总 章 目

Electrical Engineer's
Reference Book
(14th ed.)
M A Laughton
M G Say
Butterworths
1985

* * * *

电气工程师技术手册
(第 14 版)

〔英〕 M A 劳顿
M G 塞 主编

李广泽 尹克宁 朱树德
冯宗蕴 陈梓权 周炳炎 等译

张惠勤 彭树梅 刘叔华 审校

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）
陕西省地矿局测绘印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经销
*
开本 787×1092 1/16·印张 72·字数 2330 千字
1991 年 12 月第一版·1992 年 2 月第一次印刷
印数 00,001—6500·定价：58 元
*
ISBN7-111-02782-5/TM·352 (X)

第1章　单位、数学和物理量

作　　者　M G 塞

译　　者　李广泽　刘叔华

校　　者　何培之　张可村

责任编辑　孙流芳

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

这一部分提供：(a) 论述国际单位制（SI）和换算系数的说明；(b) 基础数学的函数、级数和表；(c) 物质的某些物理特性。

1.1 国际单位制

国际单位制是一种通用的单位制，它给出科学、技术和工程全部相关的单位系列，而不涉及换算系数，其出发点是选择和定义最少的一组独立基本单位，通过这些单位，用乘或除的不同组合得到各种导出单位，而不带数字因子．为了方便起见，某些组合应给出最简单的名称，例如能量的一种简单的 SI 制单位（焦耳＝千克米^2／秒^2）可应用于任何种类的能，不论它是动能、位能、电能、热能、化学能……，在整个科学技术领域中可统一使用。

国际单位制有 7 种基本单位和 2 种角度的辅助单位。其他所有的单位都是由上述单位的组合导出来的。在物理方程中，每一个物理量都有一个量的符号（例如，m 为质量，P 为功率）和一个单位符号（例如，kg 代表千克，W 代表瓦特）表示 SI 制测量单位。

1.1.1 基本单位

七种基本单位的定义，叙述于下列术语之后。物理量的符号用斜体，单位符号（标准缩写）用正体表示。随着测量日益精确，有时还要修改定义。

长度 L，米（m），1983 年米定义为等于光在真空中等于 1／299792458s 时间间隔内，所经路径的长度。

质量 m，千克（kg），等于国际千克原器（保存在法国国际计量局内的一块白金圆柱体）的质量。

时间 t，秒（s），是铯−133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的 9 192 631 770 个周期的持续时间。

电流 i，安培（A），是指在真空中，截面积可忽略的两根相距 1m 的无限平行圆直导线内通以等量恒定电流，若导线间相互作用力在每米长度上为 2×10^{-7}N 时，每根导线中的电流为 1A。

热力学温度 T，开尔文（K），是水三相点热力学（绝对）温度的 1／273.16。

发光强度 I，坎德拉（cd），是温度在铂的凝固点压力为 101325N／m^2 时，一个黑体在其表面面积 1／600000m^2 的垂直方向上的发光强度*。

物质的量 Q，摩尔（mol），是一个系统的物质的量，该系统所包含的基本单元数与 0.012kg 的碳−12 的原子数目相等。在使用摩尔时，基本单元应予指明，可以是原子、分子、离子、电子及其他粒子，或是这些粒子的特定组合。

1.1.2 辅助单位

平面角：α，β…，弧度（rad），是一个圆内两条半径之间的平面角，这两条半径在圆周上截取的弧长与半径相等。

立体角：Ω，球面度（sr），是一个立体角，其顶点位于球心，而它在球面上所截取的面积等于以球半径为边长的正方形面积。

1.1.3 注释

温度 在绝对温度 0K 时，物体没有热能，特定点（273.16 和 373.16K）定义为摄氏温度（百分度的）刻度（0 和 100℃）。温度间隔，1℃＝1K。依据温标，摄氏温度 θ 相应于（θ+273.16）K。

力 SI 制单位为 N（牛顿）．1N 的力使 1kg 物质产生 1m／s^2 的加速度。

重力 物质的重力取决于地球对物体的重力影响。1kg 物质的标准重力在地球的表面上为 9.807N。

1.1.4 导出单位

从 SI 制的基本单位和辅助单位可以导出全部物理量的单位。为了使用方便，其中有些已经命名，电气技术中的常用单位列在表 1.1 内。

表 1.1 SI 制基本单位、辅助单位和导出单位

（物理）量	单位名称	导出单位	单位符号
长度	米		m
质量	千克,(公斤)		kg
时间	秒		s
电流	安[培]		A
绝对温度	开[尔文]		K
发光强度	坎[德拉]		cd
物质的量	摩尔		mol
平面角	弧度		rad

* 1979年第16届国际计量大会（CGPM）决议3对坎德拉的定义规定如下："坎德拉是一光源在给定方向上的发光强度，该光源发出频率为 540×10^{12}Hz 的单色辐射，且在此方向上的辐射强度为（1／683）W／sr．——编者注

9210134

(续)

(物理)量	单位名称	导出单位	单位符号
立体角	球面度		sr
力	牛[顿]	$kg \cdot m / s^2$	N
压力.应力	帕[斯卡]	N / m^2	Pa
能量	焦[耳]	$N \cdot m$.$W \cdot s$	J
功率	瓦[特]	J / s	W
电荷.电量	库[伦]	$A \cdot s$	C
磁通(量)	韦[伯]	$V \cdot s$	Wb
电位.电势	伏	J / C	V
磁通[量]密度	特[斯拉]	Wb / m^2	T
电阻	欧[姆]	V / A	Ω
电感	亨[利]	Wb / A、$V \cdot s / A$	H
电容	法[拉]	C / V、$A \cdot s / V$	F
电导	西[门子]	A / V	S
频率	赫[兹]	s^{-1}	Hz
光通量	流[明]	$cd \cdot sr$	lm
(光)照度	勒[克斯]	lm / m^2	lx
(放射性)活度 (放射性强度)	贝可[勒尔]	s^{-1}	Bq
吸收剂量	戈[瑞]	J / kg	Gy
(质量)密度	千克每立方米		kg / m^3
(动力)粘度	帕[斯卡]秒		$Pa \cdot s$
浓度	摩尔每立方米		mol / m^3
(线)速度	米/每秒		m / s
(线)加速度	米每二次方秒		m / s^2
角速度	弧度/每秒		rad / s
角加速度	弧度/每二次方秒		rad / s^2
力矩	牛[顿]米		$N \cdot m$
电场强度	伏[特]每米		V / m
磁场强度	安[培]每米		A / m
电流密度	安[培]每平方米		A / m^2
电阻率	欧[姆]·米		$\Omega \cdot m$
电导率	西[门子]每米		S / m
磁导率	亨[利]每米		H / m
电容率(介电常数)	法[拉]每米		F / m
热容	焦[耳]每开[尔文]		J / K
比热容	焦[耳]/每千克·开[尔文]		$J / (kg \cdot K)$
热导率	瓦[特]每米·开[尔文]		$W / (m \cdot K)$
[光]亮度	坎[德拉]每平方米		cd / m^2

SI单位的十进倍数和分数单位的词头列于表1.2。如kA是千安[培]符号，μF是微法[拉]符号。工程技术中宁择用10^3倍数，按克用词头来表示千克，因而$1000kg = 1Mg$，而不用1kkg。

表1.2 十进词头

所表示的因数	词头名称	词头符号	所表示的因数	词头名称	词头符号
10^{18}	艾[可萨]	E	10^{-1}	分	d
10^{15}	拍[它]	P	10^{-2}	厘	c
10^{12}	太[拉]	T	10^{-3}	毫	m
10^{9}	吉[咖]	G	10^{-6}	微	μ
10^{6}	兆	M	10^{-9}	纳[诺]	n
10^{3}	千	k	10^{-12}	皮[可]	p
10^{2}	百	h	10^{-15}	飞[母托]	f
10^{1}	十	da	10^{-18}	阿[托]	a

1.1.5　补充单位

用于专门领域（例如真空物理，辐射等）的某些（物理）量，具有非 SI 单位。其中一些列于表 1.3，并给出用它们相当于 SI 制的单位。

表 1.3　辅助单位

(物理)量	符号	SI		(物理)量	符号	SI	
角度:				质量:			
度	(°)	$\pi/180$	rad	吨	t	1000	kg
分	(′)	—	—	核子.辐射:			
秒	(″)	—	—	贝可[勒尔]	Bg	1.0	s^{-1}
面积:							
公亩	a	100	m^2	戈[瑞]	Gy	1.0	J/kg
公顷	ha	0.01	km^2	居　里	Ci	3.7×10^{10}	Bg
靶恩	barn	10^{-28}	m^2	拉　德	rd	0.01	Gy
能量:							
尔格	erg	0.1	μJ	伦　琴	R	2.6×10^{-4}	C/kg
卡[路里]	cal	4.186	J	压力:			
电子伏特	eV	0.160	aJ	巴	b	100	kPa
高斯–奥[斯特]	Ga Oe	7.96	$\mu J/m^3$	托	Torr	133.3	Pa
力:				时间:			
达因	dyn	10	μN	分	min	60	s
长度:				时	h	3600	s
埃	Å	0.1	μm	日	d	86400	s
				体积:			
				升	l	1.0	dm^3

1.1.6　换算系数

仍然使用的英制和其他非 SI 单位列于表 1.4 中，在分类标题的下面，用基本的 SI 单位[ ]的最方便的倍数或分数表示。

表 1.4　换算系数

长度〔m〕		1 ft/min(英尺/分)	5.080mm/s
1 mil(密耳)	25.40μm	1 in/s　(英寸/秒)	25.40mm/s
1 in　(英寸)	25.40mm	1 ft/s　(英尺/秒)	0.3048m/s
1 ft　(英尺)	0.3048m	1 mile/h　(英里/时)	0.4470m/s
1 yd　(码)	0.9144m	1knot　(海里/时)	0.5144m/s
1 fath　(英寻)	1.829m	1 deg/s　(度/秒)	17.45mrad/s
1 mile　(英里)	1.6093km	1 r/min　(转/分)	0.1047rad/s
1 n mile　(海里)	1.8520km	1 r/s　(转/秒)	6.283rad/s
面积〔m^2〕		1 ft/s^2(英尺/秒^2)	0.3048m/s^2
1 cir mile(圆密耳)	506.7μm^2	1 mile/(h·s)　(英里/(时·秒)	0.4470m/s^2
1 in^2　(英寸^2)	645.2mm^2	**质量〔kg〕**	
1 ft^2　(英尺^2)	0.0929m^2	1 oz (盎司)	28.35g
1 yd^2　(码^2)	0.8361m^2	1 lb　(磅)	0.454kg
1 acre　(英亩)	4047m^2	1 slug(斯勒格)	14.59kg
1 $mile^2$　(英里^2)	2.590km^2	1 cwt(英担)	50.80kg
体积〔m^3〕		1 UKton(英吨)	1016kg
1 in^3　(英寸^3)	16.39cm^3	**能量〔J〕,功率〔W〕**	
1 ft^3　(英尺^3)	0.0283m^3	1 ft·lbf(英尺·磅力)	1.356J
1 yd^3　(码^3)	0.7646m^3	1 m·kgf(米·千克力)	9.807J
1 UKgal　(英加仑)	4.546dm^3	1 Btu(英国热量单位)	1055J
速度〔m/s,rad/s〕		1 therm(金姆)	105.5kJ
加速度〔m/s^2, rad/s^2〕		1 hp·h(马力·时)	2.685MJ

(续)

1 kw·h(千瓦·时)	3.60MJ	1 lbf/ft²(磅力/英尺²)	47.88Pa
1 Btu/h(英热单位/时)	0.293W	1 lbf/in²(磅力/英寸²)	6.895kPa
1 ft·lbf/s(英尺·磅力/秒)	1.356	1 tonf/ft²(英吨力/英尺²)	107.2kPa
1 m·kgf/s(米·公斤力/秒)	9.807W	1 tonf/in²(英吨力/英寸²)	15.44MPa
1 hp (马力)	745.9W	1 kgf/m²(公斤力/米²)	9.807Pa
热量 (W,J,kg,k)		1 kgf/cm²(公斤力/厘米²)	98.07kPa
1 W/in²(瓦/英寸²)	1.550kW/m²	1 mmHg(毫米汞柱)	133.3Pa
1 Btu/(ft²·h)(英热单位/英尺²·时)	3.155W/m²	1 inHg (英寸汞柱)	3.386kPa
1 Btu/(ft³·h)(英热单位/英尺³·时)	10.35W/m³	1 inH_2O (英寸水柱)	149.1Pa
1 Btu/(ft·h·°F)(英热单位/英尺·时·华氏度)	1.731W/(m·K)	1 ftH_2O (英尺水柱)	2.989kPa
1 ft·lbf/lb(英尺·磅力/磅)	2.989J/kg	**转矩** (N·m)	
1 Btu/lb(英热单位/磅)	2326J/kg	1 ozf·in(盎司力·英寸)	7.062nN·m
1 Btu/ft³(英热单位/英尺³)	37.26kJ/m³	1 lbf·in(磅力·英寸)	0.113N·m
1 ft·lbf(lb·°F)(英尺·磅力/磅·华氏度)	5.380J/(kg·K)	1 lbf·ft(磅力·英尺)	1.356N·m
1 Btu/(lb·°F)(英热单位/磅·华氏度)	4.187kJ/(kg·K)	1 tonf·ft(英吨力·英尺)	3.307kN·m
1 Btu/(ft³·°F)英热单位/英尺³·华氏度	67.07kJ/(m³·K)	1 kgf·m(公斤力·米)	9.806N·m
密度 (kg/m,kg/m³)		**惯量** (kg·m²)	
1 lb/in(磅/英寸)	17.86kg/m	**动量** (kg·m/s, k·gm²/s)	
1 lb/ft(磅/英尺)	1.488kg/m	1 oz·in²(盎司·英寸²)	0.018g·m²
1 lb/yd(磅/码)	0.496kg/m	1 lb·in²(磅·英寸²)	0.293g·m²
1 lb/in³(磅/英寸³)	27.68Mg/m³	1 lb·ft²(磅·英尺²)	0.0421kg·m²
1 lb/ft³(磅/英尺³)	16.02kg/m³	1 slug·ft²(斯勒格·英尺²)	1.355kg·m²
1 ton/yd³(英吨/码³)	1329kg/m³	1 ton·ft²(英吨·英尺²)	94.30kg·m²
流量(流率) (kg/s·m³/s)		1 lb·ft/s(磅·英尺/秒)	0.138kg·m²/s
1 lb/h(磅/时)	0.1260g/s	1 lb·ft²/s(磅·英尺²/秒)	0.042kg·m²/s
1 ton/h(英吨/时)	0.2822kg/s	**粘度** (Pa·s,m²/s)	
1 lb/s(磅/秒)	0.4536kg/s	1 poise(泊)	9.807Pa·s
1 ft³/h(英尺³/时)	7.866cm³/s	1 kgf·s/m²(公斤力·秒/米²)	9.807Pa·s
1 ft³/s(英尺³/秒)	0.0283m³/s	1 lbf·s/ft²(磅力·秒/英尺²)	47.88Pa·s
1 gal/h(英加仑/时)	1.263cm³/s	1 lbf·h/ft²(磅力·时/英尺²)	172.4kPa·s
1 gal/min(英加仑/分)	75.77cm³/s	1 St (斯托克斯)	1.0cm²/s
1 gal/s(英加仑/秒)	4.546dm³/s	1 in²/s (英寸²/秒)	6.452cm²/s
力 (N) ,**压力** (Pa)		1 ft²/s (英尺²/秒)	929.0cm²/s
1 dyn (达因)	10.0μN	**照度**[cd, lm]	
1 kgf (公斤力)	9.807N	1 lm/ft² (流/英尺²)	10.76lm/m²
1 ozf (盎司力)	0.278N	1 cd/ft²(坎/英尺²)	10.76cd/m²
1 lbf (磅力)	4.445N	1 cd/in²(坎/英寸²)	1550cd/m²
1 tonf (英吨力)	9.964kN		
1 dyn/cm²(达因/厘米²)	0.10Pa		

1.1.7 CGS 静电和电磁单位

虽然静电和电磁单位 (e.s.u., e.m.u.) 已经过时，但它们仍出现于较早的文献著作中。该系统既不'有理化'，又不能使两者相互一致。在 e.s.u.单位中，真空介电常数为 $\varepsilon_0=1$。在 e.m.u.单位中，真空磁导率 $\mu_0=1$。然而 SI 单位中考虑到 $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 是电磁波在自由空间中传播的速度这一事实。表 1.5 列举了 SI 单位采用 e.s.u.和 e.m.u.中的当量数 n。它们没有名称，在 SI 单位名称前用词头表示，对 e.s.u，加词头"st"("静电")，对 e.m.u.,.加词头"ab"("绝对")。因而 lV 相当于 10^{-2}/ 3stV 和 10^8abV，因此 1stV= 300V 和 labV=10^{-8}V。

表1.5 SI、e·s和e·m单位之间关系

(物理)量	SI单位	等值数n			
		e·s·u		e·m·u	
长度	m	10^2	cm	10^2	cm
质量	kg	10^3	g	10^3	g
时间	s	1	s	1	s
力	N	10^5	dyn	10^5	dyn
力矩	N·m	10^7	dyn·cm	10^7	dyn·cm
能量	J	10^7	erg	10^7	erg
功率	W	10^7	erg/s	10^7	erg/s
电荷,电量	C	3×10^9	stC	10^{-1}	abC
电通密度	C/m^2	3×10^5	stC/cm^2	10^{-5}	abC/cm^2
电动势e·m·f	V	$10^{-2}/3$	stV	10^8	abV
电场强度	V/m	$10^{-4}/3$	stV/cm	10^6	abV/cm
电流	A	3×10^9	stA	10^{-1}	abA
电流密度	A/m^2	3×10^5	stA/cm^2	10^{-5}	abA/cm^2
磁通量	Wb	$10^{-2}/3$	stWb	10^8	Mx
磁通密度	T	$10^{-6}/3$	$stWb/cm^2$	10^4	Gs
磁场强度	A/m	$12\pi\times10^7$	stA/cm	$4\pi\times10^{-3}$	Oe
磁动势	A	$12\pi\times10^9$	stA	$4\pi\times10^{-1}$	Gb
电阻率	Ω·m	$10^{-9}/9$	stΩ·cm	10^{11}	abΩ/cm
电导率	S/m	9×10^9	stS·cm	10^{-11}	abS/cm
磁导率(绝对)	H/m	$10^{-13}/36\pi$		$10^7/4\pi$	—
介电常数(绝对)	F/m	$36\pi\times10^9$		$4\pi\times10^{-11}$	—
电阻	Ω	$10^{-11}/9$	stΩ	10^9	abΩ
电导	S	9×10^{11}	stS	10^{-9}	abS
电感	H	$10^{-12}/9$	stH	10^9	cm
电容	F	9×10^{11}	cm	9×10^{11}	abF
磁阻	A/Wb	$36\pi\times10^{11}$	—	$4\pi\times10^{-8}$	Gb/Mx
磁导	Wb/A	$10^{11}/36\pi$	—	$10^9/4\pi$	Mx/Gb

1.2 数学

数学的符号列于表1.6中。这一部分给出三用函数和双曲线的关系、级数（包含一系列常用波形的傅里叶级数）、二进制计数法和常用的微分和积分表。

1.2.1 三角函数关系

θ角的三角函数（正弦、余弦、正切、余切、正割、余割）是基于给定方程$x^2+y^2=h^2$的一个圆。令圆的两半径围出一个θ角并形成在图1.1内用阴影部分表示（左面）的扇形面积$S_C=(\pi h^2)(\theta/2\pi)$，于是$\theta$可定义为$2S_C/h^2$。边长为$h$（斜边）、$a$（邻边）和$p$（对边）的直角三角形，可给出三角函数的定义：

$\sin\theta=p/h \qquad \operatorname{cosec}\theta=1/\sin\theta=h/p$

$\cos\theta=a/h \qquad \sec\theta=1/\cos\theta=h/a$

$\tan\theta=p/a \qquad \operatorname{cotan}\theta=1/\tan\theta=a/p$

在有角A、角B和角C的任何三角形中（图1.1右图），对边分别为a、b和c，因而$A+B+C=\pi$rad（180°），并得到下列关系式：

$a=b\cos C+c\cos B$

$b=c\cos A+a\cos C$

$C=a\cos B+b\cos A$

$a/\sin A=b/\sin B=c/\sin C$

$a^2=b^2+c^2+2bc\cos A$

$(a+b)/(a-b)=(\sin A+\sin B)/(\sin A-\sin B)$

其他有用的关系式有：

$\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\pm\sin x\sin y$

$\tan(x\pm y)=(\tan x\cdot\tan y)/(1+\tan x\cdot\tan y)$

$\sin^2x=\frac{1}{2}\{(1-\cos2x)$

$\cos^2x=-\frac{1}{2}(1+\cos2x)$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

表 1.6 数 学 符 号

项 目	符 号	项 目	符 号
自然对数的底	$e = 2.71828\cdots\cdots$	常用对数,自然对数	$\lg x; \ln x(\log_{10}x; \log_e x)$
复 数	$\mathbf{C} = A+jB = C\exp(j\theta) = C\angle\theta$	矩阵	A, B
幅角; 模	幅角 $\mathbf{C} = \theta$; 模 $\mathbf{C} = C$	复共轭	A^*, B^*
共 轭	$\mathbf{C}^* = A-jB = C\exp(-j\theta) = C\angle-\theta$	积	$A \cdot B$
实部; 虚部	(实数)Re$\mathbf{C} = A$; (虚数)Im$\mathbf{C} = B$	行列式	$\det A$
坐标		相逆的	A^{-1}
笛卡尔	x, y, z	转 置	A^t
柱坐标、球面坐标	$r, \Phi, z; r, \theta, \Phi$	单位阵	I
x 的函数		算 子	
一般的	$f(x), g(x), F(x)$	亥维赛	$p(=d/dt)$
贝塞尔	$J_n(x)$	脉冲函数	$\delta(t)$
周 期	$\sin x, \cos x, \tan x\cdots\cdots$	拉普拉氏 $L[f(t)] = F(s)$	$s(=\sigma+j\omega)$
反函数	$\sin^{-1}x, \cos^{-1}x, \tan^{-1}x\cdots\cdots$	微分算子	∇
微 分	dx	旋转 $\pi/2$rad	j
偏微分	∂x	$2\pi/3$rad	h
指数函数	$\exp(x)$	阶梯函数	$H(t), u(t)$
双曲函数	$\sinh x, \cosh x, \tanh x\cdots\cdots$	矢 量	$\mathbf{A}, \mathbf{a}, \mathbf{B}, \mathbf{b}$
反双曲函数	$\sinh^{-1}x, \cosh^{-1}x, \tanh^{-1}x\cdots\cdots$	A 的旋度	curl$\mathbf{A}$, $\nabla\times\mathbf{A}$
增 量	$\Delta x, \delta x$	A 的散度	div$\mathbf{A}$, $\nabla\cdot\mathbf{A}$
极 限	$\lim x$	φ 的梯度	gradφ, $\nabla\varphi$
对 数		积:标量、矢量	$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$; $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$
b 为底	$\log_b x$	笛卡尔坐标内单位矢量	$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$

$$\sin^2x+\cos^2x=1$$

$$\sin^3x=-\frac{1}{4}(3\sin x-\sin 3x)$$

$$\cos^3x=\frac{1}{4}(3\cos x+\cos 3x)$$

$$\sin x\pm\sin y=2\left[{}^{\cos}_{\sin}\ \frac{1}{2}(x-y)\cdot{}^{\sin}_{\cos}\ \frac{1}{2}(x+y)\right]$$

$$\cos x\pm\cos y=-2\left[{}^{\cos}_{\sin}\frac{1}{2}(x-y)\cdot{}^{\sin}_{\cos}\frac{1}{2}(x+y)\right]$$

$$\tan x\pm\tan y=\sin(x\pm y)/\cos x\cdot\cos y$$

$$\sin^2x-\sin^2y=\sin(x+y)\sin(x-y)$$

$$\cos^2x-\cos^2y=-\sin(x+y)\sin(X-y)$$

$$\cos^2x-\sin^2y=\cos(x+y)\cos(x-y)$$

$$d(\sin x)/dx=\cos x;\ \int\sin x dx=-\cos x+k$$

$$d(\cos x)/dx=-\sin x;\ \int\cos x dx=\sin x+k$$

$$d(\tan x)/dx=\sec^2x;\ \int\tan x\cdot dx=-\ln|\cos x|+k$$

对应于 $0<\theta<90°$ (或 $0<\theta<1.571$rad) 的 $\sin\theta$、$\cos\theta$ 和 $\tan\theta$ 的值列于表 1.7 中，因为它们通常可直接从计算中得到的。

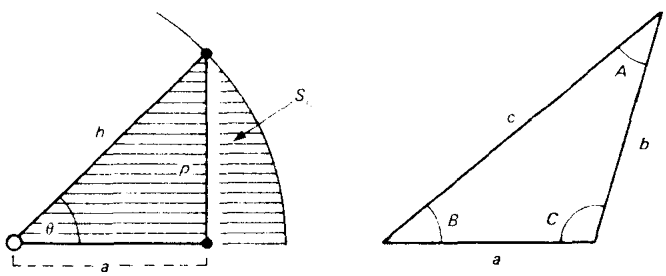


图 1.1 三角函数关系

1.2.2 指数函数和双曲线函数的关系

指数函数：对于一个正实数 u，指数函数 $\exp(u)$ 和 $\exp(-u)$ 可用无穷级数的和表示：

$$\exp(\pm u)=1\pm u+u^2/2!\pm u^3/3!+u^4/4!\pm\cdots\cdots$$

其中，$\exp(+u)$ 随着 u 的增加而增加，$\exp(-u)$ 随着 u 的增加而减少。

如果 $u=1$，那末

$$\exp(+1)=1+1+1/2+1/6+1/24+\cdots$$
$$=e=2.718\cdots$$
$$\exp(-1)=1-1+1/2-1/6+1/24-\cdots$$
$$+=1/e=0.368\cdots$$

表 1.7 θ 角的三角函数

θ		sinθ	cosθ	tanθ
(°)	rad			
0	0.0	0.0	1.0	0.0
5	0.087	0.087	0.996	0.087
10	0.175	0.174	0.985	0.176
15	0.262	0.259	0.966	0.268
20	0.349	0.342	0.940	0.364
25	0.436	0.423	0.906	0.466
30	0.524	0.500	0.866	0.577
35	0.611	0.574	0.819	0.700
40	0.698	0.643	0.766	0.839
45	0.766	0.707	0.707	1.0
50	0.873	0.766	0.643	1.192
55	0.960	0.819	0.574	1.428
60	1.047	0.866	0.500	1.732
65	1.134	0.906	0.423	2.145
70	1.222	0.940	0.342	2.747
75	1.309	0.966	0.259	3.732
80	1.396	0.985	0.174	5.671
85	1.484	0.996	0.097	11.43
90	1.571	1.0	0.0	∞

在瞬变电子技术中，u 一般是时间 t 的负函数，即 $u=-(t/T)$。因而以时间 t 作变量，其图形如图 1.2（左）。取 k 为初始值，就是：$y=k\cdot\exp(-t/T)$，随时间变化的起始衰减率是 $dy/dt=-(k/T)\exp(-t/T)$。在 $t=0$ 时，起始衰减率是 $-k/T$。如果能保持此初始率，在 $t=T$ 时，y 达到 0。定义为时间常数 T。实际上，时间 T 以后，y 值是 $k\exp(-t/T)=k\exp(-1)=0.368k$，在每一个连续的间隔 T，y 值是按因子 0.368 减少的。在 $t=4.6T$ 时，y 值是 $0.01k$。在 $t=6.9T$ 时，y 值为 $0.001k$。

如果 u 是一个虚数 $\pm jv$，因而

$$\exp(\pm jv)=1\pm jv-v^2/2!\ \pm jv^3/3!\ +v^4/4!\pm\cdots$$

因为 $j^2=-1$，$j^3=-j1$，$j^4=1$ 等等，图 1.2（右）表示开始五项的和，对于 $\exp(j1)$，就是

$$\exp(j1)=1+j1-1/2-j1/6+1/24$$

一个复数或表达式收敛到一点 P，OP 长度为 1。OP 对数轴的夹角为 1rad。一般，$\exp(jv)$ 是相当于移相 $\angle v$ (rad)。由此得出，$\exp(\pm jv)=\cos v\pm j\sin v$ 和 $\exp(jv)+\exp(-jv)=2\cos v$；$\exp(jv)-\exp(-jv)=j2\sin v$。对于一个复数 $(u+jv)$，因而 $\exp(u+jv)=\exp(u)$。$\exp(jv)=\exp(u)\cdot\angle v$。

双曲线函数：P 点在一正交的双曲线上，$(x/a)^2-(y/a)^2=1$ 双曲线的'扇形'面积 $S_h=\frac{1}{2}a^2\ln[(x/a)-(y/a)]$，在图 1.3（左）用阴影部分表示。通过模拟用 $\theta=2S_C/h^2$ 作三角函数角，双曲线的实部（体）是 $u=2S_h/a^2$，此处 a 是主半轴，于是 u 的双曲线函数相对的 P 点是：

$\sinh u=y/a$　　$\operatorname{cosech} u=a/y$

$\cosh u=x/a$　　$\operatorname{sech} u=a/x$

$\tanh u=y/x$　　$\coth u=x/y$

这些原则关系产生的曲线表示于图 1.3（右）。u 值在 0 和 3 之间。对于更高的值，$\sinh u$ 接近于 $\pm\cosh u$ 和 $\tanh u$ 变成渐近线到 ±1。从观察表明 $\cosh(-u)=\cosh(u)$，$\sinh(-u)=-\sinh u$ 和 $\cosh^2u-\sinh^2u=1$。

双曲线函数亦可借助于级数表示成指数形式

$$\cosh u=1+u^2/2!+u^4/4!+u^6/6!+\cdots\cdots$$
$$\sinh u=u+u^3/3!+u^5/5!+u^7/7!+\cdots\cdots$$

因此

$$\cosh u=\frac{1}{2}[\exp(u)+\exp(-u)]$$
$$\sinh u=\frac{1}{2}[\exp(u)-\exp(-u)]$$
$$\cosh u+\sinh u=\exp(u)$$
$$\cosh u-\sinh u=\exp(-u)$$

其他关系有：

$$\sinh u+\sinh v=2\sinh\frac{1}{2}(u+v)\cdot\cosh\frac{1}{2}(u-v)$$
$$\cosh u+\cosh v=2\cosh\frac{1}{2}(u+v)\cdot\cosh\frac{1}{2}(u-v)$$
$$\cosh u-\cosh v=2\sinh\frac{1}{2}(u+v)\cdot\sinh\frac{1}{2}(u-v)$$
$$\sinh(u\pm v)=\sinh u\ \cosh v\pm\cosh u\cdot\sinh v$$
$$\cosh(u\pm v)=\cosh u\cdot\cosh v\pm\sinh u\cdot\sinh v$$
$$\tanh(u\pm v)=(\tanh u\pm\tanh v)/(1\pm\tanh u\cdot\tanh v)$$
$$\sinh(u\pm jv)=(\sinh u\cdot\cos v)\pm j(\cosh u\cdot\sin v)$$

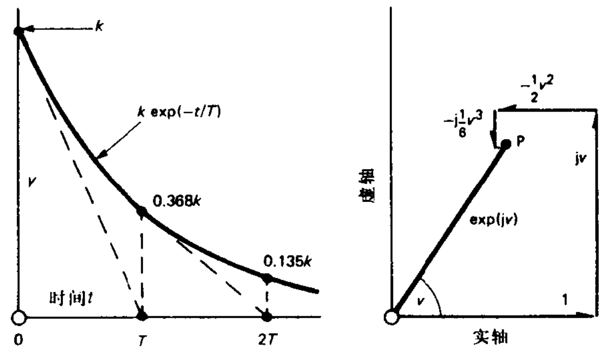


图 1.2　指数函数关系

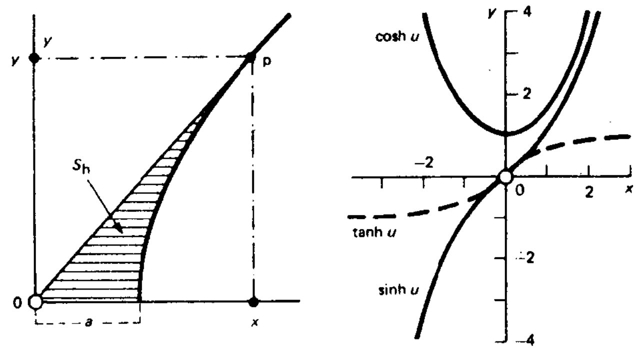


图 1.3　双曲线函数关系

$\cosh(u \pm jv) = (\cosh u \cdot \cos v)$

$\pm j(\sinh u \cdot \sin v)$

$d(\sinh u)/du = \cosh u$

$\int \sinh u \cdot du = \cosh u$

$d(\cosh u)/du = \sinh u$

$\int \cosh u \cdot du = \sinh u$

指数和双曲线的函数 u 值在 0 和 6.908 之间，列举在表 1.8 中。许多计算能够直接得到这样的值。

1.2.3　贝塞尔函数

许多技术问题（例如，在涡流、频率调制中等等）能够建立贝塞尔方程的形式。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0$$

它的解称为 n 阶贝塞尔函数。对 n＝0，其解为

$$J_0(x) = 1-(x^2/2^2)+(x^4/2^2 \cdot 4^2)-(x^6/2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2)+\cdots$$

对于 n＝1、2、3…

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2^n n!}\left[1 - \frac{x^2}{2(2n+2)} + \frac{x^4}{2 \cdot 4(2n+2)(2n+4)} - \cdots\right]$$

表 1.9 给出不同的 n 和 x 值时 $J_n(x)$值。

表 1.8 指数的和双曲线的函数

u	$\exp(u)$	$\exp(-u)$	$\sinh u$	$\cosh u$	$\tanh u$
0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	0.0
0.1	1.1052	0.9048	0.1092	1.0050	0.0997
0.2	1.2214	0.8187	0.2013	1.0201	0.1974
0.3	1.3499	0.7408	0.3045	1.0453	0.2913
0.4	1.4918	0.6703	0.4108	1.0811	0.3799
0.5	1.6487	0.6065	0.5211	1.1276	0.4621
0.6	1.8221	0.5488	0.6367	1.1855	0.5370
0.7	2.0138	0.4966	0.7586	1.2552	0.6044
0.8	2.2255	0.4493	0.8881	1.3374	0.6640
0.9	2.4596	0.4066	1.0265	1.4331	0.7163
1.0	2.7183	0.3679	1.1752	1.5431	0.7616
1.2	3.320	0.3012	1.5095	1.8107	0.8337
1.4	4.055	0.2466	1.9043	2.1509	0.8854
1.6	4.953	0.2019	2.376	2.577	0.9217
1.8	6.050	0.1653	2.942	3.107	0.9468
2.0	7.389	0.1353	3.627	3.762	0.9640
2.303	10.00	0.100	4.950	5.049	0.9802
2.5	12.18	0.0821	6.050	6.132	0.9866
2.75	15.64	0.0639	7.789	7.853	0.9919
3.0	20.09	0.0498	10.02	10.07	0.9951
3.5	33.12	0.0302	16.54	16.57	0.9982
4.0	54.60	0.0183	27.29	27.31	0.9993
4.5	90.02	0.0111	45.00	45.01	0.9998
4.605	100.0	0.0100	49.77	49.80	0.9999
5.0	148.4	0.0067	74.20	74.21	0.9999
5.5	244.7	0.0041	122.3	cosh u	tanh u
6.0	403.4	0.0025	201.7	= sinh u	= 1.0
6.908	1000	0.0010	500	= 1 / 2exp(u)	

表 1.9 贝 塞 耳 函 数

n	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$	$J_n(4)$	$J_n(5)$	$J_n(6)$	$J_n(7)$	$J_n(8)$
0	0.7652	0.2239	−0.2601	−0.3971	−0.1776	0.1506	0.3001	0.1717
1	0.4401	0.5767	0.3391	−0.0660	−0.3276	−0.2767	−0.0047	0.2346
2	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.0466	−0.2429	−0.3014	−0.1130
3	0.0196	0.1289	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	−0.1676	−0.2911
4	–	0.0340	0.1320	0.2811	0.3912	0.3567	0.1578	−0.1054
5	–	–	0.0430	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479	0.1858
6	–	–	0.0114	0.0491	0.1310	0.2458	0.3392	0.3376
7	–	–	–	0.0152	0.0534	0.1296	0.2336	0.3206
8	–	–	–	–	0.0184	0.0565	0.1280	0.2235
9	–	–	–	–	–	0.0212	0.0589	0.1263
10	–	–	–	–	–	–	0.0235	0.0608
11	–	–	–	–	–	–	–	0.0256
12	–	–	–	–	–	–	–	–
13	–	–	–	–	–	–	–	–
14	–	–	–	–	–	–	–	–
15	–	–	–	–	–	–	–	–

(续)

n	$J_n(9)$	$J_n(10)$	$J_n(11)$	$J_n(12)$	$J_n(13)$	$J_n(14)$	$J_n(15)$
0	−0.0903	−0.2459	−0.1712	0.0477	0.2069	0.1711	−0.0142
1	0.2453	0.0435	−0.1768	−0.2234	−0.0703	0.1334	0.2051
2	0.1448	0.2546	0.1390	−0.0849	−0.2177	−0.1520	0.0416
3	−0.1809	0.0584	0.2273	0.1951	0.0033	−0.1768	−0.1940
4	−0.2655	−0.2196	−0.0150	0.1825	0.2193	0.0762	−0.1192
5	−0.0550	−0.2341	−0.2383	−0.0735	0.1316	0.2204	0.1305
6	0.2043	−0.0145	−0.2016	−0.2437	−0.1180	0.0812	0.2061
7	0.3275	0.2167	0.0184	−0.1703	−0.2406	−0.1508	0.0345
8	0.3051	0.3179	0.2250	0.0451	−0.1410	−0.2320	−0.1740
9	0.2149	0.2919	0.3089	0.2304	0.0670	−0.1143	−0.2200
10	0.1247	0.2075	0.2804	0.3005	0.2338	0.0850	−0.0901
11	0.0622	0.1231	0.2010	0.2704	0.2927	0.2357	0.0999
12	0.0274	0.0634	0.1216	0.1953	0.2615	0.2855	0.2367
13	0.0108	0.0290	0.0643	0.1201	0.1901	0.2536	0.2787
14	–	0.0119	0.0304	0.0650	0.1188	0.1855	0.2464
15	–	–	0.0130	0.0316	0.0656	0.1174	0.1813

1.2.4 级数

阶乘 下表若干阶乘（n!）以整数的形式出现，n 在 2 和 10 之间。

2! = 2	$1/2! = 0.5$
3! = 6	$1/3! = 0.1667$
4! = 24	$1/4! = 0.417\times10^{-1}$
5! = 120	$1/5! = 0.833\times10^{-2}$
6! = 720	$1/6! = 0.139\times10^{-2}$
7! = 5040	$1/7! = 0.198\times10^{-3}$
8! = 40320	$1/8! = 0.248\times10^{-4}$
9! = 362880	$1/9! = 0.276\times10^{-5}$
10! = 3628800	$1/10! = 0.276\times10^{-6}$

算术级数

$a+(a+d)+(a+2d)+\cdots\cdots+[a+(n-1)\mathrm{K}d]$

$=\frac{1}{2}n$（第一项和第 n 项的总和）

几何级数

$a+ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-1}=a(1-r^n)/(1-r)$

三角（函数） 参见第 1.2.1 节。

指数函数和双曲线函数 参见第 1.2.2 节。

二项式

$$(1\pm x)^n=1\pm nx+\frac{n(n-1)}{2!}x^2\pm\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3+\cdots\cdots$$

$$+(-1)^r\frac{n!}{r!(n-r)!}x^r+\cdots\cdots$$

$$(a\pm x)^n=a^n[1\pm(x/a)]^n$$

二项式系数 n!/〔r!(n−r)!〕列表如下：

项 r =	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n = 1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

幂 如果有一个函数 $f(h)$ 的，则幂级数得出：

$f(h)=f(0)+hf^{(i)}(0)+(h^2/2!)f^{(ii)}(0)+(h^3/3!)f^{(iii)}(0)+\cdots+(h^{(r)}/r!)f^{(r)}(0)+\cdots$（麦克劳林级数）

$f(x+h)=f(x)+hf^{(i)}(x)+(h^2/2!)f^{(ii)}(x)+\cdots\cdots+(h^r/r!)f^{(r)}(x)+\cdots$（泰勒级数）

排列组合

${}^nP_r=n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots(n-r+1)=n!/(n-r)!$

${}^n\mathrm{C}_r=(1/r!)〔n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots(n-r+1)〕$
$=n!/r!(n-r)!$

贝塞尔函数 参见第1. 2. 3节。

傅里叶级数 参见第1. 2. 5节。

1.2.5 傅里叶级数

一个具有以 2π 为周期的周期性波形 $f(\theta)$，一般地可用 2π 周期基波（频）的正弦和余弦以及各次谐波频率整数 n（$=2, 3, 4\cdots$）的和表示如下：

$$f(\theta)=c_0+a_1\cos\theta+a_2\cos2\theta+\cdots+a_n\cos n\theta+\cdots$$
$$+b_1\sin\theta+b_2\sin2\theta+\cdots+b_n\sin n\theta+\cdots$$

2π全周期内的平均值为：$c_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(\theta)d\theta$

谐波分量的振幅 a 和 b 为

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\theta)\cos n\theta d\theta$$

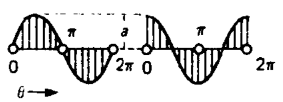
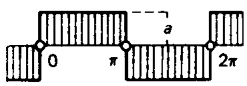
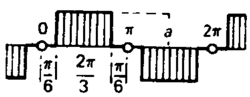
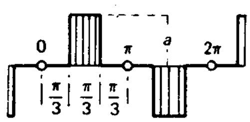
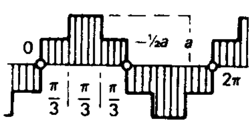
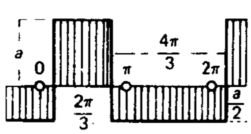
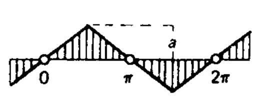
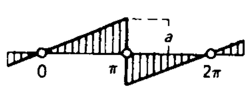
$$b_n=1/\pi\int_0^{2\pi}f(\theta)\sin n\theta d\theta$$

表1.10给出许多典型的波形谐波级数在方括号内。当平均值 C_0 不为零时，作为其首项加入。

1.2.6 微分和积分

表1.11给出了一些基本公式，表中所给的值左边一栏是积分数，右边一栏是微分数，并省略积分常数。

表1.10 傅里叶级数

序号	波形	级数
1		正弦：$a\sin\theta$ 余弦：$a\sin\theta$
2		正方形：$a\frac{4}{\pi}[\frac{\sin\theta}{1}+\frac{\sin3\theta}{3}+\frac{\sin5\theta}{5}+\frac{\sin7\theta}{7}+\cdots]$
3		矩形：$a\frac{2\sqrt{3}}{\pi}[\frac{\sin\theta}{1}-\frac{\sin5\theta}{5}-\frac{\sin7\theta}{7}+\frac{\sin11\theta}{11}+\frac{\sin13\theta}{13}-\frac{\sin17\theta}{17}\cdots]$
4		矩形：$a\frac{4}{\pi}[\frac{\sin\theta}{2.1}-\frac{\sin3\theta}{3}+\frac{\sin5\theta}{2.5}+\frac{\sin7\theta}{2.7}-\frac{\sin9\theta}{9}+\frac{\sin11\theta}{2.11}+\frac{\sin13\theta}{2.13}-\frac{\sin15\theta}{15}+\frac{\sin17\theta}{2.17}+\cdots]$
4a		阶跃矩形：$a\frac{3}{\pi}[\frac{\sin\theta}{1}+\frac{\sin5\theta}{5}+\frac{\sin7\theta}{7}+\frac{\sin11\theta}{11}+\frac{\sin13\theta}{13}+\frac{\sin17\theta}{17}+\cdots]$
5		非对称矩形： $a\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}[\frac{\sin\theta}{1}-\frac{\sin5\theta}{5}-\frac{\sin7\theta}{7}+\frac{\sin11\theta}{11}+\frac{\sin13\theta}{13}-\cdots-\frac{FK\cos2\theta}{2}-\frac{\cos4\theta}{4}+\frac{\cos8\theta}{8}+\frac{\cos10\theta}{10}\cdots]$
		三角形：$a\frac{8}{\pi^2}[\frac{\sin\theta}{1}-\frac{\sin3\theta}{9}+\frac{\sin5\theta}{25}-\frac{\sin7\theta}{49}+\frac{\sin9\theta}{81}-\frac{\sin11\theta}{121}+\cdots]$
		锯齿形：$a\frac{3}{\pi}[\frac{\sin\theta}{1}-\frac{\sin2\theta}{2}+\frac{\sin3\theta}{3}-\frac{\sin4\theta}{4}+\frac{\sin5\theta}{5}\cdots]$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com