_-) = \frac{dq}{dt}$$

式中， $q = q_+ + q_-$ ，为在 dt 时间内穿过 S 面的净电荷量。这里强调“净”，意思是说，在图示电流方向下，若 q_- 不是向右而是向左运动，则 $q = q_+ - q_-$ (这里 $q_- > 0$)

在一般情况下，导线中运动的仅仅是自由电子 ($q_+ = 0$)，因而电流的方向和电子运动的方向相反。

在电离气体中，在电解液中，或者在半导体材料中，由于电场力的作用，带正电荷的正离子或空穴将要逆着电场方向运动，这也将形成电流。这时，电流的方向和它们运动的方向相同。

电流的几种常见类型：

直流 (DC) 大小和方向不随时间变化的电流 (图 1-4a)。

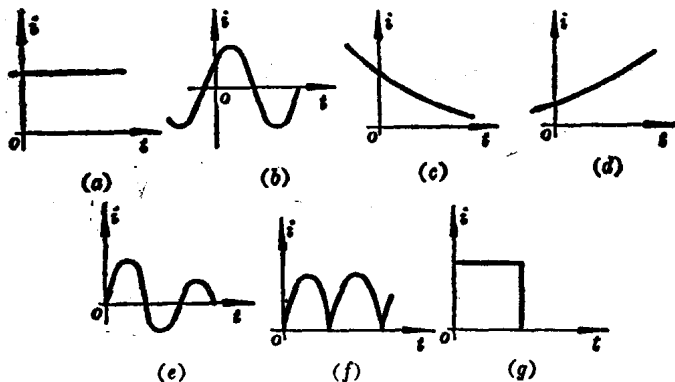


图 1-4 电流的几种常见类型

- (a) 直流 (b) 正弦交流 (c) 指数衰减电流
 (d) 指数增长电流 (e) 正弦衰减电流
 (f) 脉动电流 (g) 脉冲电流

正弦交流(AC) 大小和方向随时间按正弦规律变化的电流(图 1-4b)。

指数衰减电流 方向不变,大小随时间增加而减小的电流(图 1-4c)。

指数增长电流 方向不变,大小随时间增加而增加的电流(图 1-4d)。

正弦衰减电流 方向随时间按正弦规律变化,但振幅随时间增加而减小的电流(图 1-4e)。

脉动电流 方向不变,但大小随时间作规律性变化的电流(图 1-4f)。

脉冲电流 方向不变,但存在时间很短的电流(图 1-4g)。

§ 1-2 电流和电压的参考方向

前面讲过,电压和电流都是代数量,习惯上规定正电荷流动的方向为电流的方向,高电位到低电位为电压的作用方向。而在电路的分析计算中,电流和电压往往是待求量,为了对计算结果作出正确的判断,必须在电路中标出电压和电流的参考方向(即所谓正方向),这样才能对计算结果的正负有一个正确的判断。而且也只有标出电压和电流的参考方向,才能应用电路基本定律分析计算问题。

在电路中,电流的参考方向是用箭头来表示的。正电荷沿着箭头方向流动所形成的电流为正值。如果沿相反的方向,则认为是负值。必须注意,参考方向可以任意选取,而实际方向可正可负。

在电路中,电压和电流的实际方向也不一定相同,因为我们可以向电路装置供给能量,也可以由那里取得能量。如果电流流入该端钮处为高电位,即表示该装置吸收能量(负载),反之,若该处

为低电位,则表示该装置供给能量(电源)。通常在一对端钮上以正负号来标出电压的参考方向,正号(+)表示该处是高电位,负号(-)表示低电位。如果实际电压和参考符号的极性相同,即为正电压;若相反,则为负电压。在电路图中也常用箭头表示电压的作用方向。例如在图 1-5 中, u_{ab} 用箭头表示,并由 a 点指向 b 点,即认为 a 点的电位高于 b 点($\varphi_a > \varphi_b$),则 u_{ab} 为正值;若 $\varphi_a < \varphi_b$,则 u_{ab} 为负值。

实际上,我们往往取电压和电流一致的参考方向。所谓一致,系指表示电流方向的箭尾为电压的正极,箭头指向电压的负极。例如图 1-5 中,电流经集中参数元件由正端流入,负端流出,这时电流、电压的参考方向就称为一致。也就是说,电压和电流的参考方向是相关的。

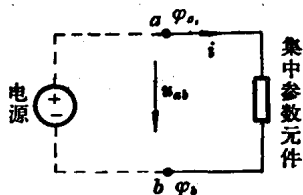


图 1-5 电压的极性

由于功率是单位时间内所作的功,即 $p = \frac{dW}{dt}$, 所以 $dW = pdt = u dQ = u i dt$; 由此可知,电功率

$$p = u i \quad (1-4)$$

只有对电压、电流取一致的参考方向时,功率的代数符号才有意义。电流的方向通常可以任意选取,而电压则采用和电流一致的方向。如果遵循这个原则,功率的正号则表示装置是消耗功率的。

§ 1-3 电源:独立电源和受控电源

能够向电路供给能量(或提供信号)的元件,称为电源。在电路中,电源一词系电能源与信号源的泛指。

理想的电源有两大类:一类是电流源,它不管外界所需要的能

量如何，能在每秒内向电路供给一定的电荷；另一类是电压源（也称电势源），它供给的电荷数目是任意的，但每一个电荷都具有一定数值的能量。电流源及电压源的表示符号分别如图 1-6、图 1-7 所示。

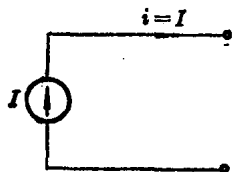


图 1-6 电流源代表符号

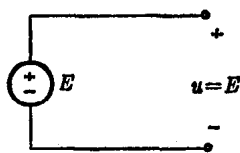


图 1-7 电压源(电势源)代表符号

实际电源常常是有损耗的，例如，电压源向负载供电时，将在电源内部产生压降，对于这种电源可用一电动势 e_s 与线性定常电阻 r_0 串联的模型来模拟(图 1-8)。这时，端电压 u 等于电势 e_s 减去内部降落 ir_0 。

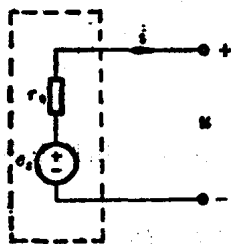


图 1-8 实际电源模型

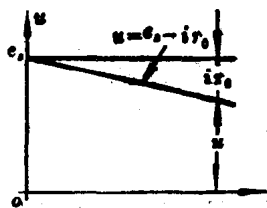


图 1-9 电源外特性曲线

$$u = e_s - ir_0 \quad (1-5)$$

$u(i)$ 关系曲线为一直线经过 e_s 的直线(图 1-9)，这条直线反映了端电压与电路中的电流 i 之间的关系。

图 1-8 也称为戴维南等效电路。

将式(1-5)两端各乘以 i ，则有

$$ui = e_s i - i^2 r_0$$

\rightarrow 电源内部所消耗的功率
 \rightarrow 电源发出的功率
 \rightarrow 电源供给外部的功率

或
$$e_s i = \underbrace{u i}_{\text{(供给功率)}} + \underbrace{i^2 r_0}_{\text{(消耗功率)}} \quad (1-6)$$

式(1-6)为电路中的能量守恒定律。

同样，当以实际的电流源向负载供电时，在电源中将有漏电流，对于这种电源我们用图 1-10 所示模型来代表。显然，其端电压与端电流之关系式为

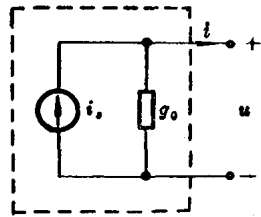


图 1-10 实际电流源模型

$$i = i_s - u g_0. \quad (1-7)$$

这一电路也称为诺顿等效电路。

由式(1-6)及式(1-7)不难看出，在满足 $i_s = e_s / r_0$ ， $r_0 = 1 / g_0$ 的条件下，对虚框外部来说，即对端电压 u 及电流 i 来说，戴维南电路和诺顿电路是等效的。这就是说，不论用其间的某一个代替另一个，都能保证端电压 u 和电流 i 不发生变化。显见，“等效”仅指对外部电路而言。

满足上述条件的替换，也就是戴维南电路与诺顿电路的简单替换。

例如图 1-11 中的 (a) 与 (b) 便是相互等效的。

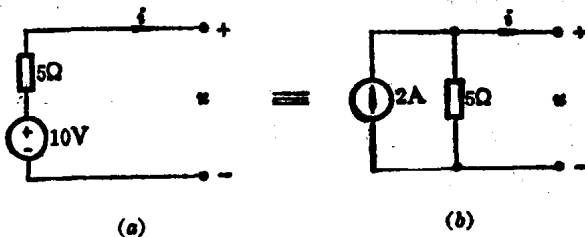


图 1-11 戴维南电路(a)和诺顿电路(b)的等效替换

由条件 $i = e_s / r_0$ 或 $e_s = i_s r_0$ 来看，在 $r_0 = 0$ 的情况下，这种变换是不可能的。也就是说，理想电压源与理想电流源不能相互替换。但在可以借用电路其它部分的电阻作为内阻的情况下，变换

则是可能的。在无电阻可借的情况下，可以用电源“转移”的办法，来消除这一理想电源支路，从而按正常方法分析计算电路。例如图 1-12a 可以化为图 1-12b；图 1-12c 可以化为图 1-12d。

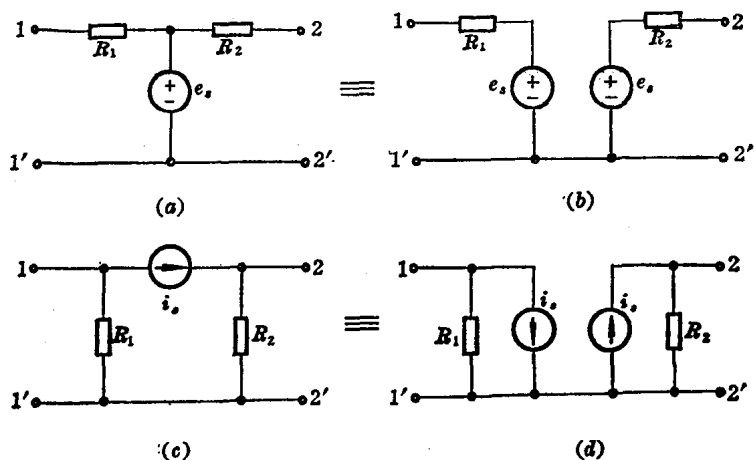


图 1-12 电源转移

在计算中，如不涉及计算理想电压源并联电阻及与理想电流源串联电阻中的功率时，对计算电路其它部分的电流或电压来说，则这些电阻可以略去。如图 1-13 及图 1-14 所示。同理，当理想

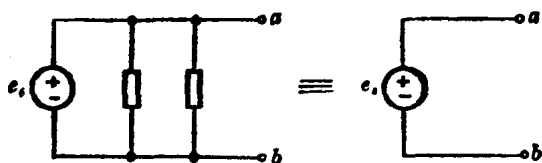


图 1-13 与理想电压源并联的电阻可以去掉

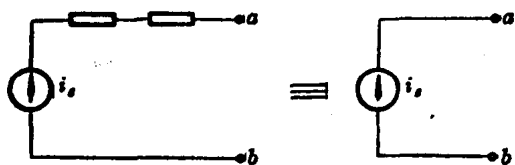


图 1-14 与理想电流源串联的电阻可以去掉