连续与数字电子系统设计

〔美〕G.J.A.伯德　著

刘北延　梁庆林　译　迟惠生　王守仁　校

国防工业出版社

连续与数字电子系统设计

〔美〕 G. J. A. 伯德 著

刘北延 梁庆林 译

迟惠生 王守仁 校

国防工业出版社

内容简介

本书理论结合实际地讨论了电子系统中所用的拉普拉斯变换和 z 变换，包括基本理论及滤波器应用，反馈理论及应用，以及数字理论及应用。书中给出大量计算实例，对其中的许多实例列出了专门设计程序和计算机程序，并给出许多公式和数值结果。可供电子学工程师参考，也可作为大专院校教材。

Design of continuous and digital electronic systems
Gordon J. A. Bird
McGraw-Hill Book Company (UK) Limited 1980

*

连续与数字电子系统设计

〔美〕 G. J. A. 伯德 著

刘北延 梁庆林 译

迟惠生 王守仁 校

责任编辑 李端

*

国防工业出版社出版、发行

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张 $13^1/_2$ 356千字

1988年11月第一版 1988年11月第一次印刷 印数：0，001—1，880册

ISBN 7-118-00207-0/TP21 定价：6.30元

前　　言

本书论述了用变换理论和极点与零点的概念来解决电子工程中一些实际问题的方法，全书包括三个广阔的领域，即：

1．基本理论和滤波器的应用（第一到第四章），包括傅里叶变换和拉普拉斯变换以及滤波器的时域和频域特性。

2．反馈理论及其应用（第五～八章），包括根轨迹方法，有源滤波器，AGC系统和锁相环。

3．数字理论和应用（第九～十二章），包括 z 变换，数据抽样系统，计算机模拟和数字滤波器以及频谱分析。

书中的材料来源于作为实际工程师的我自己的经验。这本书是我为EMI电子有限公司的同事们举办的40次，每次 2 小时讲座的讲义加以扩展而成的。

内容是按照正式讲课的逻辑方式而安排的，但并不需要按顺序来阅读：每章相对地自成系统，而且可与书中其它部分相互参照。主要的符号已摘录在附录 7 中。我劝初学者很快地略读第一、二、五、九章，然后再读那些涉及具体应用各章中的一章。初学者很快就会发现自己可以应用这些理论（这一点是借助于很多已解实例），对深入学习全书起到促进作用。

我并不想就涉及的大量数学作辩解。的确，我希望我已在本书表明了，坚持一定的数学严格性会在理论和实际应用中增强信心。即使撇开这一点不谈，当前也有许多采用数学手段的鼓励（或刺激）因素，因为已经有现成的计算机和可编程序的计算器，这就意味着可以很容易得到数字答案。但是，它也很容易误入无效领域，所以，关键是要知道用来推导公式的方法。

另一方面，我采用了并不困难的数学方法。主要的先决条件是具有微积分基本概念的知识，而哈迪（Hardy）的纯数学〔9〕

中的处理就更够用了。我避开了在工程课程中曾产生很大困难的回路积分法，而把拉普拉斯变换表示为变型的傅里叶变换。在这一理论的历史发展中也曾应用过这种方法，它使得只用实积分就能证明和实现所有定理——它也使以后对回路积分法的学习更容易。

我希望大学生和实践中的工程技术人员都将发现这本书是有用的：所采用的彻底的探讨方法应该是前者所要求的，而后者应该对许多实际课题感兴趣，如：椭圆函数的求值，陷波网络的设计，有源数字滤波器的设计，锁相环的捕获特性，以及计算机模拟技术。书中有很多数值结果的表格，我希望读者会发现它们是很有用的，既可把它们作为参考数据，又可借助它们排除自己计算机程序的故障。

本书在很大程度上应归功于EMI电子有限公司的董事会和他们的威尔斯（Welles）实验室的领导，他们提供了一个令人振奋的工作环境以及讲座的设备。我还应该对威尔斯实验室的许多朋友们表示谢意，感谢他们的关心和许多有益的讨论。最后，我要以对我妻子帕特的感谢作为结束。她反复地打印了本书的手稿，尔后又为使之出版而经受了各种磨难。

G. J. A. 伯德

目　　录

第一章 变换理论

从纯数学观点来看，变换理论是研究求解某些类型微分方程的一种方法。它把函数变量（t）作为一个定积分的主项，而这个定积分中含有一个变参量（p或ω）作为参量。当积分形式选择正确时，一个变量为 t 的 n 阶微分方程就被一个变量为 p 的 n 阶代数方程所代替。对这个代数方程进行处理，然后经过反变换就得到原来方程的解，反变换涉及以变数 t 作为参量的一个定积分。反变换积分的求解一般涉及解 p 的代数方程，但这是比解原来的微分方程更容易得多的工作。

在物理意义上，这一过程等效于将原来 t 的函数看作无穷多个类似正弦分量之和，每个分量的“频率”由变换变量 p 的具体值给出。对一个函数进行“变换”的过程相当于将它分解为正弦分量，然后可以用简单的原理来处理这些正弦分量；而“反变换”相当于重新组合已改变分量来给出一个新的 t 的函数，这个新的函数即为问题的解。

1.1 历史的回顾

变换理论的基础是在十九世纪初于法国奠定的，虽然当时许多数学家（如柯西、拉普拉斯、泊松等）都做出了贡献，但最为卓著的贡献却应当归功于傅里叶，他关于热分析理论的书中〔1〕包含了惊人的现代处理的基本概念。

电气工程中的变换方法是由亥维赛（Heaviside）开拓的，他在十九世纪末期发展了运算微积法。亥维赛用算符 p 的乘除法代替了微分与积分运算，虽然他的计算方法可以用扩展傅里叶理论中的两个定理来证明，但在当时并未做到这一点。不管怎么说亥维赛是不太关心数学的严格性的，所以他的方法未被当时的数学

家们所充分接受。然而，他毕竟得到了许多新的、正确的结果，这些结果也确实使得他的批评者有点难堪。

现代的拉普拉斯变换理论在二十世纪20年代和30年代使得运算微积法得到了应有的地位，这些工作是由布若维奇（Bromwich）、卡森（Carson）、多池（Doetsh）和范德波尔（Van der Pol）等人做的。最初这个理论是以所谓的单边形式发展起来的，即变换积分只取在 $0<t<\infty$ 范围，而不是 $-\infty<t<\infty$ 范围。单边拉普拉斯变换说明了亥维赛的结果，看来也是对傅里叶原来提出的变换的改进，然而，它的基本定理的严格证明是困难的，除非引用斯蒂莱金斯（Stieltjes）积分概念，维德尔（Widder）做了这个工作〔2〕。最后由范德波尔（Van der Pol）和布莱莫（Bremmer）于1950年发表了变换理论的最令人满意的论述（这是作者的见解）〔3〕，这就是拉普拉斯变换的双边处理，其中拉普拉斯变换是作为傅里叶变换的普遍型式而出现的。

在实际方面，虽然象频率响应等概念已为最早的无线电和电子学工程师们所熟悉．就变换理论而言却是直到二次世界大战时还未普及，只是在战后，当雷达、电视和计算机应用使得预言系统的瞬态响应更为重要时，变换理论才真正变得普及。

变换理论对于预言反馈系统的性能是有用的，多年以来这些系统是（而且仍然是）以波特（Bode）尼科尔斯（Nichols），尼奎斯特（Nyquist）等发展的频域理论为基础而设计的。1948年极点和零点（即解代数变换方程得到的复频率）进行设计得到了很大的推动，这时伊文斯（Evans）发表了他的根轨迹方法，并说明了通过画出环路增益变化时系统极点所取的路径如何能设计一个闭环系统。1955年特鲁塞尔（Truxal）的著作〔4〕最后完成了这个方法，其中说明了如何用极点与零点来设计各种系统，而不是‘在开始补偿网络的设计之前盲目乐观地用 $j\omega$ 代替 p’。

1.2 傅里叶变换

变换理论的合乎逻辑的发展可以由介绍傅里叶变换开始。如

果$f(t)$是已知函数，它的傅里叶变换定义为如下积分

$$\mathscr{F}\{f(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt \tag{1.1}$$

式（1.1）说明变换参量ω的量纲为$\frac{1}{t}$，所以若t代表时间，则ω将有频率的量纲。

在附录3说明，如果傅里叶变换存在（即如果上面积分是收敛的），则$f(t)$即可由以下的反变换积分来恢复：

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{F}\{f(t)\}e^{j\omega t}d\omega \tag{1.2}$$

若$f(t)$是连续的，式（1.2）总可以还原成式（1.1）中所用的相同的函数，这就意味着，可以用比较两个连续函数的傅里叶变换来检验它们是否相等，如果$f(t)$有阶跃不连续性，则这个关系在实际间断点以外将是单值的，在断点处回到每个阶跃的平均值；在这类函数的原始定义中未反映这一事实已经成为一种惯例。〔见式（1.3)〕。

1.2.1 傅里叶变换的局限性

傅里叶变换对于涉及到在物理系统中发生的时间有限函数的那些应用是合适的，因为式（1.1）中的积分总是收敛的。然而会发生困难，因为即使在实际工作中，用象单位阶跃函数$u(t)$这样的非实际产生的函数来思考也常常是方便的，即

$$u(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0.5 & t=0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{1.3}$$

若式（1.1）中的$f(t)$用$u(t)$代替，将会发现积分是不收敛的，因为$u(t)$的值并不随着t的增加而减小。应用δ函数可以对$u(t)$规定一个傅里叶变换〔5a〕，但更满意的办法是用下面讨论的拉普拉斯变换。

1.3 拉普拉斯变换

虽然一给定函数$f(t)$的傅里叶变换可能不存在，但常常可能选择一个实的收敛常数c使得$f(t)e^{-ct}$的傅里叶变换确实存在。这个认识可用来定义一个改进的傅里叶变换，称作拉普拉斯变换，它保持了原有变换的全部优点，并解决了傅里叶变换的局限性。

$f(t)$的拉普拉斯变换的定义和$f(t)e^{-ct}$的傅里叶变换相同，即

$$\mathscr{L}\{f(t)\}=\mathscr{F}\{f(t)e^{-ct}\}=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-ct}e^{-j\omega t}dt \tag{1.4}$$

选择常数c使式（1.4）中的积分收敛；如果积分收敛，则可以用傅里叶的反变换公式〔式（1.2）〕来构成一个反变换的关系，即：

$$f(t)=\frac{e^{ct}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{L}\{f(t)\}e^{j\omega t}d\omega \tag{1.5}$$

注意式（1.5）中ω和c的量纲都是频率$\left(即为\frac{1}{t}\right)$；定义一个包含$c$和$\omega$的复频率$p$可以使表示法更简洁，即

$$p=c+j\omega \tag{1.6}$$

然后可以用式（1.4）和（1.6）来表示$f(t)$的拉普拉斯变换为：

$$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(p)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-pt}dt \tag{1.7}$$

反变换积分〔式(1.5)〕变为：

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(c+j\omega)e^{ct}e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(p)\ e^{pt}d\omega \tag{1.8}$$

以上表示法的特征是用小写的字母（例如f）表示时间的函数，而相应的大写字母（F）表示变换。这个表示法也意味着$f(t)$的傅里叶变换应该用$F(j\omega)$表示，如果它存在的话。

例1.1 求$e^{-at}u(t)$的拉普拉斯变换

可用定积分〔式(1.7)〕和式（1.3）中$u(t)$的定义给出：

$$\mathscr{L}\{e^{-at}u(t)\}=\int_0^{\infty}e^{-at}e^{-pt}dt=\left.\frac{e^{-(a+p)t}}{-(a+p)}\right|_0^{\infty}$$

可用关系$p=c-j\omega$写出

$$e^{-(a+p)t}=e^{-(a+c)t}e^{-j\omega t}$$

这说明如果（$a+c$）为正，则积分上限为0。导出下面的结果：

$$\mathscr{L}\{e^{-at}u(t)\}=\frac{1}{p+a} \tag{1.9}$$

当$c>-a$等式成立

对于$c=0$，可以对式（1.9）求值，于是给出相应的傅里叶变换，即

$$\mathscr{F}\{e^{-at}u(t)\}=\frac{1}{a+j\omega} \tag{1.10}$$

当$a>0$等式成立

式（1.10）说明，无论是单位阶跃（$a=0$）还是上升阶跃（$a<0$）都没有傅里叶变换；而式（1.9）说明，它们每个都有拉普拉斯变换。

1.3.1 一种物理解释

观察式（1.7）将发现，如果$f(t)$是时间的实函数，则函数$F(c-j\omega)$将与$F(c+j\omega)$的复共轭相等；这就意味着式（1.8）可写成如下形式（附录4）：

$$f(t)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Re}\{F(c+j\omega)e^{ct}e^{j\omega t}\}d\omega$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty |F(c+j\omega)|e^{ct}\cos[\omega t$$

$$+\mathrm{Arg}\{F(c+j\omega)\}]d\omega \tag{1.11}$$

式（1.11）说明一个可进行拉普拉斯变换的时间的实函数能够分解成为“波”的无穷多的谱中的任一个，“波”的形式为$e^{ct}\cos(\omega t)$。每个谱用一个c的具体值和无穷频率（ω）范围来表征，c的选取必须使拉普拉斯变换存在；式（1.11）中的$d\omega$项保证在任一频率的贡献都是无限小。

以上的解释很清楚地说明了为什么单位阶跃不存在傅里叶变换：单位阶跃是由某些高频开关成分和一很大的直流（$\omega=0$）成分组成。这种波形信号不能简单地用$\cos(\omega t)$函数的连续谱来表示（对傅里叶变换$c=0$），除非引入一个人为的、象δ函数这样的函数，这种函数容许能量都集中在一个频率上。

频谱的基本波形$e^{ct}\cos(\omega t)$在它被微分时形状不变；这就是为什么拉普拉斯变换和傅里叶变换在包含微分方程的问题中如此有用的原因。下面关系式

$$\frac{d}{dt}\{e^{ct}\cos(\omega t)\}=\sqrt{c^2+\omega^2}e^{ct}$$

$$\cdot\cos[\omega t+\mathrm{arc\ tg}(\omega/c)] \tag{1.12}$$

说明微分运算只影响频谱分量的振幅及相位。原来的振幅和相位在具体的、我们感兴趣的复频率上由拉普拉斯变换求值来确定，如式（1.11）所示。

方便的是将一个特定的复频率（$p=c+j\omega$）表示为平面上的一个点，其中实轴代表c值，而虚轴代表ω值。对于参考一个函数的收敛带这也是方便的：这指出了包含有使定积分〔式(1.7)〕收敛的c值的那部分平面。

1.3.2 哲学上的考虑

有些人感到对于用从$t=-\infty$延续到$t=\infty$的无穷个“正弦”

谱来代表一个信号的概念有些哲学上的疑难：他们问，某一时刻接通的信号是否在预先注定就是要被接通的。这一担心之所以发生是因为等效正弦波的振幅和相位在接通之前这些正弦波必须全部对消掉，必须在遥远的过去已被确定。

当然，并没有实际的哲学上的冲突。变换理论只说明，由 $t=0$ 时刻（不是预先规定的）闭合的开关得到的信号和在时间的开始（预先规定的）由仔细调定的振荡器系统得到的信号在数学上是相等的。因而，尽管可能已知一个信号是按第一种方法导出的，但若假定它是由第二种方法导出的话，也会得到正确的结果（并且是更容易得到的）。

1.3.3 拉普拉斯变换的反变换

拉普拉斯变换的“反变换”是指由给定的$F(p)$得到原来的时间函数的过程。参考应用的各章将说明，常常并不需要这样做，由变换本身的特性通常就能得到足够的信息。

如果需要对一变换求反变换，通常是用已发表的表格（例如〔6〕）和定理（1.4和1.5节）来进行；式（1.8）被看作是最后的手段。

例1.2 求$1/p$的拉普拉斯反变换

可以用$F(p)=1/p$和反变换积分〔式（1.8）〕给出

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{e^{ct}e^{j\omega t}}{c+j\omega}d\omega$$

于是附录4中的结果导出如下关系

$$f(t)=[I_1+I_2]e^{ct} \tag{1.13}$$

其中

$$I_1=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{c\cos(\omega t)}{c^2+\omega^2}d\omega$$

$$I_2=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\omega\sin(\omega t)}{c^2+\omega^2}d\omega$$

积分I_1和I_2的完整讨论和求值已由爱德华（Edwards）〔7a〕给出；用它的结果得到表1.1的一览表。

表1.1 I_1和I_2在 $c<0$ 和 $c>0$ 时的求值

	$c<0$			$c>0$		
	$t<0$	$t=0$	$t>0$	$t<0$	$t=0$	$t>0$
I_1	$-\frac{e^{-ct}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{e^{ct}}{2}$	$\frac{e^{ct}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{e^{-ct}}{2}$
I_2	$-\frac{e^{-ct}}{2}$	0	$\frac{e^{ct}}{2}$	$-\frac{e^{ct}}{2}$	0	$\frac{e^{-ct}}{2}$
I_1+I_2	$-e^{-ct}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	e^{-ct}

以上结果说明$f(t)$可以表示成一个正向单位阶跃或者一个负向单位阶跃，即

$$f(t)=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\}=\begin{cases} u(t) & c>0 \\ -u(-t) & c<0 \end{cases} \tag{1.14}$$

式（1.14）中$c>0$的结果证实了例1.1得到的结果（对于$a=0$），并且证明了变换的唯一性。表1.1表明反变换积分还原了在$t=0$时阶跃的平均值；这是拉普拉斯变换和傅里叶变换的一个特性，并考虑到了通常定义$u(t)$的方法〔式(1.3)〕；无论在$t=0$时刻$u(t)$为任何值，它的拉普拉斯变换均为$1/p$。

$c<0$的结果是新的，而且它说明必须认为收敛条件是拉普拉斯变换限定条件的本质部分。它也已说明，‘收敛’这一用语是对定积分的收敛而说的：反变换积分对于c的所有值（对不同的c区域给出不同的时间函数）通常都是收敛的，因为一个$e^{ct}\cdot\cos(\omega t)$函数的无穷谱必然叠加成为某个时间函数。

1.3.4 极点与零点

通常说，函数$1/p$在$p=0$处有一个极点，因为在p的那个值处函数变成无穷。同样，函数

$$F(p)=\frac{p+x}{(p+y)(p+z)} \tag{1.15}$$

在$p=-y$和$p=-z$有极点，在$p=-x$处有一个零点。

式（1.15）能分解为部分分式（可参考附录5）

$$F(p)=\frac{k_1}{p+y}+\frac{k_2}{p+z} \tag{1.16}$$

此式可以进行反变换给出与每一极点相对应的分量之和组成的时间函数。可以发现（如例1.2），极点左边的收敛带（即$c<-\mathrm{Re}\{y\}$和$c<-\mathrm{Re}\{z\}$）导出的函数对$t>0$为0，而极点右边的收敛带导出的函数对$t<0$为0。这就意味着式(1.15)可能是三种可能的时间函数的拉普拉斯变换。若在$p=-y$的极点位于在$p=-z$极点的左边，则这三种反变换函数将有如下特点：

1. 对$t>0$时为0的函数，对应于$c<-\mathrm{Re}\{y\}$。

2. 对$t<0$及$t>0$存在的函数，对应于$-\mathrm{Re}\{y\}<c<-\mathrm{Re}\{z\}$。

3. 对$t<0$时为0的函数，对应于$c>-\mathrm{Re}\{z\}$。

注意零点的位置不影响收敛条件。零点通过影响与每个极点有关的留数〔在式（1.16）中的常数〕而对结果产生影响。如果一个极点与一个零点重合，则相应的留数将会消失，即发生极点——零点对消。

1.3.5 反变换积分的另一种形式

如果熟悉回路积分方法〔8〕的话，最好是作代换$c+j\omega=p$和$jd\omega=dp$，这就使式（1.8）可以写成以下形式

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}F(p)e^{pt}dp \tag{1.17}$$

式（1.17）是经常用到的反变换积分的形式；虽然它似乎使非数学家们感到害怕，但值得注意的是它只不过是表示式（1.8）的实积分的另一种方法而已。实际上，若没有实积分定则的推广，则由式（1.8）导出式（1.17）这步$jd\omega=dp$就是无意义的；回路积分法只不过是利用这个推广的方法而已。

1.3.6 单边拉普拉斯变换

大多数论及拉普拉斯变换原理的著作都是使用单边定积分，